

УДК 532.529:532.593

УСИЛЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ С ГРАДИЕНТОМ КОНЦЕНТРАЦИИ ГАЗА

ГАЗИЗОВ Р. К., ГУБАЙДУЛЛИН А. А.

Исследованы особенности распространения нестационарных ударных волн в газожидкостной системе пузырьковой структуры в случае, когда объемная концентрация газа изменяется в направлении движения ударной волны. Установлено, что при достаточно быстром падении газосодержания наблюдается эффект усиления ударной волны, вызванный торможением среды за ударной волной. Изучены закономерности эволюции длинно- и коротковолновых импульсных возмущений в таких системах. Рассмотрены процессы отражения волн от преград и их прохождения из газа в пузырьковую жидкость, из двухфазной смеси в чистую жидкость. Определен вклад неравновесных эффектов в процесс усиления волны.

Характерной особенностью двухфазных сред пузырьковой структуры является наличие мелкомасштабных течений, вызванных радиальными пульсациями пузырьков. При распространении ударных волн это в свою очередь может вызвать появление осцилляций во фронте ударной волны. В такой ситуации максимальное значение давления в ударной волне может превысить равновесное значение за фронтом ударной волны или давление в подобной волне, распространяющейся в «чистой» (без пузырьков) жидкости [1, 2]. В этом случае можно говорить об усилении ударной волны в пузырьковой жидкости. Последнее связано с инерцией жидкости в радиальном движении вокруг пузырьков и упругостью газа в пузырьках. В достаточно сильных ударных волнах в парожидкостных системах и смесях с хорошо растворимым газом экспериментально наблюдается эффект усиления волн, связанный с дроблением пузырьков и их последующим быстрым конденсационным схлопыванием [2–5]. Однако существуют и такие режимы течений жидкости с пузырьками нерастворимого газа, когда возможно значительное усиление ударной волны не только за счет отдельных осцилляционных пиков, а роста в целом среднего давления в волне. Примером подобных течений является волновое течение, когда в направлении распространения ударной волны объемная концентрация газа в пузырьках достаточно быстро падает. Детальному изучению таких нестационарных процессов и посвящена настоящая работа. Актуальность исследования обусловлена тем обстоятельством, что описанные ситуации могут встречаться в нефтедобыче, трубопроводном транспорте, аппаратах химической технологии, атомной и криогенной техники.

1. Основные уравнения. Запишем в эйлеровых координатах уравнения одномерного нестационарного движения пузырьковой жидкости, являющиеся обобщением модели [6, 7] на случай цилиндрической ($\nu=2$) и сферической ($\nu=3$) симметрии процесса (подробное обсуждение допущений, при которых получены уравнения, можно найти в [2, 7])

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\nu-1}{x} v \right) &= 0, & \frac{d\rho_2}{dt} + \rho_2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\nu-1}{x} v \right) &= 0 \\ \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, & \frac{dx}{dt} &= v \\ \rho_2 \frac{du_2}{dt} &= \frac{\alpha_2 p_2}{\rho_2^\circ} \frac{d\rho_2^\circ}{dt} + nq, & \frac{d\rho_2^\circ a^3}{dt} &= 0 \\ \frac{da}{dt} = w, & (1-\varphi_1) \frac{dw}{dt} + \frac{3}{2} (1-\varphi_2) w^2 + 4 \frac{\nu_1}{a} w = \frac{p_2 - p - 2\Sigma a^{-1}}{\rho_1} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь ρ , p , v — соответственно средние плотность, приведенное давление и скорость смеси; ρ_i° , ρ_i , p_i , α_i — истинная и средняя плотности, давление и объемное содержание i -й фазы. Индексы 1 и 2 внизу относятся к параметрам жидкости и газа соответственно; a , w , n — радиус, радиальная скорость и число пузырьков в единице объема смеси; u_2 — внутренняя энергия газа; q — интенсивность межфазного теплообмена, приходящаяся на один пузырек; $\varphi_{1,2}$ — поправочные коэффициенты в уравнении Рэлея — Ламба, учитывающие неоднородность пузырьков; ν_1 , Σ — коэффициенты вязкости и поверхностного натяжения.

