

УДК 536.25

**ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ В МЕЛКОЙ ВАННЕ
РАСПЛАВА ПРИ ПЛАВЛЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА
КОНЦЕНТРИРОВАННЫМ ПОТОКОМ ЭНЕРГИИ**

ГУСЬКОВ А. Г., СМУРОВ И. Ю., УГЛОВ А. А.

Исследуется нестационарное термокапиллярное движение жидкой фазы (движение, вызываемое зависимостью поверхностного натяжения от температуры и неоднородностью нагрева свободной поверхности расплава) при плавлении металлов концентрированными потоками энергии (КПЭ) с учетом изменения размеров и формы ванны расплава во времени. Предполагается, что свободная поверхность жидкости плоская, а ванна расплава — мелкая, т. е. ее радиус значительно превышает глубину. Показано, что движение дна ванны в глубь металла оказывает существенное влияние на гидродинамические процессы и приводит к количественным и качественным отличиям от результатов, полученных для течений с плоскими и неподвижными границами слоя жидкости.

Физико-химические процессы, обусловленные плавлением металлов КПЭ, существенно зависят от характера перемешивания расплава [1]. В [2–8] исследована термокапиллярная конвекция в области с неизменной геометрией границ при стационарном [2, 4–6] и нестационарном [3, 7, 8] режимах течения. В [5–7] развиты методы расчета течений с учетом искривления свободной поверхности жидкости.

1. Постановка задачи. Рассмотрим нестационарное термокапиллярное движение жидкой фазы в мелкой ванне расплава при плавлении полубесконечного твердого тела КПЭ. В цилиндрической системе координат r, z (ось z направлена в глубь металла) поверхность фазового перехода, т. е. форма ванны, определяется уравнением $z=S(r, t)$, где t — время. Поглощенная на поверхности $z=0$ плотность потока энергии распределена по закону Гаусса $q(r)=q_0 \exp(-kr^2)$, где k — коэффициент сосредоточенности. Таким образом, рассматриваемая задача характеризуется цилиндрической симметрией. В момент начала плавления $t=t_m$ скорости движения расплава равны нулю. Из теории пограничного слоя [9] известно, что можно пренебречь силами инерции по сравнению с силами трения, если приведенное число Рейнольдса $Re=(v_r r_0/v)(S/r_0)^2 \ll 1$, т. е. если скорость v_r достаточно мала. Малость отброшенных членов по сравнению с $\partial v_r/\partial t$ и $\partial v_z/\partial t$ следует из соотношения $v_z \ll S/(t-t_m)$. Действительно, в этом случае можно пренебречь инерционными членами в уравнениях Навье — Стокса $v_r \partial v_z/\partial r \sim v_r v_z/r_0 \sim v_z^2/S$, $v_z \partial v_z/\partial z \sim v_z^2/S$ по сравнению с $\partial v_z/\partial t \sim v_z/(t-t_m)$ и $v_r \partial v_r/\partial r \sim v_r^2/r_0 \sim v_r v_z/S$, $v_z \partial v_r/\partial z \sim v_r v_z/S$ по сравнению с $\partial v_r/\partial t \sim v_r/(t-t_m)$. Здесь v_r, v_z — проекции скорости движения жидкости на оси r и z , $r_0=1/\sqrt{k}$ — характерный радиус пятна нагрева. Предположим также, что ванна расплава мелкая, т. е. $S \ll r_0$. В этом случае

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} \sim \frac{v_i}{r_0^2} \ll \frac{\partial^2 v_i}{\partial z^2} \sim \frac{v_i}{S^2}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_i}{\partial r} \sim \frac{v_i}{r_0^2} \ll \frac{\partial^2 v_i}{\partial z^2}, \quad i=r, z$$

