

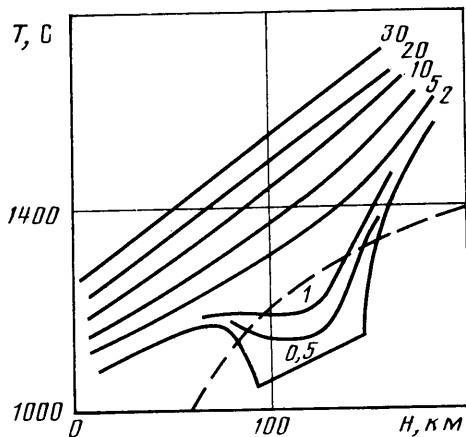
УДК 532.546+550.311

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О ФИЛЬТРАЦИИ МАГМЫ В АСТЕНОСФЕРНОМ СЛОЕ

КАРАКИН А. В.

Рассматривается одномерная стационарная задача о фильтрации расплава в частично подплавленной среде астеносферы с вязкодеформируемым скелетом. Постановка задачи возникла в связи с исследованиями геодинамических процессов в рифтовых зонах и срединно-океанических хребтах (восходящие мантийные потоки) и в зонах субдукции (нисходящие потоки). Предполагается, что слой мантийного вещества, поднимаясь вверх или опускаясь вниз, поступает в область декомпрессии (где по ряду причин геотерма проходит выше температуры солидуса) и подвергается там частичному плавлению. Цель исследования состоит в изучении процессов вязкой консолидации: миграции расплава, его взаимодействия со скелетом с учетом необратимых деформаций скелета, теплового режима и фазовых переходов. Поскольку затрагиваются в основном физико-механические аспекты вязкой консолидации, то принимается простейшая петрологическая и физико-химическая схема. Обсуждаются геофизические аспекты полученных результатов.

1. Согласно современным геофизическим представлениям [1], во многих районах Земли на глубинах порядка 100 км находятся зоны частичного плавления (астеносфера). Перегретое вещество, поднимаясь из недр Земли и попадая в эту область, подплавляется. Кроме того, сама температура солидуса в области декомпрессии может иметь локальный минимум, как это показано на фигуре, и тогда нет необходимости перегревать вещество мантии. Таким путем могут подплавляться относительно холодные нисходящие мантийные потоки. На фигуре представлена диаграмма фазового равновесия, полученная в статических экспериментах для типичных неистощенных пород, предположительно составляющих мантию [2] и содержащих 0,1% воды. Здесь сплошные кривые — это изолинии степени плавления (которая указывается цифрами в процентах) в плоскости температура — глубина, а штриховая линия — геотерма.



Традиционные исследования взаимодействия магмы с породами содержат три аспекта: экспериментальный, теоретический, основывающийся, как правило, на классической задаче Стефана [3, 4], и геолого-геофизический [1—4]. Ниже затрагивается в основном теоретический аспект. Задача Стефана имеет смысл, строго говоря, лишь для однокомпонентной среды. В условиях смеси различных минералов между твердой и жидкой фазами (солидусом и ликвидусом) должна существовать двухфазная гетерогенная среда, что приводит к необходимости решать задачи вязкой

консолидации. Исторически основное развитие (в механике грунтов и применительно к разработке нефтяных месторождений) получила теория упругой консолидации. При переходе к вязкодеформируемому скелету возникают два важных отличия. Во-первых, среда становится существенно нелинейной и эта нелинейность не связана с нелинейными свойствами каждой из компонент. Она обусловлена тем, что в процессе деформаций поры могут менять геометрию и объем, а поровое пространство — структуру. Пористость и проницаемость этой среды регулируют характер процесса, и поэтому не задаются априори, а находятся при решении задачи, причем в уравнения движения они входят нелинейным образом. Второе отличие состоит в том, что при наличии разности плотностей скелета и расплава уравнения движения становятся неоднородными. Поэтому в режиме вязкой консолидации не существует тривиального решения — состояния гидростатического равновесия. Это состояние достигается только при закрытых порах или при их отсутствии.