По определению, имеют место соотношения

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 &= 1, & \rho &= \rho_1 + \rho_2, & \rho_1 &= \alpha_1 \rho_1^\circ, & \rho_2 &= \alpha_2 \rho_2^\circ \\ n &= \alpha_2 \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \right)^{-1}, & p &= \alpha_1 p_1 + \alpha_2 (p_2 - 2\Sigma a^{-1}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Газ примем идеальным, калорически совершенным

$$u_2 = c_2 T_2, \quad p_2 = c_2 (\gamma - 1) \rho_2^\circ T_2 \quad (1.3)$$

где c_2 , γ — удельная теплоемкость при постоянном давлении и показатель адиабаты газа. Жидкость будем считать несжимаемой и термостатической

$$\rho_1^\circ = \rho_{10}^\circ, \quad T_1 = T_{10} \quad (1.4)$$

Возможные способы вычисления притока тепла от жидкости к отдельному пузырьку q обсуждаются в [1, 2]. Зададим q соотношением

$$\begin{aligned} q &= 4\pi a^2 \lambda_2 \text{Nu} \frac{T_1 - T_2}{2a}, & \text{Nu} &= \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}}, & \text{Pe} > 100 \\ 10, & \text{Pe} \leq 100 \end{cases} \\ \text{Pe} &= 12(\gamma - 1) \frac{T_1}{|T_1 - T_2|} \frac{a|w|}{a_2}, & a_2 &= \frac{\lambda_2}{\rho_2^\circ c_{p2}} \end{aligned} \quad (1.5)$$

где a_2 , λ_2 — коэффициенты температуро- и теплопроводности, c_{p2} — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, T_i — температура i -й фазы.

Поправки на газосодержание $\varphi_{1,2}$ можно получить в рамках ячеистой модели среды [1, 7]. Согласно [1], положим

$$\varphi_1 = 1,1\alpha_2^{1/3}, \quad \varphi_2 = 1,47\alpha_2^{1/3} \quad (1.6)$$

Отметим, что расчеты, проведенные одним из авторов, показали, что учет стесненности пузырьков введением поправочных коэффициентов $\varphi_{1,2}$ в уравнение Рэлея — Ламба проявляется в некотором увеличении амплитуды и частоты осцилляций и укрупнении переднего фронта ударной волны.

Система уравнений (1.1) — (1.6) замкнута. Для ее численного интегрирования воспользуемся методикой [7], предварительно преобразовав дифференциальные уравнения к виду, удобному для реализации конечно-разностного алгоритма

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_2}{\partial t} &= \frac{3\alpha_1 \alpha_2 w}{a}, & \frac{\partial x}{\partial t} &= v, & \frac{\partial a}{\partial t} &= w \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{1}{a(1-\varphi_1)} \left[\frac{p_2 - p - 2\Sigma a^{-1}}{\rho_1} - 1,5(1-\varphi_1)w^2 - 4\nu_1 \frac{w}{a} \right] \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} &= - \frac{3(\gamma-1)w}{a} T_2 + \frac{1,5\lambda_2}{a_0^3 \rho_{20}^\circ c_2} a \text{Nu} (T_1 - T_2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{r}{x}\right)^{\nu-1} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} - K \frac{\partial p}{\partial r} - Lp = -M$$

$$K = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} + \frac{\nu-1}{r} \left[1 - 2\rho_0 \frac{1}{\rho} \left(\frac{r}{x}\right)^\nu \right]$$

$$L = \frac{3\rho_0^2}{\rho_1^0} \left(\frac{r}{x}\right)^{2(\nu-1)} \frac{\alpha_2}{\alpha_1 a^2 \rho (1-\varphi_1)}$$

$$M = \rho_0^2 \frac{1}{\rho} \left(\frac{r}{x}\right)^{2(\nu-1)} \left\{ \frac{3\alpha_2}{a^2 (1-\varphi_1)} \left[\frac{p_2 - 2\Sigma a^{-1}}{\alpha_1 \rho_1^0} + (2(1-\varphi_1) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - 1,5(1-\varphi_2)) w^2 - 4\nu_1 \frac{w}{a} \right] + (\nu-1) \frac{v}{x} \left[\nu \frac{v}{x} - 6 \frac{\alpha_2 w}{a} \right] \right\}$$

2. Результаты численных экспериментов. Моделировалось распространение ударных волн в жидкости с пузырьками нерастворимого газа при наличии градиента газосодержания. В качестве несущей жидкости бралась вода ($\rho_1^0 = 1000$ кг/м³, $\nu_1 = 1,8 \cdot 10^{-5}$ м²/с). Состав газа в пузырьках варьировался, значения термодинамических параметров второй фазы, соответствующие начальному давлению $p_0 = 0,1$ МПа и температуре $T_0 = 294$ К, приведены в таблице ($[c_2] = \text{м}^2/\text{с}^2 \cdot \text{град}$, $[\lambda_2] = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^3 \cdot \text{град}$).