и, следовательно, математическая формулировка задачи о термокапилляр-

ной конвекции имеет вид

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = f(r, t) = \frac{\alpha}{\eta} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (z=0), \quad \alpha = \left| \frac{d\sigma}{dT} \right| \quad (1.4)$$

$$v_r(r, S, t) = v_z(r, S, t) = v_z(r, 0, t) = 0 \quad (1.5)$$

Здесь $p(r, z, t)$ — давление, η и ν — динамическая и кинематическая вязкости расплава, $\sigma(T)$ — поверхностное натяжение, T — температура. Предполагается, что $d\sigma/dT < 0$, если же $d\sigma/dT > 0$, то всюду следует α заменить на $-\alpha$. В дальнейшем рассматриваются времена $t < t_K$, где $T(0, 0, t_K) = T_K$ — температура кипения, поскольку при $t \geq t_K$ имеет место развитое испарение с поверхности; следствием его являются большие градиенты давления отдачи паров металла, порождающие вынужденную конвекцию, которая может сильно влиять на характер течения жидкости.

Для того чтобы определить функции $T(r, 0, t)$ и $S(r, t)$, необходимо, вообще говоря, совместно с (1.1)–(1.5) решить задачу теплопроводности с условием стефановского типа на границе фазового перехода и с учетом конвективного переноса тепла. Однако существуют такие режимы течения жидкости, которые позволяют приближенно решить тепловую задачу в мелкой ванне независимо от (1.1)–(1.5). Использованное выше условие $v_z \Delta t \ll S$ дает возможность пренебречь конвективными слагаемыми в уравнении теплопроводности $v_r \partial T / \partial r \sim v_r \Delta T / r_0 \sim v_z \Delta T / S$, $v_z \partial T / \partial z \sim v_z \Delta T / S$ по сравнению с $\partial T / \partial t \sim \Delta T / \Delta t$. В мелкой ванне расплава

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \sim \frac{\Delta T}{r_0^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \sim \frac{\Delta T}{S^2}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \sim \frac{\Delta T}{r_0^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial S}{\partial r} \ll 1$$

В предположении, что коэффициенты теплопроводности λ_i и температуропроводности a_i жидкой ($i=1$) и твердой ($i=2$) фаз постоянны и, вообще говоря, различны, математическая формулировка задачи плавления такова

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \quad \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}$$

$$T_1(r, S, t) = T_2(r, S, t) = T_m$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} + \rho L \frac{\partial S}{\partial t} \quad (z=S(r, t)) \quad (1.6)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = q_0 \exp(-kr^2) \quad (z=0)$$

$$T_2(r, \infty, t) = T_2(r, z, 0) = T_0$$

Здесь $T_i(r, z, t)$ — температура жидкой ($i=1$) и твердой ($i=2$) фаз, T_m — температура плавления, ρ — плотность, L — удельная теплота плавления

ления, T_0 — начальная температура. Заменой переменных

$$z = x \frac{q_0}{q}, \quad t = \tau \left(\frac{q_0}{q} \right)^2, \quad S = s(\tau) \frac{q_0}{q}$$

$$T_i(r, z, t) = u_i(x, \tau)$$

задача (1.6) сводится к одномерной нестационарной задаче плавления полубесконечного тела КПЭ

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial u_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad \frac{1}{a_2} \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}$$

$$u_1(s, \tau) = u_2(s, \tau) = T_m$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \rho L \frac{ds}{d\tau} \quad (x = s(\tau)) \quad (1.7)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = q_0 \quad (x = 0)$$

$$u_2(\infty, \tau) = u_2(x, 0) = T_0$$

Решение задачи (1.7) приведено в [10]. Координата границы ванны расплава $R(t)$ на поверхности металла $z=0$ определяется из уравнения $S(R, t) = 0$. Поэтому

$$R(t) = \left(\frac{1}{2k} \ln \frac{t}{t_m} \right)^{1/2}, \quad t_m = \frac{\pi}{a_2} \left[\frac{\lambda_2 (T_m - T_0)}{2q_0} \right]^2 \quad (1.8)$$

где t_m — время начала плавления. Из (1.8) видно, что на начальной стадии плавления ($t \rightarrow t_m$) радиус ванны расплава резко возрастает, а в дальнейшем скорость его роста уменьшается.