Модель динамики двухфазной астеносферы впервые была предложена в [5], где фактически рассмотрена асимптотика, при которой в законе Дарси можно пренебречь градиентом давления. Кроме того, задавалась скорость фазовых превращений, что не всегда может быть сделано корректно. В [6] предложена плоская модель астеносферы на основе линеаризованных уравнений вязкой консолидации; гидродинамические и фильтрационные уравнения решались независимо от нахождения теплодвухкомпонентную систему, состоящую из компонент A и B с концентрациями c и $1-c$ соответственно. Компонента A много меньше, чем компонента B , т. е. $c \ll 1$.

2. Перейдем к постановке задачи. Запишем определяющие уравнения динамики пористой насыщенной среды с вязкодеформируемым скелетом для одномерного стационарного течения в слое V с плоскопараллельными границами Γ_1 и Γ_2 . Предполагается, что среда мантии образует двухкомпонентную систему, состоящую из компонент A и B с концентрациями c и $1-c$ соответственно. Компонента A много меньше, чем компонента B , т. е. $c \ll 1$.

Принимается гипотеза локального термодинамического равновесия. Тогда состояние системы зависит от давления и концентрации, а при анализе фазового равновесия можно воспользоваться результатами статических экспериментов, представленных на фиг. 1. Кривая солидуса в окрестности глубокого локального минимума аппроксимируется простейшей зависимостью

$$T_s = \begin{cases} T_* - \Delta T \varphi(z/h_*), & |z| \leq h_* \\ T_*, & |z| > h_* \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\varphi(\pm 1) = 0, \quad \varphi(0) = 1, \quad \varphi(s) = \varphi(-s)$$

Для диаграммы на фиг. 1 разумными являются следующие значения параметров: $\Delta T = 100$ С, $T_* = 1200$ С, $h_* = 30$ км.

Предположим, что концентрация c такова, что момент открытия пор соответствует полному расплавлению эвтектической смеси. Другими словами, для того чтобы поры открылись, изображающая точка на фазовой диаграмме должна находиться на неэвтектической дивариантной поверхности фазового равновесия. Состояние системы таково, что при $|z| > h_*$ поры закрыты и эвтектическая смесь полностью расплавлена, а при $|z| < h_*$ имеет место дивариантное состояние. Пусть v — концентрация компонента A в расплаве. Она связана с полной концентрацией c и пористостью m соотношением

$$\rho^{(2)} m v = \rho c, \quad \rho = (1-m)\rho^{(1)} + m\rho^{(2)} \quad (2.2)$$

Здесь ρ — плотность двухфазной системы. Верхними индексами 1 и 2 отмечены величины, относящиеся к квазитвердой и жидкой фазам. Соотношение (2.2) справедливо независимо от того, закрыты поры или нет. Однако оно предполагает, что компонент A всегда целиком находится в расплаве. На дивариантной поверхности фазового равновесия величина v является функцией давления и приращения температуры $T - T_*$.

В [5] введена некоторая величина f , которая имеет смысл степени подплавления и определяется как объемная доля образовавшегося расплава в данном элементарном объеме. При отсутствии массообмена степень плавления совпадает с пористостью. В дивариантном состоянии она в силу формулы (2.2) при постоянном s является функцией давления и разности $T - T_*$. При наличии фильтрации степень плавления зависит от динамики системы в целом и в общем случае не может быть представлена в виде некоторой однозначной функции. Однако если в данном элементарном объеме происходят одноактные стационарные процессы плавления и затвердевания, то, как и в изолированном объеме, можно ввести степень плавления $f^{(1)}$. Ясно, что эта функция должна быть неотрицательной. Скорость фазовых превращений J связана со степенью плавления кинематическим соотношением

$$J = \rho \left(\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + v^{(1)} \text{grad } f^{(1)} \right) \quad (2.3)$$

которое фиксирует элемент объема твердой фазы. Совершенно аналогично можно определить степень фазовых превращений $f^{(2)}$ для элемента жидкой фазы. При этом скорость фазовых переходов будет иметь вид

$$J = \rho \left(\frac{\partial f^{(2)}}{\partial t} + v^{(2)} \text{grad } f^{(2)} \right) \quad (2.4)$$

Здесь $v^{(k)}$ — скорость k -й фазы.

