

УДК 536.25

ХЕМОКОНЦЕНТРАЦИОННЫЙ КАПИЛЛЯРНЫЙ ЭФФЕКТ ПРИ ДВИЖЕНИИ КАПЛИ В ЖИДКОСТИ

ГОЛОВИН А. А., ГУПАЛО Ю. П., РЯЗАНЦЕВ Ю. С.

Исследуется влияние поверхностной химической реакции с участием растворимого слабого поверхностно-активного вещества на движение капли жидкости. Показано, что возникающая из-за собственного движения капли и химической реакции неоднородность распределения вещества вдоль поверхности за счет эффекта Марангони существенно влияет на характер движения капли и на силу, действующую со стороны окружающей каплю жидкости. При определенных условиях это приводит к возникновению силы тяги, пропорциональной скорости движения капли (хемоконцентрационный капиллярный эффект). Найдено условие возникновения силы тяги и зависимость ее от различных физических параметров.

Капиллярные явления, определяющие свойства межфазной поверхности в дисперсной системе, могут существенно изменять характер движения среды вблизи поверхности раздела фаз и приводить к интенсификации процессов массо- и теплопереноса [1–4]. Поэтому изучение таких явлений весьма важно для моделирования процессов экстракции, растворения и др.

Большой класс капиллярных явлений связан с локальным изменением поверхностного натяжения, обусловленным адсорбцией поверхностно-активных веществ на межфазной границе [5]. Вместе с тем возможны случаи, когда поверхностное натяжение зависит от концентрации вещества, которое образуется или исчезает в результате химической реакции на межфазной поверхности. В ряде работ (см., например, [6] и литературу, цитируемую в ней) показано, что поверхностные химические реакции различных типов могут приводить к неустойчивости первоначально покоящейся межфазной границы (плоской или сферической).

Ниже рассматривается влияние поверхностной химической реакции на движение капли. При этом изменение поверхностного натяжения вдоль поверхности капли связано с движением ее центра масс и определяется взаимодействием между процессами переноса импульса, диффузии реагирующих веществ и химического превращения активной компоненты. По аналогии с хемотермокапиллярными явлениями, обусловленными градиентами температуры вдоль поверхности движущейся капли, которые возникают в результате неизотермической поверхностной химической реакции [7–9], рассматриваемые здесь капиллярные эффекты уместно назвать хемоконцентрационными.

Решение задачи о движении капли при наличии хемоконцентрационного эффекта в общей постановке связано с существенными трудностями. Ниже строится асимптотическое решение упрощенной квазистационарной задачи для достаточно медленных движений капли (малые числа Рейнольдса и Пекле).

1. Постановка задачи. Рассмотрим сферическую каплю, движущуюся с постоянной скоростью в жидкости, заполняющей все пространство. На поверхности капли протекает химическая реакция первого порядка с поглощением или выделением активной компоненты, растворенной во внешней жидкости. Предполагается, что поверхностное натяжение капли линейно зависит от концентрации C этой компоненты на межфазной границе, т. е.

$$\sigma = \sigma_{\infty} + \frac{d\sigma}{dC} (C - C_{\infty}), \quad \frac{d\sigma}{dC} = \text{const} \quad (1.1)$$

где C_{∞} — концентрация активной компоненты в невозмущенном потоке.

Для простоты будем также полагать, что растворимость активной компоненты в дисперсной фазе пренебрежимо мала, а концентрация веществ

ва, растворенного в дисперсной фазе, меняется в результате химической реакции незначительно (в частности, оно может служить катализатором) и его растворимость в сплошной фазе не существенна. Ограничимся случаями, когда адсорбция активной компоненты на межфазной поверхности, поток Стефана, а также баро- и термодиффузия незначительны, жидкости внутри и вне капли вязкие и несжимаемые. Будем считать, что движение капли достаточно медленное, так что можно пренебречь инерционными эффектами, и капля сохраняет сферическую форму.