Полученное в [10] решение тепловой задачи (1.6) используется для решения задачи (1.1) — (1.5).

2. Поле скоростей движения жидкости. В мелкой ванне выполняются неравенства $v_z \ll v_r$, $\partial v_z / \partial r \ll \partial v_r / \partial z$. Дифференцированием (1.1) по z , а (1.2) по r и вычитанием второго из первого получаем для функции $\varphi(r, z, t) = \partial v_r / \partial z - \partial v_z / \partial r \approx \partial v_r / \partial z$ следующую задачу:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

$$\varphi(r, 0, t) = f(r, t), \quad \int_0^s dz \int_s^z \varphi(r, z_1, t) dz_1 = 0 \quad (2.1)$$

Переход от φ к функциям $v_r(r, z, t)$, $v_z(r, z, t)$ осуществляется с помощью уравнения неразрывности (1.3) по формулам

$$v_r = \int_s^z \varphi(r, z_1, t) dz_1, \quad v_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \int_0^z v_r dz_1 \right) \quad (2.2)$$

Функцию $f(r, t)$ представим в виде

$$f(r, t) = g(\tau) h(r)$$

$$g(\tau) = \tau \frac{\partial u_1(0, \tau)}{\partial \tau} > 0, \quad h(r) = -2 \frac{k\alpha}{n} r$$

Поэтому в переменных x, τ задача (2.1) имеет вид

$$\frac{\partial G}{\partial \tau} = v \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}, \quad G(x, \tau) = \frac{\varphi(r, z, t)}{h(r)} \quad (2.3)$$

$$G(0, \tau) = g(\tau) \quad (2.4)$$

$$\int_0^s dx \int_s^x G(x_1, \tau) dx_1 = 0 \quad (2.5)$$

Ниже будет показано, что в качестве начального условия для однозначного определения функции $G(x, \tau)$ достаточно потребовать ее ограниченности при $\tau \rightarrow t_m$.

Рассмотрим начальную стадию процесса. Для этого сделаем замену переменных $x = \xi s(\tau)$, $G(x, \tau) = H(\xi, \tau)g(\tau)$. Тогда задача (2.3)–(2.5) для $H(\xi, \tau)$ примет вид

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = -\frac{\dot{g}}{g} H + \frac{v}{s^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} + \frac{\dot{s}}{s} \xi \frac{\partial H}{\partial \xi} \quad (2.6)$$

$$H(0, \tau) = 1, \quad \int_0^1 d\xi \int_\xi^1 H(\xi_1, \tau) d\xi_1 = 0$$

В [10] показано, что на начальной стадии плавления скорость движения границы фазового перехода \dot{s} возрастает линейно со временем, поэтому

$$s(\tau) = s_0(\tau - t_m)^2 + \dots, \quad \tau \rightarrow t_m, \tau > t_m \quad (2.7)$$

Разложим также в ряд по степеням $\tau - t_m$ функции $g(\tau)$ и $H(\xi, \tau)$

$$g(\tau) = g_1(\tau - t_m) + g_2(\tau - t_m)^2 + \dots \quad (2.8)$$

$$H(\xi, \tau) = H_0(\xi) + H_1(\xi)(\tau - t_m) + H_2(\xi)(\tau - t_m)^2 + \dots$$

Отсутствие в (2.8) нулевого члена разложения функции $g(\tau)$ объясняется [10] тем, что $\partial u_1(0, \tau) / \partial \tau \propto ds/d\tau \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow t_m$. Подставив (2.7), (2.8) в (2.6) и приравняв члены с одинаковыми степенями $\tau - t_m$ в правых и левых частях уравнений, получаем

$$H_0 = 1 - \frac{3}{2} \xi, \quad H_1 = H_2 = 0, \quad H_3 = -\frac{s_0^2}{2v} \left(\xi^3 - 5\xi^2 + \frac{63}{20} \xi \right) \quad (2.9)$$

Видно, что при условии ограниченности в момент $\tau = t_m$ функция $H(\xi, \tau)$ определяется однозначно. Требование ограниченности $H(\xi, t_m)$ означает отбрасывание в разложении (2.8) членов с отрицательными степенями $\tau - t_m$.