Из этих соотношений видно, что в определении степени плавления существует некоторая неоднозначность. Тем не менее введение этой характеристики может оказаться полезным. Если обе величины $f^{(1)}$ и $f^{(2)}$, полученные в ходе решения, отрицательны, то это свидетельствует о том, что либо мы имеем дело с нестационарным процессом, либо в данной ситуации плавление и затвердевание происходят многократно.

В [5] состояние фазового равновесия определялось для степени плавления, в то время как в действительности оно должно быть связано с концентрацией v . Аппроксимируем v зависимостью

$$v \approx \frac{v_*}{1 + \alpha(T - T_*)/\Delta T} \quad (2.5)$$

и будем считать, что от давления зависит только T_* (см. (2.1)), а параметры α и v_* являются константами. Из (2.2) и (2.5) следует

$$v_*(m - m_0) \frac{\rho^{(2)}}{\rho} = c - c_* + \alpha c \frac{T - T_*}{\Delta T} \quad (2.6)$$

где v_* , c_* — значения v и c при $|z| \geq h$.

Ограничимся в гидродинамических уравнениях приближением ползущего течения Стокса. На границах зоны вязкой консолидации при некотором минимальном значении пористости поры закрываются. За пределами этой зоны среда по-прежнему остается двухфазной. Однако она описывается уравнениями эффективно однородной среды, которая, по предположению, совершает твердотельное движение вверх или вниз со скоростью v_* . Следуя [4], запишем определяющие стационарные неизотермические уравнения вязкой консолидации для двухкомпонентной систе-

мы при одномерном течении

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \rho g = 0, \quad \sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{ef} - p, \quad \sigma_{zz}^{ef} = \left(\eta_2 + \frac{4}{3} \eta_1 \right) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\delta j_z - \rho^{(2)} g, \quad \rho^{(1)} \frac{\partial [(1-m)v_z]}{\partial z} = -J \\ \rho^{(2)} \frac{\partial [mv_z + j_z]}{\partial z} = J, \quad \frac{\partial (cv_z^{(2)})}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\rho C v_* \frac{\partial T}{\partial z} + (1-m) (\rho^{(2)} C^{(2)} - \rho^{(1)} C^{(1)}) j_z \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - l J, \quad v = v^{(1)}, \quad -h_* < z < h_*$$

$$\Gamma_1, \Gamma_2: j_z = 0, \quad m = m_0, \quad c = c_*, \quad v_z = v_* \quad (2.8)$$

Здесь σ_{ij} , σ_{ij}^{ef} — тензоры полных и эффективных напряжений, p — поровое давление, j_z — фильтрационный поток, C — удельная теплоемкость, l — скрытая теплота плавления, η_2 , η_1 — коэффициенты объемной и сдвиговой вязкостей, δ — коэффициент гидравлического сопротивления. Величины η_1 , η_2 , δ зависят от пористости.