Введем сферическую систему координат, связав ее с центром капли и направив полярную ось вдоль скорости потока на бесконечности. Используя осевую симметрию задачи и условия несжимаемости, введем безразмерные функции тока ψ_i для поля скоростей и безразмерные давления p_i жидкости вне ($i=1$) и внутри капли ($i=2$), причем масштабами длины, скорости и давления служат радиус капли a , скорость невозмущенного потока U_∞ и величина $\mu_i a^{-1} U_\infty$, где μ_1, μ_2 — коэффициенты динамической вязкости жидкости вне и внутри капли. Тогда в рамках сделанных предположений поля скоростей и давлений внутри и вне капли и поле концентрации в безразмерной форме описываются следующей системой уравнений и граничных условий:

$$E^4 \psi_i = 0; \quad E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1-\mu^2}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \mu^2}, \quad \mu = \cos \theta$$

$$\frac{\partial(p_i + \pi_i)}{\partial r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \mu} (E^2 \psi_i) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial(p_i + \pi_i)}{\partial \mu} = \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial r} (E^2 \psi_i), \quad i=1, 2$$

$$r \rightarrow \infty, \quad \psi_i \rightarrow \frac{1}{2} r^2 (1-\mu^2); \quad r=0, \quad \psi_2/r^2 < \infty$$

$$r=1, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial \mu} = \frac{\partial \psi_2}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial r} = \frac{\partial \psi_2}{\partial r}$$

$$\Delta z = \frac{Pe}{r^2} \frac{\partial(\psi_i, z)}{\partial(r, \mu)}; \quad r \rightarrow \infty, \quad z=0; \quad r=1, \quad \frac{\partial z}{\partial r} = k(z-1) \quad (1.3)$$

$$r=1, \quad \left(2 \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) (\psi_1 - \beta \psi_2) = -M_c (1-\mu^2) \frac{\partial z}{\partial \mu} \quad (1.4)$$

$$r=1, \quad -\frac{1}{2} (p_1 - \beta p_2) - \frac{\partial^2 (\psi_1 - \beta \psi_2)}{\partial r \partial \mu} = \frac{Re}{We} - M_c z \quad (1.5)$$

Здесь

$$z = \frac{C_\infty - C}{C_\infty}, \quad k = \frac{aK_s}{D}, \quad Re = \frac{\rho_1 a U_\infty}{\mu_1}, \quad Pe = \frac{a U_\infty}{D}$$

$$We = \frac{\rho_1 a U_\infty^2}{\sigma_\infty}, \quad M_c = \frac{C_\infty}{\mu_1 U_\infty} \frac{\partial \sigma}{\partial C}, \quad \beta = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

(z — степень превращения активной компоненты, K_s — константа скорости поверхностной реакции, k — ее безразмерное значение Re, Pe, We — числа Рейнольдса, Пекле и Вебера, M_c — концентрационное число Марангони, β — отношение вязкостей жидкостей внутри и вне капли, π_i — безразмерный потенциал массовых сил). При записи условий (1.4), (1.5) использовано соотношение (1.1).

2. Поле скоростей и распределение концентрации. Решение задачи (1.2)–(1.5) будем строить по следующему плану. Сначала находим решение неполной краевой задачи (1.2), которое будет содержать бесконечный набор неизвестных постоянных. Используя затем полученное выражение для функции тока течения вне капли, найдем приближенное ре-

шение задачи (1.3) при помощи асимптотического метода. Наконец, удовлетворяя крайвым условиям баланса касательных (1.4) и нормальных напряжений (1.5) на поверхности капли, определим неизвестные постоянные. Сразу же отметим, что в общем случае при наличии инерционных эффектов форма капли может меняться под действием напряжений на ее границе и исходная краевая задача, соответствующая (1.2)–(1.5), дает возможность найти также форму капли. Если же, как это сделано для простоты выше, форму капли считать сферической, то, вообще говоря, условие (1.5) может быть удовлетворено лишь приближенно, при малых числах Вебера (см., например, [9]). Вместе с тем, как будет видно из дальнейшего, в случае достаточно медленных движений капли в поле консервативных массовых сил ее сферическая форма сохраняется и указанная трудность не возникает, т. е. оба условия (1.4), (1.5) могут быть удовлетворены.

Решение задачи (1.2), не имеющее особенностей во всем поле течения, имеет вид

$$\psi_1 = \left(r^2 + Ar - \frac{A+1}{r} \right) \frac{1-\mu^2}{2} + \sum_{n=3}^{\infty} A_n (r^{-n+3} - r^{-n+1}) G_n(\mu) \quad (2.1)$$

$$\psi_2 = \left(A + \frac{3}{2} \right) (r^4 - r^2) \frac{1-\mu^2}{2} + \sum_{n=3}^{\infty} A_n (r^{n+2} - r^n) G_n(\mu)$$

где $G_n(\mu)$ — полиномы Гегенбауэра первого рода порядка n и степени $-1/2$. Сила, действующая на движущуюся сферическую каплю, равна [10]

$$F = 4\pi A \eta_1 a U_{\infty} \quad (2.2)$$

(за положительное направление силы выбрано направление скорости капли в лабораторной системе координат).

