

УДК 533.6.011.55

**ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ
ТРЕУГОЛЬНОГО ТЕЛА ПРИ ОБТЕКАНИИ ГИПЕРЗВУКОВЫМ
ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА**

ДУДИН Г. Н.

Взаимодействие внешнего невязкого потока с пограничным слоем часто приводит к отрыву пограничного слоя, образованию вихрей и существенно неравномерному распределению теплового потока к поверхности тела. Возникающее поперечное течение значительно усложняет картину обтекания тела по сравнению с плоскими и осесимметричными течениями. Так, в случае обтекания плоского треугольного крыла течение в пограничном слое существенно зависит не только от режима вязкого взаимодействия с внешним гиперзвуковым потоком, но и от угла стреловидности крыла и угла скольжения. Увеличение угла стреловидности крыла при симметричном обтекании приводит к появлению возвратных вторичных течений и зоны повышенного теплового потока и продольного трения в области плоскости симметрии крыла [1]. Однако даже для достаточно узких крыльев (угол стреловидности $\sim 70^\circ$) повышение теплового потока в этой зоне мало. Более сложное течение в пограничном слое реализуется при обтекании треугольного тела, имеющего толщину, так как в этом случае на течение влияет как распределение толщины тела, так и отношение характерной толщины тела к толщине вытеснения пограничного слоя. Следует отметить, что в этом случае области возвратных вторичных течений могут располагаться не только в окрестности плоскости симметрии крыла, что приводит к возникновению в этих областях локальных зон повышенных тепловых потоков.

Ниже проведены расчеты пограничного слоя на полубесконечном треугольном теле степенной формы на режиме вязкого взаимодействия с внешним гиперзвуковым потоком. Представлены результаты расчета характеристик пространственного пограничного слоя. Отмечено образование возвратных вторичных течений и зон повышенных тепловых потоков на поверхности тела в окрестности линий растекания.

1. Рассматривается обтекание полубесконечного тонкого треугольного тела с характерной толщиной порядка толщины вытеснения пограничного слоя, гиперзвуковым потоком вязкого газа при нулевом угле атаки. Система координат приведена на фиг. 1. Компоненты вектора скорости u° , v° , w° направлены соответственно вдоль x° , y° , z° , s — удлинение, характеризующее отношение размеров тела в поперечном и продольном направлениях. Температура поверхности крыла задана. Форма поверхности тела определяется уравнением $y_w^\circ = \delta_w^\circ(x^\circ, z^\circ)$. Тогда можно ввести переменные, связанные с поверхностью тела и имеющие вид

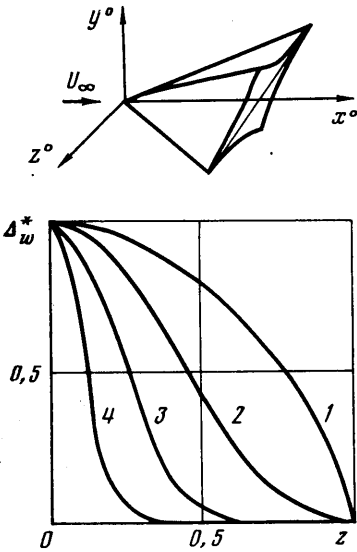
$$\begin{aligned} (x^\circ, y^\circ, z^\circ) &\rightarrow (x^\circ, y_w, z^\circ), & (u^\circ, v^\circ, w^\circ) &\rightarrow (u^\circ, v_w, w^\circ) & (1.1) \\ y_w &= y^\circ - \delta_w^\circ(x^\circ, z^\circ), & v_w &= v^\circ - u^\circ \frac{\partial \delta_w^\circ}{\partial x^\circ} - w^\circ \frac{\partial \delta_w^\circ}{\partial z^\circ} \end{aligned}$$