3. Найдем определяющие уравнения модели. При скоростях мантийных потоков $v_* \gg 1$ см/год число Пекле $Re \gg 10^2$. Другой безразмерный параметр $\beta = c_* l / C v_* \Delta T$ характеризует влияние скрытой теплоты плавления на тепловой режим. Его также можно оценить: $\beta \sim m$. Выделим систему малых параметров, естественную в данной постановке задачи

$$\frac{|\rho^{(1)} - \rho^{(2)}|}{\rho} \ll 1, \quad \frac{|v_z - v_*|}{v_*} \ll 1, \quad \left| \frac{j_z}{v_*} \right| \ll 1$$

$$Re \gg 1, \quad m \ll 1, \quad \beta \ll 1, \quad \eta_1 \ll \eta_2$$

С учетом этих неравенств система (2.7) после некоторых преобразований упрощается

$$\begin{aligned} V: \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta_2(m) \frac{\partial j_z}{\partial z} \right] = \delta(m) j_z - \Delta \rho g \\ \frac{\partial (cv_z^{(2)})}{\partial z} = 0, \quad v_* \frac{\partial m}{\partial z} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = \frac{J}{\rho^{(2)}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\rho C v_* \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - l J$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} x = \frac{j_z v_*}{c_* |v_*|}, \quad y = \frac{v_* (m - m_0)}{c_*}, \quad c^\circ = \frac{c}{c_*} \\ T^\circ = \frac{T - T_s}{\Delta T}, \quad \delta^\circ = \frac{\delta}{\delta_*}, \quad \eta^\circ = \frac{\eta}{\eta_*}, \quad s = \frac{z}{h_*} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$u = \frac{c_* |v_*| \delta_*}{\Delta \rho g v_*}, \quad k^2 = \frac{\delta_* h_*^2}{\eta_*}, \quad J^* = \frac{v_* h_* J}{c_* |v_*| \rho}, \quad \mu^{(h)} = \frac{f^{(h)} v_*}{c_*}$$

Тогда система определяющих уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{k^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \left[\eta^\circ(y) \frac{\partial x}{\partial s} \right] = \delta^\circ(y) x - \frac{1}{u} \\ \frac{\partial (x \pm y)}{\partial s} = J^*, \quad \frac{\partial}{\partial s} \left[c^\circ \left(\frac{x}{y} \pm 1 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \partial T^\circ / \partial s = 0, \quad y = c^\circ - 1 + \alpha c^\circ [T^\circ + \varphi(s)] \\ \Gamma_1, \Gamma_2: \quad x = y = 0, \quad c^\circ = 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь знак плюс (минус) соответствует восходящим (нисходящим) мантийным потокам.

Аналогичным образом преобразуются и уравнения (2.3), (2.4)

$$J^\circ = \partial \mu^{(1)} / \partial s \quad (3.5)$$

$$J^\circ = (x/y \pm 1) \partial \mu^{(2)} / \partial s \quad (3.6)$$

Некоторые из уравнений (3.3) с учетом (3.4) интегрируются

$$\begin{aligned} (x/y \pm 1) c^\circ = x(1)/y(1) \pm 1, \quad T^\circ = 0 \\ y = c^\circ [1 + \alpha \varphi(s)] - 1, \quad \mu^{(1)} = x \pm y \end{aligned}$$

Исключая из этих выражений c° , получаем

$$y = -\frac{1}{2}(1 \pm x) + \sqrt{\frac{1}{4}(1 \mp x)^2 \pm [1 + \alpha \varphi(s)] \left[\frac{x(1)}{y(1)} \pm 1 \right]} \quad (3.7)$$

Подставляя выражение для y в первое уравнение (3.3), получаем для x уравнение второго порядка с граничными условиями (3.4).

4. Рассмотрим некоторые случаи, которые допускают аналитическое решение. Асимптотика $k \rightarrow \infty$, при которой член со вторыми производными в (3.3) пропадает, рассмотрена в [5]. Зададимся простейшей зависимостью для гидравлического сопротивления

$$\delta^\circ = 1/y \quad (4.1)$$

Тогда имеем

$$c^\circ = 1, \quad x = y/u, \quad y = \alpha \varphi(s) \quad (4.2)$$

$$J^\circ = \alpha(1/u \pm 1) \partial \varphi / \partial s$$

Сравнивая (3.5), (3.6) с (4.2), находим

$$\begin{aligned} \mu^{(1)} &= \alpha(1/u \pm 1) \varphi \\ \mu^{(2)} &= \alpha \varphi \end{aligned}$$