Перейдем к расчету поля скоростей в расплаве. Проинтегрируем (2.5) по τ . Используя (2.3), (2.4), получим уравнение

$$\left(1 - \frac{s\dot{s}}{v} \right) G(s, \tau) - s \frac{\partial G(s, \tau)}{\partial x} = g(\tau) \quad (2.10)$$

Из (2.9) видно, что функция G при $\tau \rightarrow t_m$ является монотонно убывающей по x с выпуклостью вниз и имеет один нуль в некоторой точке $x_1(\tau)$, причем G при $\tau = t_m$ зависит от $\xi = x/s(\tau)$ линейным образом. Покажем, что с течением времени число нулей у G не увеличится. Пусть в момент τ^* в точке $x^* \neq x_1(\tau^*)$ функция G обращается в нуль. Это может реализоваться в одном из трех случаев.

1. $0 < x^* < x_1(\tau^*)$. Поскольку в этой области $G > 0$ при $\tau < \tau^*$, то при достаточно малых $\Delta\tau > 0$ функция $G(x, \tau^* - \Delta\tau)$ имеет в окрестности точ-

ки x^* локальный минимум. Следовательно, в этой окрестности $\partial^2 G(x, \tau^* - \Delta\tau) / \partial x^2 > 0$. Отсюда и из (2.3) следует, что $\partial G(x, \tau^* - \Delta\tau) / \partial \tau > 0$, т. е. $G(x, \tau^* - \Delta\tau)$ положительна и возрастает с течением времени (т. е. с уменьшением $\Delta\tau$), а следовательно, не может обращаться в нуль при $\tau = \tau^*$.

2. $x_1(\tau^*) < x^* < s(\tau^*)$. В этой области в окрестности точки x^* должен быть локальный максимум функции $G(x, \tau^* - \Delta\tau)$. Невозможность обращения G в нуль доказывается аналогично случаю 1.

3. $x^* = s(\tau^*)$. Поскольку при $\tau < \tau^*$ функция G в окрестности $s(\tau)$ отрицательна, то $\partial G / \partial x \geq 0$ при $\tau = \tau^*$, $x = s(\tau^*)$. Подставив в (2.10) $G[s(\tau^*), \tau^*] = 0$, получаем, что $\partial G / \partial x < 0$ при $\tau = \tau^*$, $x = s(\tau^*)$. Полученное противоречие доказывает невозможность обращения G в нуль при $x = s(\tau)$.

Таким образом, $G(x, \tau)$ имеет не более одного нуля.

Очевидно, что при изменении z от 0 до $S(r, t)$ проекция скорости v_r должна менять знак, поскольку в противном случае нарушится закон сохранения массы. Из (2.2) видно, что смена знака v_r невозможна без смены знака ϕ вдоль оси z . Поэтому функции G и ϕ всегда имеют только один нуль.

Это обстоятельство дает возможность для приближенного решения задачи (2.3)–(2.5) аппроксимировать $G(x, \tau)$ в интервале $0 \leq x \leq s(\tau)$ полиномом второй степени

$$G(x, \tau) = G_0(\tau) + G_1(\tau)x + G_2(\tau)x^2 \quad (2.11)$$

Функции G_0, G_1, G_2 определим из (2.4), (2.5), а вместо уравнения (2.3) используем (2.10). Решив полученную таким образом систему трех алгебраических уравнений, получим

$$G_0(\tau) = g(\tau), \quad G_1(\tau) = -3 \frac{g(\tau)}{s(\tau)} \frac{2+b(\tau)}{4+b(\tau)}$$

$$G_2(\tau) = 2 \frac{g(\tau)}{s^2(\tau)} \frac{b(\tau)}{4+b(\tau)}, \quad b(\tau) = \frac{ss'}{v}$$

