

УДК 532.51.014

**ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА О ПОГРУЖЕНИИ ДИСКА  
В СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ**

АЛЬБЕВ Г. А.

Решается нестационарная задача о наклонном входе диска в воду. Вода полагается идеальной сжимаемой жидкостью, течение — адиабатическим. Параметры течения и состояния определяются в процессе численного интегрирования системы нелинейных уравнений, описывающих данное течение, с помощью трехмерной конечно-разностной схемы [1]. Исследуются изменение во времени коэффициента сопротивления от числа Маха и углов входа и атаки, распределение давления и форма свободной поверхности, образующейся за диском.

Наклонный вход диска в воду и его последующее движение изучались в основном для скоростей, при которых сжимаемость воды несущественна [2-4]. Влияние сжимаемости на продолжительность времени нарастания и величину ударной нагрузки исследовалось экспериментально в диапазоне числа Маха  $0 < M_0 \leq 0,3$  [5]. Получены полуэмпирические зависимости для максимального значения коэффициента сопротивления, времени его нарастания.

1. Пусть диск радиусом  $r_0$ , находящийся под углом  $\alpha$  к свободной поверхности воды плотностью  $\rho$ , в момент времени  $t=0$  начинает погружаться с постоянной скоростью  $V_0$  и углом атаки  $\beta$ .

Задача решается в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ , жестко связанной с диском. Ось  $z$  при этом совмещена с осью диска и направлена в противоположную движению сторону. Поверхность диска лежит в плоскости  $z=0$ .

Параметры течения и состояния определяются уравнениями сплошности и движения жидкости [1] совместно с экспериментально установленной адиабатой для воды [6]

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial a r}{\partial z} + \frac{\partial b r}{\partial r} + \frac{\partial c}{\partial \varphi} = f \quad (1.1)$$

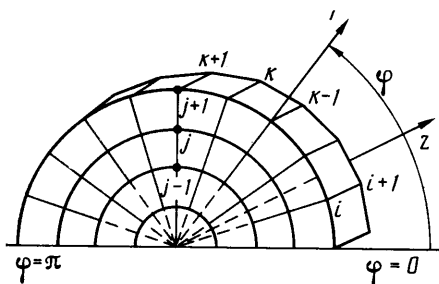
$$\sigma = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} p + \rho u^2 \\ \rho u v \\ \rho u w \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v \\ p + \rho v^2 \\ \rho v w \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ p + \rho w \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p + \rho w^2 \\ -\rho u w \end{bmatrix}$$

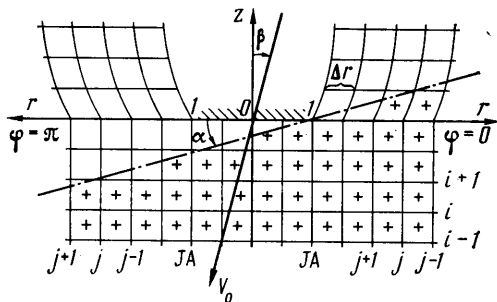
$$p = \frac{1}{\kappa} (\rho^\kappa - 1), \quad \kappa = 7,15$$

Здесь  $u, v, w$  — осевая, радиальная и угловая составляющие вектора скорости,  $p$  — избыточное давление.

Уравнения (1.1) записаны в безразмерном виде. Координаты отнесены к  $r_0$ ;  $u, v, w$  — к скорости звука  $a_0$  в невозмущенном потоке воды; время — к  $r_0/a_0$ ; плотность среды к  $\rho_0$ ; давление — к  $\rho_0 a_0^2$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

Граничные условия таковы: на свободной поверхности  $p=0$ ; на диске  $u=0$ . Начальные условия в невозмущенном потоке воды имеют вид

$$\begin{aligned} p=0, \quad \rho=1, \quad u=M_0 \cos \beta, \quad v=-M_0 \sin \beta \cos \varphi \\ w=M_0 \sin \beta \sin \varphi, \quad M_0=V_0/a_0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $M_0$  — число Маха набегающего потока.

2. Решение задачи находится путем интегрирования системы уравнений (1.1) по пространственному варианту разностной схемы сквозного счета [1].

Рассчитываемая область ограничена в направлении оси  $z$  начальной и конечной плоскостями  $z=z_-$  и  $z=z_+$ , в направлении координаты  $r$  — поверхностью  $r=R$ . Кроме того, в силу симметрии расчетная область ограничена плоскостями  $\varphi=0$  и  $\varphi=\pi$ , на которых ставятся условия непротекания, и делится на  $K$  угловых сегментов, каждый из которых разрешается на  $J$  слоев плоскостями  $z=\text{const}$  (фиг. 1). В свою очередь в меридиональных плоскостях  $\varphi=\text{const}$  (фиг. 2) прямые  $z=\text{const}$  разбиваются на  $J$  отрезков, длина которых изменяется линейно от наименьшего значения  $\Delta r=1/JA$ , принадлежащего отрезку, примыкающему к свободной поверхности ( $z>0$ ) или к поверхности  $r=1$  ( $z\leq 0$ ). Поверхность диска задается соотношениями  $z=0$ ,  $0\leq r\leq 1$ ,  $0\leq \varphi\leq \pi$ . Радиус диска разбивается на  $JA$  равных отрезков длиной  $\Delta r$ .