Газ	ν	c_2	λ_2
Воздух	1,4	716	0,025
CO ₂	1,3	651	0,016
He	1,66	3128	0,151

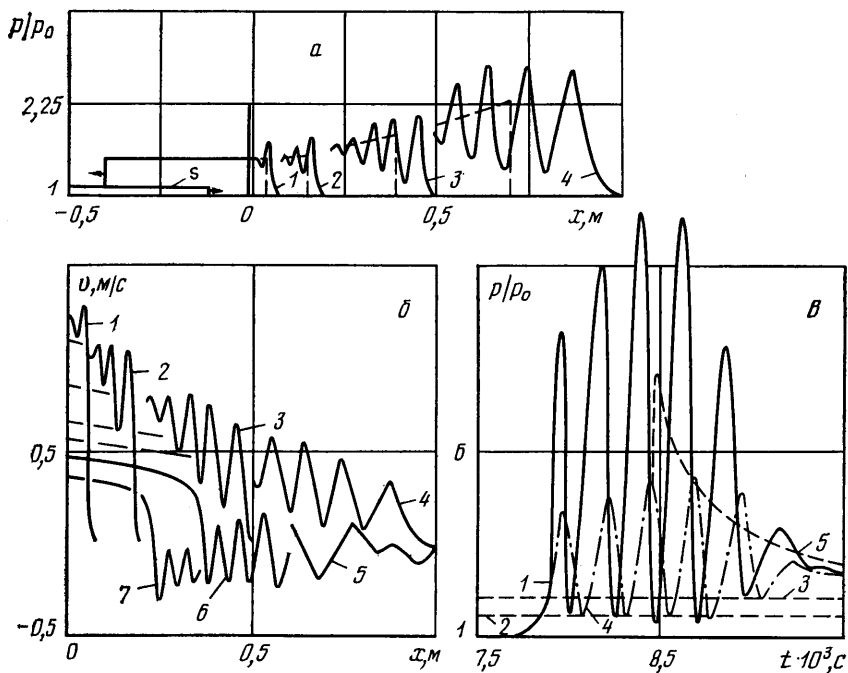
Рассмотрим следующую задачу: ударная волна типа «ступенька», распространяясь по газу, входит в двухфазную пузырьковую среду и отражается от твердой неподвижной стенки. Заметим, что аналогичная задача для треугольной ударной волны, входящей в однородную газожидкостную смесь, была решена в [8]. Пусть начальная объемная концентрация газа в газожидкостной среде падает по экспоненциальному закону

$$\alpha_{20} = \delta_1 \exp(-\delta_2 x) \quad (2.1)$$

где x — безразмерная пространственная координата. Тогда равновесная скорость звука в смеси растет как $a_e = [p_0/\rho_{10} \delta_1 \exp(-\delta_2 x) \cdot (1 - \delta_1 \exp(-\delta_2 x))]^{1/2}$. Отметим, что, например, при $\delta_1 = 0,1$, $\delta_2 = 5$ равновесная скорость звука a_e на расстоянии в 1 м изменяется более чем в 10 раз. Соответственно изменяется и скорость распространения ударной волны. Последнее обстоятельство вызывает дополнительные осложнения при численном моделировании.

Обсудим постановку граничных условий. Для волны, бегущей по газу и встречающей на своем пути пузырьковую жидкость, последнюю можно считать жесткой неподвижной стенкой и, зная параметры падающей волны, определять интенсивность прошедшей в двухфазную систему волны или, наоборот, задав интенсивность волны на границе газ — жидкость с пузырьками, восстановить исходную волну.