В соответствии с оценками для пограничного слоя в гиперзвуковом потоке вводятся безразмерные переменные [2]

$$\begin{aligned} x^\circ &= Lx^*, & y_w &= L\delta y^*, & z^\circ &= Lsz^*, & u^\circ &= U_\infty u^* & (1.2) \\ w^\circ &= U_\infty w^*, & v_w &= U_\infty \delta s^{-1} v^*, & \rho^\circ &= \rho_\infty \delta^2 \rho^*, & \mu^\circ &= \mu_0 \mu^* \\ p^\circ &= \rho_\infty U_\infty^2 \delta^2 p^*, & g^\circ &= \frac{1}{2} U_\infty^2 g^*, & \delta &= s^{1/4} Re^{-1/4}, & \delta_w^\circ &= L\tau \delta_w^* \end{aligned}$$

$$\delta_e^\circ = L\delta\delta_e^*, \quad \text{Re} = \rho_\infty U_\infty L / \mu_0$$

где g° — энтальпия торможения, δ_e° — толщина вытеснения пограничного слоя, τ — характерная толщина крыла, δ — характерная толщина вытеснения пограничного слоя, ρ_∞ — плотность, U_∞ — скорость газа в набегающем потоке, L — характерный размер тела, который при рассмотрении обтекания полубесконечного тела из конечных результатов выпадает, и μ_0 — коэффициент вязкости, определяемый при температуре торможения набегающего потока. Для дальнейшего рассмотрения целесообразно ввести переменные А. А. Дородницына



Фиг. 1

$$\lambda^* = \int_0^y \rho^* dy^*,$$

$$v_* = \rho^* v_* + s u_* \frac{\partial \lambda^*}{\partial x^*} + w_* \frac{\partial \lambda^*}{\partial z^*} \quad (1.3)$$

На режиме сильного вязкого взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем на полубесконечной пластине реализуется автомодельное течение газа [3], т. е. система уравнений пространственного пограничного слоя сводится к системе уравнений с двумя независимыми переменными. Автомодельное течение получается также при рассмотрении обтекания треугольных тел следующей степенной формы: $\delta_w^* = x^{*3/4} \Delta_w^*(z^*/x^*)$, так как в этом случае интенсивность взаимодействия оказывается равномерной по продольной координате. Для преобразования уравнений пространственного пограничного слоя к автомодельному виду вводятся следующие переменные:

$$\begin{aligned} x^* &= x, \quad z^* = xz, \quad \lambda^* = x^{1/4} \lambda, \quad u^* = u, \quad w^* = w, \quad p^* = x^{-1/2} p_*(z) \\ \rho^* &= x^{-1/2} \rho(\lambda, z), \quad \mu^* = \mu, \quad v_* = x^{-3/4} \left(v_* - x u s \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$g^* = g, \quad \delta_e^* = x^{3/4} \Delta_e^*(z)$$

При подстановке переменных (1.4) в уравнения пространственного пограничного слоя координата x выпадает из краевой задачи и получающаяся система уравнений зависит только от двух независимых переменных z и λ и описывает течение в поперечном направлении. На передних кромках тела взаимодействие пограничного слоя и внешнего невязкого потока существенно зависит от формы кромки [4]. Ограничиваясь рассмотрением обтекания тел с формой поперечного сечения $\Delta_w^*(z) = (1-z^2)^{3/4} \Delta_w(z)$, где функция $\Delta_w(z)$ не имеет особенностей на кромках (при значениях координаты $z = \pm 1$), для учета поведения функций течения в окрестности кромок треугольного тела вводятся переменные подобия

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} (1-z^2)^{1/2} \eta, \quad p_* = (1-z^2)^{-1/2} p(z) \quad (1.5)$$

$$\Delta_e^* = (1-z^2)^{3/4} \Delta_e(z), \quad v_* = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} (1-z^2)^{1/2} \left[v \frac{p}{1-z^2} - (w - s u z) \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]$$