Предполагая, что число Пекле мало, и используя полученное выражение для функции тока, описывающей течение вне капли, найдем асимптотическое решение задачи (1.3). Задача является сингулярно возмущенной, поэтому для построения решения применим метод сращиваемых асимптотических разложений, согласно которому решения во внутренней $\Omega^{(i)} = \{1 \leq r \leq O(\text{Pe}^{-1})\}$ и внешней $\Omega^{(e)} = \{O(\text{Pe}^{-1}) \leq r\}$ областях ищем в виде

$$z^{(i)} = z_0^{(i)}(r, \mu) + \varepsilon_1^{(i)}(\text{Pe}) z_1^{(i)}(r, \mu) + \dots \text{ в } \Omega^{(i)} \quad (2.3)$$

$$z^{(e)} = z_0^{(e)}(\rho, \mu) + \varepsilon_1^{(e)}(\text{Pe}) z_1^{(e)}(\rho, \mu) + \dots \text{ в } \Omega^{(e)}, \quad \rho = \text{Pe} r$$

где $\varepsilon_1^{(i)}(\text{Pe}) \rightarrow 0$, $\varepsilon_1^{(e)}(\text{Pe}) \rightarrow 0$ при $\text{Pe} \rightarrow 0$ и многоточие означает члены более высокого порядка малости по числу Пекле.

Члены внутреннего разложения определяются из решения уравнения (1.3) с граничным условием при $r=1$ с точностью до набора произвольных постоянных. Члены внешнего разложения определяются также с точностью до набора произвольных постоянных из решения уравнения (1.3), записанного с учетом введения внешней переменной ρ , и условия на бесконечности

$$\Delta_{\rho} z^{(e)} = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial(\psi^{(e)}, z^{(e)})}{\partial(\rho, \mu)}; \quad \rho \rightarrow \infty, \quad z^{(e)} \rightarrow 0 \quad (2.4)$$

$$\psi^{(e)} = \text{Pe}^2 \psi = 1/2 \rho^2 (1 - \mu^2) + O(\text{Pe})$$

Здесь Δ_{ρ} — оператор Лапласа в переменных ρ, μ . Произвольные постоянные определяются в результате сращивания внутреннего и внешне-

го разложений

$$z^{(i)}(r \rightarrow \infty) \cong z^{(e)}(\rho \rightarrow 0) \quad (2.5)$$

Задача определения нулевых членов обоих разложений и первого члена внешнего разложения оказывается полностью аналогичной рассмотренной ранее [11]. Результат имеет вид

$$z_0^{(e)} = 0, \quad z_0^{(i)} = \frac{q}{r}, \quad z_1^{(e)} = \frac{q}{\rho} \exp\left[\frac{1}{2}\rho(\mu-1)\right] \quad (2.6)$$

$$q = \frac{k}{k+1}, \quad \varepsilon_1^{(e)} = \varepsilon_1^{(i)} = \text{Re}$$

Для первого члена внутреннего разложения, учитывая первое соотношение (2.1) и формулы (2.6), имеем задачу

$$\Delta z_1^{(i)} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \mu} \frac{\partial z_0^{(i)}}{\partial r} = -q \left(\frac{1}{r^2} + \frac{A}{r^3} - \frac{A+1}{r^5} \right) \mu -$$

$$-q \sum_{n=3}^{\infty} A_n (r^{-n-1} - r^{-n-3}) P_{n-1}(\mu); \quad r=1, \quad \frac{\partial z_1^{(i)}}{\partial r} = k z_1^{(i)} \quad (2.7)$$

Здесь $P_n(\mu)$ — полином Лежандра, $P_{n-1}(\mu) = -dG_n(\mu)/d\mu$. Общее решение уравнения (2.7)

$$z_1^{(i)} = \frac{q}{2} \left(1 + \frac{A}{r} + \frac{A+1}{2r^3} \right) \mu + \frac{q}{2} \sum_{n=2}^{\infty} A_{n+1} \left(\frac{r^{-n}}{n} + \right.$$

$$\left. + \frac{r^{-n-2}}{n+1} \right) P_n(\mu) + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{-n-1}) P_n(\mu) \quad (2.8)$$