На фиг. 1, а приведены профили давления в ударной волне (сплошные линии) в различные моменты времени $t_{1-4} = 1; 3; 6; 7,75$ мс. Начало отсчета времени $t=0$ соответствует моменту падения ударной волны с интенсивности $p_e = 1,1$, распространяющейся по воздуху, на границу раздела

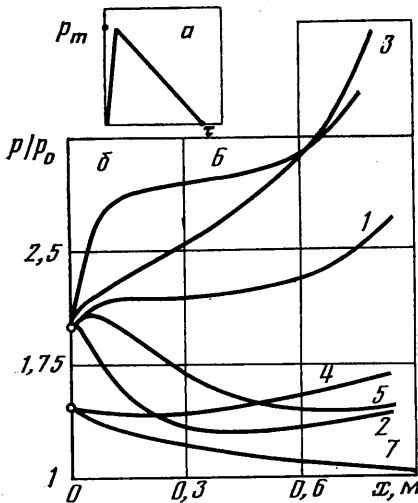


Фиг. 1

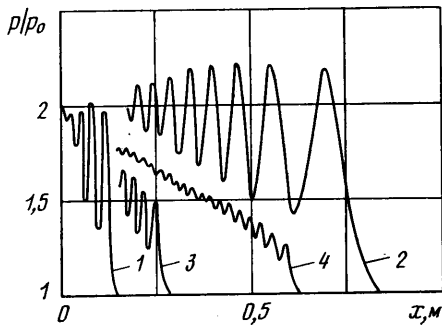
газа с пузырьковой жидкостью ($x=0$), при этом начальный радиус пузырьков $a_0=0,001$ м, начальное распределение α_{20} соответствует $\delta_1=0,1$, $\delta_2=5$. Видно, что интенсивность ударной волны в процессе ее распространения по газожидкостной среде увеличивается с 1,5 до 2,7, причем это происходит не только за счет пульсационных выбросов давления, но и за счет роста давления за передним фронтом волны в целом. Появление такого эффекта связано с торможением двухфазной системы в процессе ее движения за ударной волной (фиг. 1, б). Таким образом, кинетическая энергия поступательного движения системы в процессе торможения переходит в потенциальную энергию упругого сжатия и приводит к усилению ударной волны. Особенно ярко эффект усиления проявляется при отражении ударной волны от твердой неподвижной стенки (фиг. 1, б, в). На фиг. 1, б изображены профили скорости среды (кривые 5, 6, 7 в моменты времени $t=8,38; 9,25; 10$ мс) в ударной волне, отраженной от стенки, которая расположена на расстоянии 1 м от поверхности пузырьковой жидкости. Отраженная волна имеет выраженную осцилляционную структуру с большой амплитудой пульсаций, причем во фронте волны последующая пульсация имеет большую амплитуду, чем предыдущая. По мере распространения волны в направлении повышения концентрации пузырьков возникает обратное движение среды и интенсивность отраженной волны падает.

Заметим, что падение концентрации газа по глубине пузырькового слоя приводит к уменьшению частоты осцилляций во фронте падающей волны (кривые 1–4 фиг. 1, а) и соответственно к их увеличению в отраженной волне (фиг. 1, б). Амплитуда осцилляций изменяется в соответствии с изменением интенсивности волны.

Рассмотрим динамическое воздействие ударной волны на стенку. На фиг. 1, в приведена запись изменения давления во времени на стенке (линия 1). Для сравнения нанесена интенсивность отраженной волны в случаях отсутствия слоя пузырьковой жидкости и отсутствия пузырьков газа в жидкости (кривые 2, 3). Видно, что в пузырьковой градиентной системе интенсивность воздействия многократно увеличивается. Штрихпунктирная линия 4 соответствует случаю, когда ударная волна, пройдя



Фиг. 2



Фиг. 3

через пузырьковый слой, входит в чистую жидкость, сжимаемость которой учитывалась в акустическом приближении

$$p - p_0 = C_1^2 (\rho_1 - \rho_{10})$$

где C_1 — скорость звука (для воды $C_1 = 1500$ м/с). При проведении вычислений на границе пузырьковой жидкости с чистой жидкостью ставилось условие

$$p = p_0 + \rho_{10} C_1 v$$

поскольку волна по чистой жидкости бежит со скоростью C_1 , а давление p и скорость v на контактной границе непрерывны.