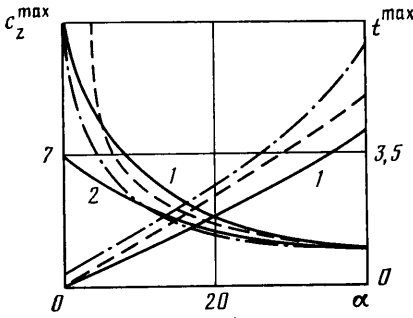
Точки двух соседних вертикальных прямых  $z=\text{const}$  с одинаковыми номерами  $j$  ( $j=1, \dots, J+1$ ) соединяются (в плоскости  $\varphi=\text{const}$ ) прямолинейными отрезками. В результате этого образуются элементарные четырехугольные ячейки. Аналогичным образом прямолинейными отрезками соединяются вершины ячеек, имеющих одинаковые номера  $j$  и принадлежащих сечениям  $\varphi=\varphi_k$  и  $\varphi=\varphi_k+h_\varphi$  ( $h_\varphi=\pi/K$ ). Получающимся элементарным шестигранникам (расчетным ячейкам) присваиваются три полуцелых индекса:  $i+1/2$ ,  $j+1/2$ ,  $k+1/2$ . В соответствии с рекомендациями [1] производится объединение ячеек, расположенных у оси  $z$ , путем выбрасывания границ, показанных на фиг. 1 штриховыми линиями.

Начальное положение свободной поверхности воды задается уравнением  $z=(r \cos \varphi - 1) \operatorname{tg} \alpha$  ( $0\leq r\leq R$ ,  $0\leq \varphi\leq \pi$ ) (штрихпунктир на фиг. 2). Расчетные ячейки, у которых значение координаты средней линии  $z_{j+1/2, j+1/2, k+1/2}=z_i+h_z/2$  ( $h_z=z_{i+1}-z_i$ ) не превосходят по величине координаты свободной поверхности, т. е. когда выполняется условие

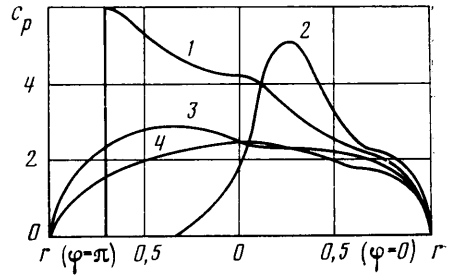
$$z_i+h_z/2\leq(r \cos \varphi - 1) \operatorname{tg} \alpha \quad (2.1)$$

считаются заполненными жидкостью. На фиг. 2 эти ячейки отмечены крестиками. В результате свободная поверхность, вообще говоря, имеет ступенчатый вид. В ячейках, заполненных жидкостью, в качестве начальных значений задаются параметры невозмущенного потока.

В ячейках, которые не заполнены водой, задается давление  $p=0$ , которое используется в качестве граничного условия при расчете величин в соседних с ними ячейках, заполненных жидкостью.



Фиг. 3



Фиг. 4

Расчет параметров течения и состояния в элементарных ячейках производится по алгоритму [1] с шагом по времени  $\Delta t$ , выбранному из условий устойчивости. Расчет проводится только в ячейках, которые в рассматриваемый момент времени заполнены водой.

Скорость подъема свободной поверхности по оси  $z$  определяется по формуле

$$U_{i+1, j+1/2, k+1/2} = u_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} + \frac{2}{\kappa-1} [(\kappa p_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} + 1)^{(\kappa-1)/2\kappa} - 1]$$

полученной в [1] из задачи о распаде разрыва.

Когда расстояние, проходимое свободной поверхностью

$$L_{i+1, j+1/2, k+1/2} = \sum_{n=1}^N U_{i+1, j+1/2, k+1/2} \Delta t^n$$

где  $U_{i+1, j+1/2, k+1/2}$  — скорость свободной поверхности на  $n$ -м шаге по времени ( $n=1, \dots, N$ ), превысит половину величины шага по координате  $z$ , т. е. когда выполнится условие  $L_{i+1, j+1/2, k+1/2} > h_z/2$ , тогда ячейка с номером  $(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$  считается заполненной жидкостью. Параметры в ней полагаются такими же, как в ячейке  $(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$ .

Форма каверны определяется с помощью подвижной в направлении оси  $r$  сетки аналогично двумерному варианту [1].