Используя граничное условие в (2.7), находим линейные соотношения между произвольными постоянными a_n, b_n

$$b_0 = -q a_0, \quad b_1 = \frac{1-k}{k+2} a_1 - \frac{3}{4} \frac{q}{k+2} \left[A \left(k + \frac{5}{3} \right) + k + 1 \right]$$

$$(n-k) a_n - (n+1+k) b_n = \frac{q}{2(n+1)} A_{n+1} \left[2n+3+k \left(2 + \frac{1}{n} \right) \right], \quad n=2, 3, \dots$$

Наконец, срачивая $z_0^{(i)} + \text{Re } z_1^{(i)}$ с $\text{Re } z_1^{(e)}$, получим: $a_0 = -q/2$, $a_1 = a_2 = \dots = 0$. В результате внутреннее разложение для степени превращения можно записать в виде

$$z^{(i)} = \frac{q}{r} + \text{Re} \frac{q}{2} \left\{ -1 + \frac{q}{r} + \left(1 + \frac{A}{r} - \frac{3}{2(k+2)} \left[A \left(k + \frac{5}{3} \right) + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. + k + 1 \right] \frac{1}{r^2} + \frac{A+1}{2r^3} \right) \mu + \sum_{n=2}^{\infty} A_{n+1} \left[\frac{r^{-n}}{n} - \right.$$

$$\left. - \frac{(2n+1)(n+k+1)-1}{n(n+1)(n+k+1)} r^{-n-1} + \frac{r^{-n-2}}{n+1} \right] P_n(\mu) \left. \right\} + o(\text{Re}) \quad (2.9)$$

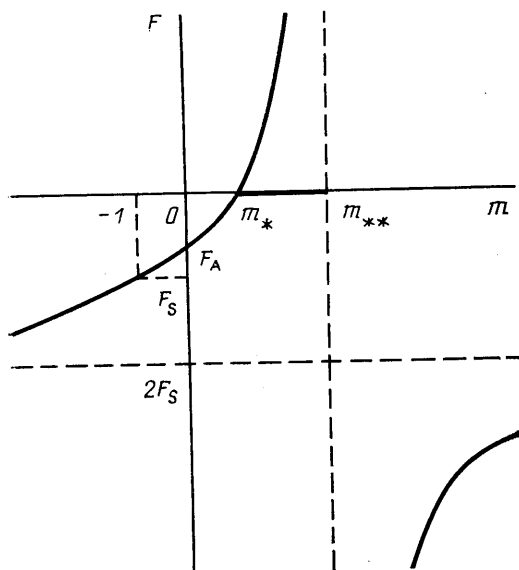
Теперь найдем постоянные A, A_3, A_4, \dots , воспользовавшись условием (1.4). Для простоты ограничимся далее случаем $M_c \text{Re} = O(1)$, пренебрегая всеми членами более высокого порядка малости по числу Пекле. Подставим соотношения (2.1), (2.9) в условие (1.4) и преобразуем его правую часть с учетом равенства $(1-\mu^2)dP_n(\mu)/d\mu = n(n+1)G_{n+1}(\mu)$.

Приравнивая затем коэффициенты при полиномах Гегенбауэра одинакового порядка, получим

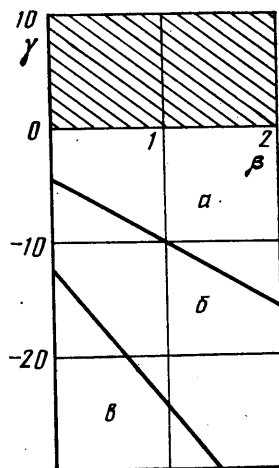
$$A = -\frac{1 + \frac{3}{2}\beta - m}{1 + \beta^{-1/3}m}, \quad m = -\frac{k}{4(k+1)(k+2)} M_c \text{Pe} \quad (2.10)$$