Подставив (2.11) в (2.2), получаем поле скоростей движения жидкости

$$v_r = \frac{Sf}{6(4+b)} [-6-b+6(4+b)y-9(2+b)y^2+4by^3], \quad v_z = -V_1 - V_2 \quad (2.12)$$

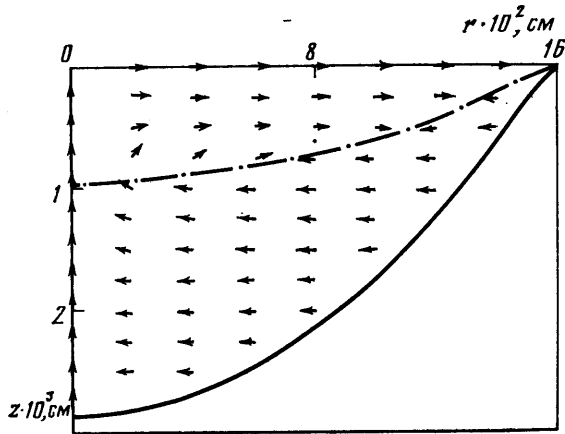
$$V_1 = W_1 y [-6-b+3(4+b)y-3(2+b)y^2+by^3], \quad V_2 = W_2 \frac{S^2 f}{6(4+b)}$$

$$W_1 = \frac{1}{3(4+b)} \left[\frac{S^2 f}{2r} + S \frac{\partial S}{\partial r} f + \frac{1}{2} S^2 \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{S^2 f}{2(4+b)} \frac{\partial b}{\partial r} \right]$$

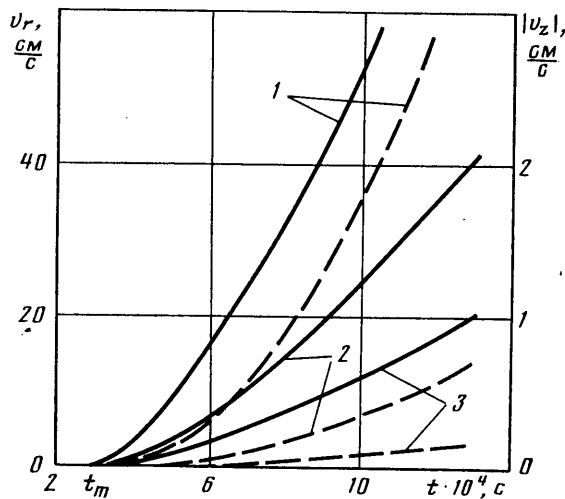
$$W_2 = y \left\{ \frac{6+b}{S} \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial b}{\partial r} + y \left[3 \frac{\partial b}{\partial r} - 6 \frac{4+b}{S} \frac{\partial S}{\partial r} \right] - \right.$$

$$\left. - y^2 \left[3 \frac{\partial b}{\partial r} - 9 \frac{2+b}{S} \frac{\partial S}{\partial r} \right] + y^3 \left[\frac{\partial b}{\partial r} - 4 \frac{b}{S} \frac{\partial S}{\partial r} \right] \right\}, \quad y = \frac{z}{S}$$

На фиг. 1 изображено поле направлений вектора скорости движения жидкости в ванне, полученное из (2.12) без учета абсолютной величины скорости v для плавления титана: $q_0 = 5 \cdot 10^4$ Вт/см², $k = 25$ см⁻², $t = 10^{-3}$ с. Движение имеет вихревую структуру, причем в центре пятна нагрева расплав движется к поверхности, а на поверхности $z=0$ — от центра к краям ванны, поскольку термокапиллярная сила, действующая на расплав со стороны поверхности, направлена в сторону увеличения поверхностного натяжения, т. е. при $d\sigma/dT < 0$ в сторону уменьшения температуры. Если же поверхностное натяжение увеличивается с ростом тем-