Как уже говорилось выше, неотрицательность и ограниченность функций $f^{(k)}$ являются необходимым условием стационарности одноактных процессов фазовых превращений. В случае (3.5) имеем $\mu^{(1)} \rightarrow \infty$ при $u \rightarrow 1$ и $\mu^{(1)} < 0$ при $u < 1$. С физической точки зрения это означает, что в опускающемся мантийном потоке при достаточно медленном опускании скелета расплав не захватывается скелетом, а накапливается в области плавления в нестационарном режиме. В [5] принята зависимость

$$\delta^\circ = 1/y^2 \quad (4.3)$$

которая при $k \rightarrow \infty$ приводит к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} ux = y^2, \quad c^\circ(u \pm y) = u, \quad \mu^{(1)} = x \pm y \\ y = -\frac{1}{2}(1 \pm u) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(1 \pm u)^2 \pm \alpha \varphi(s)} \end{aligned}$$

Как и в предыдущем случае, в нисходящем потоке стационарное решение существует лишь при $u > 1$.

В [5] функции $\mu^{(1)}$ и φ фактически отождествляются. Это возможно лишь для материальной функции вида (4.1) при условии $\alpha(1/u \pm 1) = 1$. В случае (4.3) эти величины отождествить невозможно.

При $k^2 = u$ и $\eta^\circ = 1$ первое уравнение (3.3) упрощается и интегрируется: $x = 1/2(1 - s^2)$. Эта формула вместе с (3.7) дает искомое решение.

В третьем частном случае при $\eta^\circ = \delta^\circ = 1$ определяющее уравнение становится линейным и также интегрируется: $x = (\operatorname{ch} s - \operatorname{ch} 1)/u$. Как и в предыдущем случае, y определяется формулой (3.7).

В рассматриваемой ситуации тепловой режим практически не зависит от динамики двухфазного слоя и определяется лишь свойствами среды. С другой стороны, как уже говорилось выше, в линейном приближении уравнения вязкой консолидации также решаются независимо от теплового режима и характера фазовых превращений. Эти факторы влияют лишь на размер области определения вязкой консолидации. Скорость же фазовых превращений сама подстраивается под динамику двухфазного слоя. Это обстоятельство позволяет эффективно применять линейное приближение в достаточно сложных, в частности двумерных, моделях [6].

По современным представлениям, толщина астеносферы ~ 100 км. Пористость ее, рассчитанная с помощью геоэлектрических экспериментов и измеренной в лабораторных условиях проводимости горных пород, порядка 1%. В то же время степень подплавления f оценивается, исходя из степени истощения материнских ультраосновных пород, величиной 10–30%. Здесь возникает противоречие с соотношениями (3.2), согласно которым $f_* \sim m_*$. Это противоречие можно устранить, если допустить, что астеносфера имеет слоистое строение. Тогда, если ее разбить на 10–30 слоев, в каждом слое и будет примерно $m_* \sim f_* \sim 10^{-2}$, в то время как суммарное значение $f_* \sim 3 \cdot 10^{-1}$. Существует много косвенных геофизических данных [1], свидетельствующих о том, что астеносфера действительно имеет слоистое строение. Однако в силу грубости геофизических методов разрешить эти слои и даже качественно оценить эту структуру не удается.