$$A_3 = A_4 = \dots = 0$$

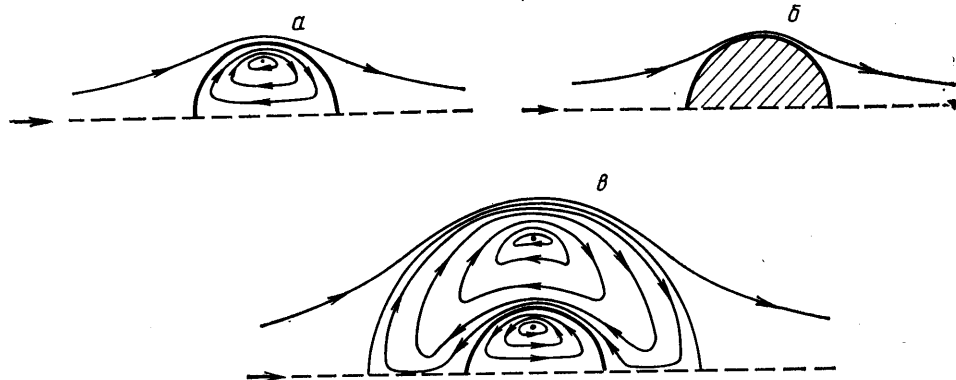
Непосредственной проверкой можно убедиться, что построенное решение удовлетворяет также условию (1.5) баланса нормальных напряжений на поверхности капли, если учесть, что при равномерном движении капли сила, действующая на нее со стороны окружающей жидкости,



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

уравновешена массовой (консервативной) силой. Скачок давления на поверхности капли оказывается зависящим как от чисел Вебера и Марангони, так и от безразмерной константы скорости химической реакции

$$(\beta p_2 - p_1)_{r=1} = 2 \left(\frac{\text{Re}}{\text{We}} + M_c q \right) - M_c \text{Pe} \frac{q^2}{k}$$

3. Сила, действующая на движущуюся каплю. Согласно соотношениям (2.2), (2.10), на равномерно движущуюся каплю действует сила, пропорциональная скорости капли

$$F = -4\pi\mu_1 a U_\infty \frac{1 + \frac{3}{2}\beta - m}{1 + \beta - \frac{1}{3}m} \quad (3.1)$$

Зависимость силы F от величины параметра m , определенного второй формулой (2.10), показана на фиг. 1. Значения $m < 0$ ($m > 0$) соответствуют случаям увеличения (уменьшения) коэффициента межфазного натяжения при увеличении концентрации активной компоненты.

В случае $m < 0$ величина силы F отрицательна, т. е. сила направлена противоположно скорости движения капли и представляет собой силу сопротивления. Последняя превышает силу сопротивления F_A , действующую на каплю в отсутствие хемоконцентрационного эффекта (при $m = 0$), определяемую известной формулой Рыбчинского — Адамара. Предельному случаю $m \rightarrow -\infty$ соответствует удвоенное значение силы сопротивления твердой сферы по формуле Стокса F_s . Таким образом, при $d\sigma/dC > 0$ хемоконцентрационный эффект приводит к торможению капли.

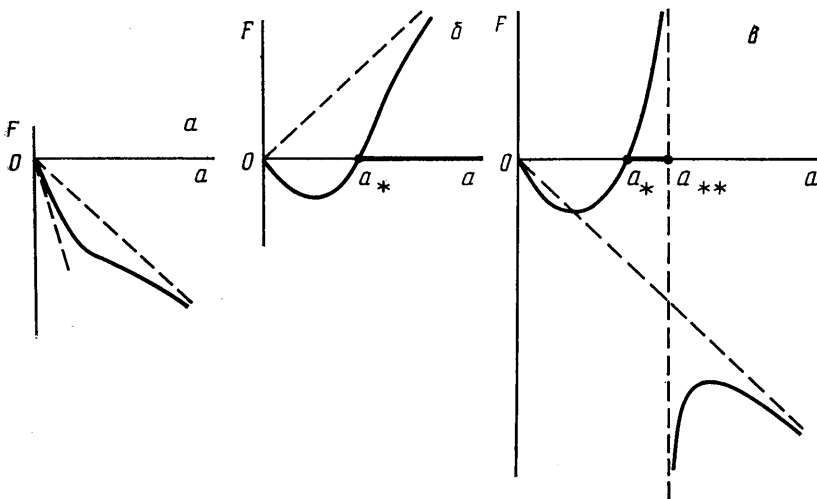
Наиболее интересен случай $m > 0$, соответствующий $d\sigma/dC < 0$. В этом случае в отличие от описанного выше при малых значениях m отношение $F/F_A < 1$, причем при малых m сила F , оставаясь отрицательной, по величине уменьшается с ростом m . При дальнейшем увеличении m сила, действующая на каплю, обращается в нуль при значении $m_* = 1 + \frac{3}{2}\beta$, а затем становится положительной, т. е. возникает сила тяги, направленная вдоль скорости движения капли и пропорциональная ей. Это приводит к неустойчивости равномерного движения; скорость капли будет увеличиваться до тех пор, пока движение перестанет описываться приближением малых чисел Пекле и Рейнольдса. Диапазон значений m , при которых возникает сила тяги, выделен жирной линией на фиг. 1. Сила тяги увеличивается с ростом m и в окрестности значения $m_{**} = 3(1 + \beta)$ будет $|F| \gg |F_A|$, т. е. линейное приближение теряет корректность. При $m > m_{**}$ сила тяги сменяется силой сопротивления, величина которой уменьшается с увеличением m , но остается больше удвоенной величины силы сопротивления твердой сферы (правая ветвь графика на фиг. 1).