Фиг. 1



Фиг. 2

пературы, что имеет место в достаточно редких случаях, то $ds/dT > 0$ и, следовательно, знаки v_r и v_z в (2.12) следует изменить на противоположные. В этом случае движение жидкости будет происходить в обратном направлении. Решив с помощью (2.12) уравнение $v_r = 0$ относительно y , можно определить координату поворота течения

$$y_0 = \frac{1}{8b} (18 + 5b - \sqrt{9b^2 + 84b + 324})$$

Анализ этой формулы показывает, что значение y_0 зависит от r и t слабо и равно приблизительно 0,33 (штрихпунктирная линия на фиг. 1). Вихрь сильно сплюснут в направлении оси z , что соответствует исходному предположению $v_z \ll v_r$: за исключением узких областей вблизи центра пятна нагрева $r=0$ и вблизи точек поворота течения $y=y_0$ жидкость движется практически параллельно поверхности $z=0$.

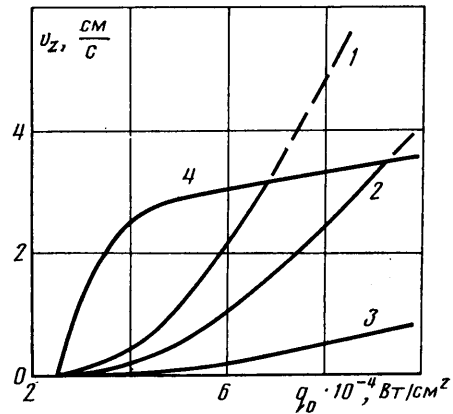
На фиг. 2 изображена зависимость от времени проекции скорости движения расплава v_r (сплошные кривые) в точке $z=0$, $r=R(t)/2$ и $|v_z|$ (штриховые кривые) в точке $z=S(0, t)/3$, $r=0$ при плавлении титана: $q_0 = 5 \cdot 10^4$ Вт/см², $k=100, 20$ и 5 см⁻² (кривые 1-3). Видно, что на начальной стадии плавления (при $t \rightarrow t_m$) производные $\partial v_r / \partial t$ и $\partial v_z / \partial t$ равны нулю, а скорость движения фронта плавления возрастает со временем линейно

[10]. Это означает, что на начальном этапе $\partial S/\partial t$ значительно превосходит v_r и v_z , поэтому при исследовании гидродинамических процессов в ванне расплава необходимо учитывать движение границы фазового перехода.

Изменение со временем формы и размеров дна ванны расплава приводит также к следующей интересной особенности рассматриваемого явления. В ванне с неподвижным дном область, в которой скорость движения жидкости заметно отлична от нуля, имеет размер $\Delta z \sim \sqrt{\nu(t-t_m)}$ (это следует из уравнения параболического типа (2.3)), т. е. при $t \rightarrow t_m$ во всем расплаве, за исключением тонкого слоя вблизи поверхности $z=0$ толщиной Δz , жидкость неподвижна. В рассмотренной же задаче с движущимся дном ванны (1.1)–(1.5) скорость движения расплава имеет один и тот же порядок величины во всем расплаве, за исключением узкого пограничного слоя вблизи фронта плавления и в центре вихря. Это связано с тем, что в момент начала плавления глубина ванны равна нулю, т. е. ее дно совпадает с поверхностью $S(r, t_m)=0$, причем скорость ее движения $\partial S/\partial t$ при $t=t_m$ также равна нулю. Поэтому скорость роста зоны влияния термокапиллярной силы $d\Delta z/dt$ значительно превышает скорость увеличения размеров ванны расплава при $t \rightarrow t_m$. Таким образом, жидкость во всей ванне мгновенно реагирует на наличие термокапиллярной силы, приводящей ее в движение.

Можно показать, что в бесконечном плоском слое жидкости с движущимся дном положение максимума скорости ее движения на поверхности $v_r(r, 0, t)$ совпадает с положениями максимумов функций $|\partial T(r, 0, t)/\partial r|$ и $|dq(r)/dr|$. Анализ полученных выше результатов показывает, что максимум скорости $v_r(r, 0, t)$ достигается в точке $r \approx R(t)/2$ и расположен ближе к центру пятна нагрева, чем максимум $|\partial T(r, 0, t)/\partial r|$. Это обстоятельство является следствием зависимости от радиальной координаты функции $S(r, t)$, т. е. отличия ванны от плоского слоя.