Исследовалась эволюция кратковременных импульсных возмущений. Известно, что такие возмущения при распространении в газе или однородной газожидкостной среде затухают. Показано, что треугольные ударные волны в рассматриваемых пузырьковых жидкостях могут усиливаться. Результаты расчетов в виде интегральных кривых приведены на фиг. 2. Под интегральной кривой здесь понимается траектория точки максимального давления в волновом фронте импульса. Кривые 1–7 соответствуют различным режимам волнового течения. Вид входящего в среду импульса изображен на фиг. 2, а. Во всех случаях начальный радиус пузырьков составлял $a_0 = 0,001$ м, начальное давление $p_0 = 0,1$ МПа. Варьировалась интенсивность импульса ($p_m = 0,2$ МПа для траекторий 1–3, 5, 6, $p_m = 0,15$ МПа для кривых 4, 7), состав газа в пузырьках (1, 4–6 — воздух, 2, 7 — гелий, 3 — углекислый газ), продолжительность начального импульса (1–5, 7 — $\tau = 1$ мс, 6 — $\tau = 3$ мс), закон падения объемного газосодержания (1–4, 6 — экспоненциальный (2.1) с $\delta_1 = 0,1$, $\delta_2 = 5$, 5 — линейный, 7 — постоянная начальная концентрация газа $\alpha_{20} = 0,01$). Анализ проведенных расчетов показывает, что, изменяя параметры двухфазной среды, можно кардинально влиять на поведение импульсного возмущения, получая переход от интенсивного затухания (кривая 7) к значительному усилению (кривые 3, 6).

Определенный интерес представляет также расчет эволюции цилиндрических и сферических расходящихся ударных волн. На фиг. 3 проиллюстрировано решение задачи о поршне в цилиндрически-симметричном случае ($\nu = 2$). Начальный радиус поршня составлял $r_0 = 0,04$ м. Линии 1, 2 изображают профили давления в волне, распространяющейся по смеси с α_{20} , заданным формулой (2.1) при $\delta_1 = 0,1$, $\delta_2 = 7$. Газ в пузырьках — воздух, $a_0 = 0,001$ м, $p_0 = 0,1$ МПа, линии 3, 4 соответствуют случаю, когда газосо-

держание постоянно: $\alpha_{20}=0,05$, $t_{1-4}=2; 5,6; 4; 10$ мс. Рассеяние энергии волны из-за геометрии процесса приводит к ее интенсивному затуханию при распространении в однородной газожидкостной смеси (кривые 3, 4). Градиент газосодержания компенсирует влияние геометрии задачи и после некоторого падения интенсивность волны возрастает. Усиления ударных волн и треугольных импульсов в сферическом случае не наблюдалось.

Для определения вклада неравновесных эффектов рассмотренные задачи были решены в равновесной постановке, когда двухфазная смесь рассматривалась как некий газ с уравнением состояния

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\alpha_{20}}{\rho_0/\rho - \alpha_{10}}$$

Для расчета использовался двухшаговый метод Лакса — Вендроффа [9] с введением искусственной вязкости. В качестве иллюстрации на фиг. 1, а, в выполнено сопоставление некоторых полученных результатов (штриховые линии — расчет по равновесной схеме). Видно, что в рамках равновесного подхода эффект увеличения интенсивности волны качественно присутствует, но «равновесная» волна движется с меньшей скоростью по сравнению с «неравновесной», так как не содержит высокочастотных составляющих; кроме того, профиль волны всегда монотонный, осцилляции давления отсутствуют, поскольку вклад инерции мелкомасштабного радиального движения жидкости в усиление волны не учитывается. Таким образом, неравновесные эффекты играют существенную роль в рассмотренных волновых процессах, а равновесная схема не дает их адекватного описания.

Авторы выражают благодарность Р. И. Нигматулину за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Волны в жидкостях с пузырьками // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1982. Т. 17. С. 160–249.
3. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губайдуллин А. А. и др. Усиление ударных волн в жидкости с пузырьками пара // Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977. С. 67–74.
4. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1983. 237 с.
5. Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984. 301 с.
6. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа // Докл. АН СССР. 1976. Т. 226. № 6. С. 1299–1302.
7. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Исследования нестационарных ударных волн в газожидкостных смесях пузырьковой структуры // ПМТФ. 1978. № 2. С. 78–86.
8. Нигматулин Р. И. Динамика гетерогенных сред. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1984. 60 с.
9. Рунтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.

Уфа

Поступила в редакцию
26.IX.1986