Различным значениям m соответствует различная структура поля течения вне и внутри капли. Из выражений (2.1) для функций тока ψ_1 и ψ_2 и соотношений (2.10) следует, что существует три различных режима обтекания капли, соответствующих разным интервалам значений параметра $m(A)$: а) $m \in (-1, m_{**})$, $A > -\frac{3}{2}$, б) $m = -1$, $A = -\frac{3}{2}$, в) $m \in (-\infty, -1) \cup (m_{**}, +\infty)$, $A < -\frac{3}{2}$, которые изображены на фиг. 2.

В случае а) (фиг. 2, а) картина обтекания аналогична обтеканию капли по Рыбчинскому — Адамару, причем с увеличением m от 0 до m_{**} интенсивность циркуляции жидкости внутри капли растет, а с уменьшением m от 0 до -1 падает по сравнению с интенсивностью циркуляции в случае Рыбчинского — Адамара ($m = 0$).

В случае б) поверхность капли полностью тормозится, циркуляция внутри капли исчезает и капля ведет себя как твердая частица (фиг. 2, б); на нее действует сила Стокса F_s .

В случае в) действующая на каплю сила по величине больше силы Стокса, а направление движения жидкости на поверхности капли и направление внутренней циркуляции противоположны по отношению к соответствующим направлениям в случае Рыбчинского — Адамара. Таким образом, жидкость на поверхности капли движется от задней критической точки в сторону передней критической точки и скорость на поверхности капли в миделевом сечении противоположна по направлению скорости невозмущенного потока. Это приводит к образованию кольцевого вихря, охватывающего каплю в плоскости ее миделевого сечения и возникнове-



Фиг. 4

нию «облака» замкнутой циркуляции жидкости вокруг капли (фиг. 2, в). Радиус этого облака

$$r_c = \frac{1}{2} [A+1] [1 + (1+4/|A+1|)^{1/2}] \quad (3.2)$$

как и радиус охватывающего вихря, растет с ростом $|A+1|$, т. е. с увеличением $|m|$ при $m < -1$ и при $m > m_{**}$.

Во всех случаях радиус внутреннего вихря остается неизменным (равным $\sqrt{2}/2$).

Остановимся на зависимости параметра m от константы скорости химической реакции на поверхности капли. Из определения m следует, что при $k \rightarrow 0$ и при $k \rightarrow \infty$, т. е. в чисто кинетическом и чисто диффузионном режимах, величина m обращается в нуль и хемоконцентрационный капиллярный эффект исчезает. Это вполне естественно, так как в обоих случаях концентрация на поверхности капли постоянна и, следовательно, нет градиентов поверхностного натяжения. Таким образом, хемоконцентрационный эффект проявляется только при наличии идущей с конечной скоростью химической реакции на поверхности капли в отличие от хемотермокапиллярного эффекта [7], который наблюдается и при диффузионном режиме. Зависимость параметра m от безразмерной константы скорости межфазной реакции имеет максимум при $k = \sqrt{3}$, т. е. эффект максимален при отношении характерных времен диффузии и реакции $\tau_D / \tau_R \approx aK_s / D = \sqrt{3}$.

Проанализируем зависимость действующей на каплю силы от радиуса капли. Формулу (3.1) с учетом выражений для m в (2.10) перепишем в виде

$$F = -4\pi\mu_1 U_\infty \frac{1+3/2\beta}{1+\beta} a \frac{a^2(1+\gamma/(4+6\beta))+3\delta a+2\delta^2}{a^2(1+\gamma/(12+12\beta))+3\delta a+2\delta^2} \quad (3.3)$$

$$\gamma = \frac{C_\infty}{\mu_1 K_s} \frac{d\sigma}{dC}, \quad \delta = \frac{D}{K_s}$$

(δ имеет размерность длины).