Таким образом, при исследовании термокапиллярной конвекции в расплаве необходимо учитывать как движение в глубь металла границы фазового перехода, так и ее форму.



Фиг. 3

На фиг. 3 изображена зависимость скорости движения жидкости v_z в глубь ванны в точке $z=S(r, t)/3$, $r=3R(t)/4$ в момент времени $t=10^{-3}$ с от плотности потока q_0 при плавлении титана КПЭ с коэффициентом сосредоточенности $k=200, 100$, и 20 см^{-2} (кривые 1–3). Кривая 4 соответствует скорости движения фронта плавления $\partial S(r, t)/\partial t$. Поскольку при $v_z > \partial S/\partial t$ нарушается условие $v_z \Delta t \ll S$, то штриховые линии на фиг. 3 выходят за пределы применимости приближенного решения (2.12) и имеют поэтому смысл оценки по порядку величины.

Из-за нестационарности рассмотренного процесса форма и размеры вихря изменяются с течением времени, а следовательно, изменяются и размеры траекторий движения частиц жидкости, что приводит как к количественным, так и к качественным отличиям полученных результатов от [3–6].

Пренебрежение в (1.6) конвективным теплопереносом по сравнению с кондуктивным соответствует условию $Re^* Pr \ll 1$, где $Pr = \nu/a_1$ — число Прандтля. Для жидких металлов выполняется неравенство $Pr \ll 1$ [2], благодаря которому при малости Re^* мало также и произведение $Re^* Pr$. Используя вытекающие из (1.6) и (2.12) соотношения $\lambda \Delta T/S \sim q_0$, $v_r \sim \alpha \Delta T S / 4 \eta r_0$, запишем приведенное число Рейнольдса в виде $Re^* = (\alpha / 4 \nu^2 \lambda) q_0 k S^4$. Изображенный на фиг. 1 режим конвекции соответствует $Re^* \approx 0,1$, $t_K \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$ с. Зависимость $s(\tau)$, приведенная в [10], имеет сложный параметрический вид. Оценка $S \sim \sqrt{\nu a \Delta t}$ [4], дающая завышенный

результат для толщины расплавленного слоя, позволяет переписать условие $Re^* \ll 1$ в виде $(\alpha a^2 / 4\rho\nu^2\lambda) q_0 k \Delta t^2 \ll 1$, откуда видно, что в уравнениях Навье — Стокса можно пренебрегать инерционными слагаемыми по сравнению с вязкостными, если рассматриваемые промежутки времени Δt достаточно малы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Зуев И. В., Кокора А. Н. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов. М.: Машиностроение, 1985. 495 с.
2. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
3. Гладуш Г. Г., Красицкая Л. С., Левченко Е. Б., Черняков А. Л. Термокапиллярная конвекция в жидкости под действием мощного лазерного излучения // Квант. электроника. 1982. Т. 9. № 4. С. 660–667.
4. Саночкин Ю. В. Термокапиллярная конвекция в тонком слое жидкости, локально нагреваемом сверху // ПМТФ. 1983. № 6. С. 134–137.
5. Выборнов С. И., Саночкин Ю. В. Термокапиллярная ячейка в слое тяжелой жидкости, подогреваемой сверху // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 176–180.
6. Саночкин Ю. В. Установившееся термокапиллярное движение в горизонтальном слое жидкого металла, локально нагреваемом сверху // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 146–152.
7. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. Термокапиллярная и термогравитационная конвекция в двухслойной системе с искривленной границей раздела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 175–179.
8. McTaggart C. L. Convection driven by concentration- and temperature-dependent surface tension // J. Fluid Mech. 1983. V. 134. P. 301–310.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
10. Углов А. А., Смуров И. Ю., Гуськов А. Г. О расчете плавления металлов концентрированным потоком энергии // Физика и химия обработки материалов. 1985. № 3. С. 3–8.

Москва

Поступила в редакцию
19.VIII.1986