В случае линейной зависимости вязкости от температуры система уравнений пограничного слоя и граничные условия в безразмерном виде с учетом (1.1)–(1.5) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial v}{\partial \eta} &= (w - suz) \frac{z}{2p} - \frac{1-z^2}{p} \left(-sz \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{su}{4} \right) \\
 (w - suz) \frac{1-z^2}{p} \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} &= s \frac{\gamma-1}{2\gamma p} (g - u^2 - w^2) \times \\
 &\times \left[\frac{1+z^2}{2} + (1-z^2)z \frac{d \ln p}{dz} \right] + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\
 (w - suz) \frac{1-z^2}{p} \frac{\partial w}{\partial z} + v \frac{\partial w}{\partial \eta} &= -\frac{\gamma-1}{2\gamma p} (g - u^2 - w^2) \times \\
 &\times \left[z + (1-z^2) \frac{d \ln p}{dz} \right] + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \\
 (w - suz) \frac{1-z^2}{p} \frac{\partial g}{\partial z} + v \frac{\partial g}{\partial \eta} &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} - \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\partial^2 (u^2 + w^2)}{\partial \eta^2} \\
 u = w = v = 0, \quad g = g_w \quad (\eta = 0) \quad &|z| \leq 1 \\
 u \rightarrow 1, \quad w \rightarrow 0, \quad g \rightarrow 1 \quad (\eta \rightarrow \infty) \quad &|z| \leq 1
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

где σ — число Прандтля, γ — отношение удельных теплоемкостей.

Внешняя граница пограничного слоя $\Delta_e(z)$ на теле в гиперзвуковом потоке в первом приближении определена точно, так как плотность газа в ударном слое по порядку величины в δ^2 раз больше, чем в пограничном слое [5]. Для решения системы уравнений пограничного слоя (1.6) необходимо знать распределение давления, которое не задано и должно определяться в процессе решения краевой задачи (1.6) совместно с уравнениями для внешнего невязкого потока, получающимися при использовании гиперзвуковой теории малых возмущений. В настоящей работе для расчета давления используется формула «касательного клина» в форме, справедливой при $M_\infty(\tau + \delta) \gg 1$

$$p^\circ = (\gamma + 1) \left[\frac{\partial(\delta_e^\circ + \delta_w^\circ)}{\partial x^\circ} \right]^2$$

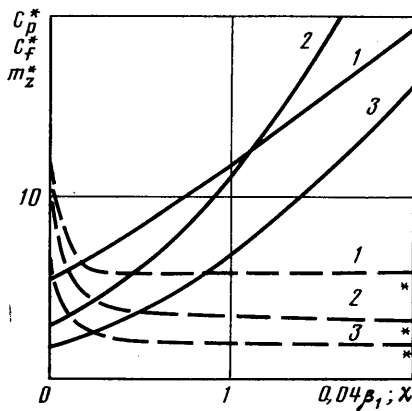
которая после введения переменных (1.2)–(1.5) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
 p = \frac{\gamma+1}{2} \left[\chi \left[\frac{3}{4} (1-z^2) \Delta_w - z \left((1-z^2) \frac{d\Delta_w}{dz} - \frac{3}{2} z \Delta_w \right) \right] + \right. \\
 \left. + \frac{3}{4} (1-z^2) \Delta_e - z \left((1-z^2) \frac{d\Delta_e}{dz} - \frac{3}{2} z \Delta_e \right) \right]^2
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

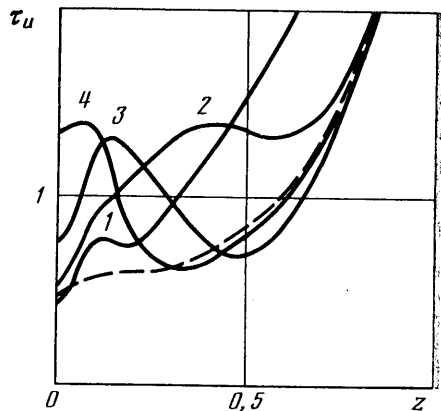
$$\Delta_e = \frac{\gamma-1}{2\gamma p} \int_0^\infty (g - u^2 - w^2) d\lambda \tag{1.8}$$

где $\chi = \tau/\delta$ — параметр взаимодействия, Δ_e — толщина вытеснения пограничного слоя.