Из размерностных соображений следует, что величина пьезометрической компоненты порового давления $p_*^a \sim \eta_* f_* v_* h_*^{-1}$. Наименее определенными являются параметры η_* и v_* . Примем $v_* = 1$ см/год, $\eta_* = 10^{21}$ Па·с, $m_* = 10^{-2}$, $h_* = 10$ км. Тогда $p_*^a \sim 1$ кбар (10^2 МПа). Это примерно соответствует пределу ползучести пород, который слабо зависит от температуры, всестороннего давления и времени воздействия. Поэтому не исключено, что в механизме образования слоистой структуры существенную роль играет явление магмаразрыва. Можно предположить, что на кровле двухфазных слоев с сообщающимися порами находятся каверны магмаразрыва, которые объединены в сообщающуюся систему. Данная схема объясняет наблюдаемое геологами дискретное различие глубин выплавок толеитового магматизма и намечает путь к решению известного парадокса тектоники плит — почему тепло и расплав, рассеянные в мантии на огромных расстояниях, концентрируются в линейных рифтовых зонах. [6]. На первый взгляд этот факт противоречит термодинамике. По каналам, объединяющим каверны магмаразрыва, магма способна перетекать на большие расстояния по горизонтали. Если в каком-то месте поровое давление падает (например, за счет местной разгрузки, вызванной наличием разломов в литосфере), то магма будет устремляться в эту зону, приводя к концентрации расплава.

В последние годы появилась серия работ, в которых двухфазная астеносфера описывается на основе моделей вязкой консолидации без фазовых переходов. Так, в [7] решена задача вязкой консолидации с неподвижной и непроницаемой нижней границей. Подобного рода процесс может быть реализован, например, в жесткой емкости с непроницаемыми стенками в лабораторных условиях. На основе этой модели был рассмотрен процесс отделения магмы от расплава, а в [8] на основе этой же модели исследовались петрологические и геохимические аспекты динамики магмы. Как следует из полученных выше результатов, при анализе физико-химических и геохимических процессов, вообще говоря, нельзя игнорировать фазовые превращения. Тем не менее можно представить себе такую ситуацию, при которой фильтрация расплава протекает настолько

интенсивно, что фазовыми превращениями можно пренебречь. Например, расплав может двигаться вверх в виде кинематической фильтрационной волны. В [9, 10] исследовались такие волны в форме солитонов, а в [11] — в форме уединенной волны, сосредоточенной в конечной области. Волновые движения могут возникнуть в стационарной системе в результате неустойчивости последней. Вопросы неустойчивости краевых задач вязкой консолидации и возникновения волновых и нестационарных процессов, по-видимому, не рассматривались.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каракин А. В., Лобковский Л. И. Механика раздвижения океанской литосферы // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, 1984. Т. 17. С. 63—151.
2. Рингвуд А. Е. Состав и петрология мантии Земли. М.: Недра, 1981. 584 с.
3. Шаповов В. Н., Голубев В. С. Динамика взаимодействия магмы с породами. Новосибирск: Наука, 1976. 236 с.
4. Карслоу Г. С., Эгер Л. К. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
5. Ahern J. L., Turcotte D. L. Magma migration beneath an ocean ridge // Earth and Planet. Sci. Lett. 1979. V. 45. P. 115—122.
6. Каракин А. В., Лобковский Л. И. Гидродинамика и структура двухфазной астеносферы // Докл. АН СССР. 1982. Т. 268. № 2. С. 324—328.
7. Richter F. M., McKenzie D. Dynamical models for melt segregation from a deformable matrix // J. Geology. 1984. V. 92. № 6. P. 729—740.
8. McKenzie D. P. The generation and compaction of partially molten rock // J. Petrol. 1984. V. 25. № 3. P. 713—765.
9. Scott D. R., Stevenson D. J. Magma solution // Geophys. Res. Lett. 1984. V. 11. № 11. P. 1161—1164.
10. Barcilon V., Richter F. M. Nonlinear waves in compacting media // J. Fluid Mech. 1986. V. 164. P. 429—448.
11. Каракин А. В. Некоторые задачи консолидации двухфазных сред с вязкодеформируемым скелетом // Тр. 1-й Всесоюз. геофиз. школы, Звенигород, 1984. М.: Ин-т физики Земли АН СССР, 1986. С. 87—100.

Москва

Поступила в редакцию
21.IV.1985