Величины, характеризующие размеры расчетной области, степень ее дробления на элементарные ячейки, выбирались такими, что при их увеличении картина течения не изменялась, т. е.  $z_- = -10$ ,  $z_+ = 4$ ,  $R = 15$ ,  $K = 18$ ,  $I = 60$ ,  $J = 40$ ,  $JA = 20$ .

В результате расчета на каждом временном шаге определяются параметры течения и состояния, форма каверны, коэффициент распределения давления по радиусу диска и коэффициент лобового сопротивления

$$c_p = \frac{2p}{M_0^2}, \quad c_z = \frac{2}{\pi M_0^2} \int_0^{\pi} \int_0^r pr \, dr \, d\varphi$$

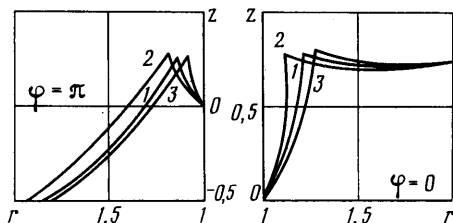
где  $p(r, \varphi)$  — давление на диске ( $0 \leq \varphi \leq \pi$ ).

3. На фиг. 3 для чисел  $M_0 = 0,2$  и  $1$  сплошными линиями, обозначенными 1 и 2 соответственно, показаны рассчитанные зависимости максимального значения коэффициента лобового сопротивления  $c_z^{\max}$  и времени его нарастания  $t^{\max}$  в диапазоне изменения угла входа  $0 \leq \alpha \leq 40^\circ$  при  $\beta = 0$ . Там же приведены результаты экспериментов, полученные при входе диска в несжимаемую жидкость [3] (штриховые линии) и в жидкость с низкой скоростью звука для  $M_0 = 0,2$  [5] (штрихпунктир).

Численные результаты удовлетворительно согласуются с опытными данными. Некоторое их отличие можно объяснить влиянием воздушной подушки, образующейся в экспериментах [5] между свободной поверхностью и диском, что проявляется в большей степени при углах входа  $\alpha$ , близких к нулю.

С увеличением числа  $M_0$  величина  $c_z^{\max}$  (при  $\alpha = \text{const}$ ,  $\beta = \text{const}$ ) уменьшается. Однако с увеличением угла  $\alpha$  влияние сжимаемости, как это видно, становится несущественным.

На фиг. 4 представлены результаты расчета коэффициента распределения давления  $c_p$  по диаметру диска ( $0 \leq r \leq 1$ ) в плоскостях  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi$  для числа  $M_0 = 1$ . Кривая 1 соответствует моменту времени  $t = 0,45$ , когда диск, входящий в воду под углом  $\alpha = 13^\circ$  с нулевым углом атаки, не пол-



Фиг. 5

ностью замат жидкостью. В этих условиях подъема свободной поверхности воды под диском не происходит. Поэтому давление достигает своего максимального значения на линии пересечения диска с жидкостью. Зависимость 2 получена при  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 0$  для  $t = 0,45$ ; диск при этом погружен также не полностью. В этих условиях образуется подъем свободной поверхности воды, что приводит к качественному изменению распределения давления по диску.

При дальнейшем обтекании, когда диск уже полностью погружен в воду, давление на нем относительно выравнивается (кривая 3,  $\alpha = 13^\circ$ ,  $\beta = 0$ ,  $t = 0,9$ ). При наличии угла атаки этот процесс протекает несколько интенсивнее (кривая 4,  $\alpha = 13^\circ$ ,  $\beta = -10^\circ$ ,  $t = 0,9$ ).

На фиг. 5 приведены рассчитанные формы каверны и свободной поверхности в плоскостях  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi$  при входе диска в воду под углом  $\alpha = 20^\circ$  с углами атаки  $\beta = 0$  (1),  $-10^\circ$  (2),  $10^\circ$  (3) в момент времени  $t = 0,9$  для числа  $M_0 = 0,5$ . Видно, что при несимметричном входе, даже с нулевым углом атаки, каверна деформируется. Это можно объяснить тем, что к началу образования каверны в сечениях, близких к  $\varphi = \pi$ , частицы жидкости приобретают большую радиальную скорость, образующуюся в результате подъема свободной поверхности воды. Кроме того, при наличии угла атаки каверна (кривые 2, 3) отклоняется в направлении поперечной составляющей скорости невозмущенного потока.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шорыгин О. П. Погружение в жидкость тел вращения простейших форм под углом к свободной поверхности // Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. М.: Наука, 1973. С. 397-403.
2. Шорыгин О. П., Шульман Н. А. Вход в воду диска с углом атаки // Уч. зап. ЦАГИ. 1977. Т. 8. № 1. С. 12-21.
3. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 215 с.
4. Ерошин В. А. Погружение диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 142-144.
5. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
6. Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967. 387 с.

Ленинград

Поступила в редакцию  
18.II.1987