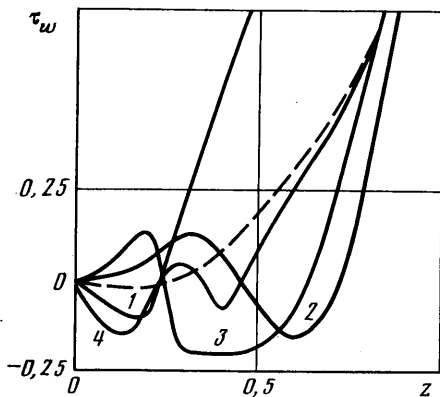
Соотношения (1.7), (1.8) позволяют замкнуть краевую задачу (1.6). Необходимо отметить, что формула (1.7) не только во многих случаях приводит к удовлетворительной точности, но и позволяет получить те же точные решения для системы уравнений (1.6), что и гиперзвуковая теория малых возмущений при степенном распределении толщины вытеснения пограничного слоя и толщины тела. Система уравнений (1.6)–(1.8) на передних кромках треугольного тела ($z = \pm 1$) вырождается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений



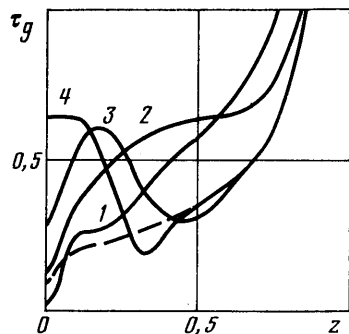
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

новенных дифференциальных уравнений, и ее решение позволяет найти распределение всех функций течения в пограничном слое на кромках.

2. Для решения полученной выше краевой задачи используется метод расчета пограничного слоя [1], который позволяет проводить вычисления и при возникновении развитых возвратных вторичных течений. В качестве примера рассматривается обтекание треугольного тела, для которого функция $\Delta_w(z)$ задается в виде

$$\Delta_w(z) = (1-z^2)^\beta \quad (2.1)$$

где показатель степени $\beta \geq 0$. При значении $\beta=0$ реализуется течение с равномерным вязким взаимодействием на всем теле. Распределения функции $\Delta_w^*(z)$ по координате при значениях параметра $\beta=0; 2,25; 9,25; 49,25$, которым соответствуют обозначения 1-4, представлены на фиг. 1. В численных расчетах предполагалось, что $\gamma=1,4$, $\sigma=1$, $g_w=0,5$ и $s=0,5$ (угол стреловидности $\approx 63^\circ$). На фиг. 2 приведены результаты расчета аэродинамических характеристик

$$C_f^* = C_f \text{Re}^{3/4} = \frac{8}{5} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \int_0^1 \frac{p}{(1-z^2)^{3/4}} \frac{du}{\partial \eta} dz$$

$$C_p^* = C_p \text{Re}^{1/2} = \frac{4}{3} \sqrt{s} \int_{-1}^1 \frac{p}{\sqrt{1-z^2}} dz, \quad m_z^* = m_z \text{Re}^{1/2} = \frac{3}{5} C_p \text{Re}^{1/2}$$

вычисленных для одной стороны тела (кривые 1-3 соответствуют C_f^* , C_p^* , m_z^*). Сплошными линиями показана зависимость аэродинамических характеристик от величины параметра взаимодействия χ при значении по-

казателя степени $\beta=0$. Следует отметить значительный рост аэродинамических характеристик при увеличении параметра χ , что связано с увеличением давления p (1.7) на поверхности тела и изменением характеристик течения в пограничном слое, в частности со значительным возрастанием скорости возвратных вторичных течений в окрестности плоскости симметрии тела. Зависимость аэродинамических характеристик при параметре взаимодействия $\chi=1$ от величины показателя степени $\beta_1=\beta+0,75$, определяющего форму поперечного сечения тела (2.1), представлена на фиг. 2 штриховыми линиями. Из анализа приведенных данных следует, что для рассматриваемых степенных треугольных тел при показателе степени $\beta_1 > 6$ форма тела оказывает слабое влияние на значения коэффициента C_f^* , а при $\beta_1 > 10$ слабо меняются и значения характеристик C_p^* и m_z^* . Следует отметить, однако, что аэродинамические характеристики (2.2) даже при $\beta_1=80$ (на фиг. 2 обозначены звездочками) не совпадают с расчетами на плоской треугольной пластине, что связано, как будет показано ниже, с существенно различным характером течения в этих случаях.