В случае $d\sigma/dC > 0$, очевидно, сила F всегда отрицательна, т. е. капля испытывает со стороны окружающей жидкости сопротивление. Поскольку $\beta > 0$, то величина этой силы будет всегда больше сопротивления нереагирующей капли по Рыбчинскому — Адамару.

Более интересен случай $d\sigma/dC < 0$. Можно показать, что в этом случае при разных соотношениях между относительной вязкостью капли β и

безразмерным параметром γ существуют три качественно различных вида зависимости силы F от радиуса капли a , соответствующих определенным областям на плоскости параметров β , γ (области a , b , c на фиг. 3, разделенные прямыми $\gamma = -6\beta - 4$ и $\gamma = -12\beta - 12$; область $\gamma > 0$, отвечающая рассмотренному выше случаю $dc/dc > 0$, заштрихована).

В области a ($\gamma > -6\beta - 4$) на каплю действует только сила сопротивления, но меньшая по величине, чем сила по Рыбчинскому — Адамару (фиг. 4, a). При $\gamma = -6\beta - 4$ величина силы сопротивления с ростом радиуса капли стремится к конечному значению.

В области b ($-12\beta - 12 < \gamma < -6\beta - 4$) величина силы сопротивления имеет при некотором радиусе капли максимум, а при дальнейшем увеличении радиуса сменяется силой тяги, увеличивающейся с ростом a (фиг. 4, b). Радиус a_* , при котором появляется сила тяги, соответствует значению m_* (фиг. 1).

В области c ($\gamma < -12\beta - 12$) зависимость силы F от радиуса капли оказывается более сложной. Так же как и в случае b , при малых a сила сопротивления имеет максимум при некотором значении радиуса капли, а затем с ростом a сменяется силой тяги, которая неограниченно растет при $a \rightarrow a_{**}$ (соответствует значению m_{**}); при $a > a_{**}$ сила тяги сменяется силой сопротивления, неограниченно возрастающей по величине при $a \rightarrow \infty$ и $a \rightarrow a_{**}$ и имеющей минимум при некотором значении радиуса $a > a_{**}$ (фиг. 4, c). Таким образом, в случае c сила тяги существует лишь для значений радиусов капель в интервале (a_*, a_{**}) .

Отметим, что при больших значениях $|F|$ использованное выше линейное приближение (пренебрежение инерционными членами в уравнениях Навье — Стокса) становится некорректным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гидродинамика межфазных поверхностей/Ред. Буевич Ю. А., Рабинович Л. М. М.: Мир, 1984. 210 с.
2. *Sternling C. V., Scriven L. E.* Interfacial turbulence: hydrodynamic instability and the Marangoni effect // *AICHE Journal*. 1959. V. 5. № 4. P. 514–523.
3. *Young N. O., Goldstein J. S., Block M. G.* The motion of bubbles in a vertical temperature gradient // *J. Fluid Mech.* 1959. V. 6. Pt 3. P. 350–356.
4. *Слинько М. Г., Дильман В. В., Рабинович Л. М.* О межфазном обмене при поверхностных конвективных структурах в жидкостях // Теорет. основы хим. технологии. 1983. Т. 17. № 1. С. 10–14.
5. *Levich B. G.* The influence of surface active substances on the motion of liquids // *Phys. chem. hydrodyn.* 1981. V. 2. № 2/3. P. 85–100.
6. *Sørensen T. S., Hennenberg M., Steinchen A., Sanfeld A.* Chemical and hydrodynamical analysis of stability of a spherical interface // *J. Colloid Interface Sci.* 1976. V. 56. № 2. P. 191–205.
7. *Рязанцев Ю. С.* О термокапиллярном движении реагирующей капли в химически активной среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 180–183.
8. *Головин А. А.* О влиянии поверхностного натяжения на движение реагирующих капель // Элементарные процессы в химически реагирующих средах. М.: МФТИ, 1985. С. 106–111.
9. *Головин А. А., Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С.* О хемотермокапиллярном эффекте при движении капли в жидкости // Докл. АН СССР. 1986. Т. 290. № 1. С. 35–39.
10. *Ханпель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
11. *Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С.* Массотеплообмен реагирующих частиц с потоком. М.: Наука, 1985. 336 с.

Москва

Поступила в редакцию
6.II.1987