На фиг. 3–5 приведены результаты расчета безразмерных значений коэффициентов напряжения трения τ_u , τ_w и теплового потока τ_g по размаху крыла

$$\tau_u = x^{*3/4} \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_w, \quad \tau_w = x^{*3/4} \left. \frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right|_w, \quad \tau_g = x^{*3/4} \left. \frac{\partial g^*}{\partial y^*} \right|_w$$

Сплошными линиями представлены расчеты при параметре взаимодействия $\chi=1$ и $\beta=0; 2,25; 9,25; 49,25$, которым соответствуют обозначения 1–4. Штриховой линией показаны результаты расчета характеристик пограничного слоя на плоской треугольной пластине ($\chi=0$).

Как следует из анализа приведенных данных, характер течения в пограничном слое существенно зависит от формы поперечного сечения тела. При обтекании тела с параметром $\beta=0$ и $\chi=1$ коэффициенты τ_u и τ_g значительно возрастают по сравнению с коэффициентами, вычисленными на плоской треугольной пластине, за исключением окрестности плоскости симметрии, где образуется зона небольших отрицательных поперечных скоростей w . При $\beta=2,25$ на поверхности тела реализуются три линии стекания $z=0, z=\pm 0,725$ и две линии растекания $z=\pm 0,45$, в окрестности которых расположены зоны повышенного теплового потока τ_g и продольного трения τ_u . В окрестности передней кромки решение в рассматриваемом случае уже достаточно близко к решению для плоского треугольного крыла. При дальнейшем увеличении параметра β ($\beta=9,25$) количество линий стекания и растекания сохраняется, как и в предыдущем случае, но при этом происходит сдвиг этих линий к плоскости симметрии тела.

В пограничном слое на поверхности тела при $+0,25 < z < +0,63$ и $-0,63 < z < -0,25$ образуются зоны возвратных вторичных течений со значениями коэффициента трения в поперечном направлении $\tau_w \sim -0,2$. Заметим, что минимальное значение в этой области коэффициента трения $\tau_u \sim 0,6$. В окрестности линии растекания при $z \approx \pm 0,2$ образуются зоны повышенных тепловых потоков τ_g и коэффициента трения τ_u , в которых эти величины более чем в 2 раза превышают соответствующие значения, которые получаются при расчете обтекания плоского треугольного крыла (штриховая линия). Повышение величин τ_u и τ_g связано с приходом струек тока из внешней части пограничного слоя на поверхность тела. При обтекании тел с параметром $\beta=49,25$ на поверхности тела реализуется одна линия растекания, расположенная в окрестности плоскости симметрии. При $|z| \leq 0,15$ образуется зона существенно повышенного теплового потока и коэффициента трения τ_u . Заметим, что на линии симметрии тепловой поток в этом случае в 6 раз превышает значения теплового потока на плоской треугольной пластине.

Проведенные расчеты распределения давления p по координате z показали, что при увеличении параметра β величина давления $p(z)$ умень-

шается и приближается к распределению на плоском треугольном крыле, за исключением области, где существенно влияние на течение формы тела. Расчеты толщины вытеснения пограничного слоя Δ_e^* на треугольных телах при различных значениях β показали значительное уменьшение толщины пограничного слоя в окрестности линий растекания, однако суммарная толщина вытеснения пограничного слоя и тела ($\Delta_e^* + \Delta_w^*$) является уже монотонной функцией от координаты z .

Рассмотренный случай обтекания треугольных тел со степенной формой поперечного сечения гиперзвуковым потоком вязкого газа показал, что при показателе степени $\beta > 10$ форма тела слабо влияет на суммарные аэродинамические характеристики, в то время как локальные характеристики (коэффициенты трения и тепловой поток) существенно зависят от формы тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дудин Г. Н., Лыжин Д. О. Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 119–124.
2. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1967. 607 с.
3. Ладыженский М. Д. О пространственном гиперзвуковом течении около тонких крыльев // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 5. С. 835–844.
4. Дудин Г. Н. Взаимодействие гиперзвукового потока с пограничным слоем на тонком треугольном крыле // Тр. ЦАГИ. 1978. Вып. 1912. С. 3–10.
5. Lee R. S., Cheng H. K. On the outer-edge problem of a hypersonic boundary layer // J. Fluid Mech. 1969. V. 38. Pt 1. P. 161–179.

Москва

Поступила в редакцию
3.VII.1986