**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 · 1988**

УДК 533.6.011.8:537.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАРЯДА И РАЗМЕРА ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В СУСПЕНЗИЯХ

БАТОВА О. В., ГОГОСОВ В. В., ШАПОШНИКОВА Г. А.

Исследуется распространение малых возмущений в дисперсных многокомпонентных средах, состоящих из дисперсионной незаряженной жидкости, положительных и отрицательных ионов и заряженных твердых частиц либо капель другой жидкости.

При прохождении слабых волн в эмульсиях и суспензиях за счет различия скоростей движения ионов и заряженных частиц в среде возникает неоднородное распределение электрического потенциала [1–3]. Выведены формулы, связывающие амплитуду электрического потенциала с амплитудой скорости движения жидкости в волне, величиной заряда частиц и параметрами, характеризующими среду. Найдены соотношения для сдвига фаз между величинами электрического потенциала и скорости жидкости.

Предлагается использовать полученные формулы, описывающие распространение ультразвука, для экспериментального определения величины заряда частиц и других параметров дисперсной среды, в частности размера частиц.

Величина заряда частиц или зависящего от него ζ-потенциала является важной характеристикой дисперсных сред. Во многих промышленных производствах необходим простой и быстрый метод измерения этой характеристики. Например, от величины заряда бумажных волокон зависит качество производимой бумаги [4], величиной заряда латексов определяется прочность окраски [5], а от заряда мицелл зависит сопротивление при движении растворов поверхностно-активных веществ в трубах [6].

1. Основные уравнения. Рассмотрим движение дисперсной среды, состоящей из двух фаз: дисперсионной жидкости и диспергированных в ней твердых частиц. Полученные результаты без труда переносятся на случай диспергированных капель. Предполагается, что в дисперсионной жидкости имеются свободные положительные и отрицательные ионы, которые могут адсорбироваться на поверхности диспергированной фазы. В результате поверхностных электрохимических реакций, а также различной адсорбционной способности положительных и отрицательных ионов, диспергированные частицы получают заряд. Будем считать, что частицы занимают объем Г в единице объема смеси, а дисперсионная жидкость вместе с находящимися в ней ионами — объем $1-\Gamma$.

Пусть $\rho_\alpha{}^\circ$ — истинные плотности каждой компоненты и фазы, $\alpha=1-4$. Индексом 1 обозначены параметры, относящиеся к дисперсионной жидкости, индексами 2, 3 — к ионам, индексом 4 — к дисперсным частицам. Концентрация ионов обычно не велика, так что $\rho_\alpha{}^\circ \ll \rho_1{}^\circ$, $\alpha=2, 3$.

Введем средние плотности несущей жидкости, ионов и частиц формулами

$$\rho_\alpha=\rho_\alpha{}^\circ(1-\Gamma), \quad \alpha=1-3; \quad \rho_4=\rho_4{}^\circ\Gamma \tag{1.1}$$

Обозначим e, $-e$ величину заряда положительного и отрицательного иона, n_α, q_α, $\alpha=2-4$, — число и заряд ионов и частиц в единице объема, e_p — заряд одной частицы, r — средний радиус частиц, m_2, m_3 — массу положительного и отрицательного иона, m_p — массу одной частицы. Предположим, что все частицы имеют одинаковые заряды и массы. Введенные параметры связаны соотношениями

$$q_2=en_2=\frac{\rho_2}{m_2}e,\quad q_3=-en_3=-\frac{\rho_3}{m_3}e,\quad q_4=\frac{\rho_4}{m_p}e_p,\quad \Gamma=\frac{4}{3}\pi r^3 n_4 \tag{1.2}$$

Будем рассматривать движение среды в приближении электрогидродинамики. Уравнения Максвелла в этом приближении имеют вид [7]

$$\operatorname{div}\varepsilon\mathbf{E}=4\pi(q_2+q_3+q_4),\qquad \operatorname{rot}\mathbf{E}=0 \tag{1.3}$$

Здесь $\mathbf{E}$ — вектор напряженности электрического поля, ε — диэлектрическая проницаемость смеси. Дисперсионную жидкость будем считать сжимаемой, дисперсные частицы — несжимаемыми. Движение рассматриваемой среды будем описывать следующей системой уравнений [8]:

$$\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}+\operatorname{div}\rho_\alpha\mathbf{v}_\alpha=0,\qquad \alpha=1-4,\qquad \rho_4{}^\circ=\mathrm{const} \tag{1.4}$$

$$\rho_1\frac{d_1\mathbf{v}_1}{dt}=-(1-\Gamma)\nabla p_1+(\lambda+\mu)\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{v}_1+\mu\Delta\mathbf{v}_1+$$

$$+\sum_1^4\frac{q_\alpha}{b_\alpha}(\mathbf{v}_\alpha-\mathbf{v}_1)-\mathbf{F},\qquad \frac{d_\alpha}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v}_\alpha\nabla \tag{1.5}$$

$$\rho_2\frac{d_2\mathbf{v}_2}{dt}=-(1-\Gamma)\nabla p_2+q_2\mathbf{E}+\frac{q_2}{b_2}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2) \tag{1.6}$$

$$\rho_3\frac{d_3\mathbf{v}_3}{dt}=-(1-\Gamma)\nabla p_3+q_3\mathbf{E}+\frac{q_3}{b_3}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_3) \tag{1.7}$$

$$\rho_4\frac{d_4\mathbf{v}_4}{dt}=-\Gamma\nabla(p_1+p_2+p_3)+q_4\mathbf{E}+\Gamma\nabla\frac{d\varepsilon}{d\Gamma}\frac{E^2}{8\pi}+\frac{q_4}{b_4}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_4)+\mathbf{F},\quad \varepsilon=\varepsilon(\Gamma) \tag{1.8}$$

Здесь $\mathbf{v}_\alpha$ — скорость α-й компоненты, λ, μ — коэффициенты вязкости дисперсионной жидкости, p_1 — давление дисперсионной жидкости, p_2, p_3 — парциальные давления положительных и отрицательных ионов, $\mathbf{F}$ — силы взаимодействия между фазами, связанные с нестационарностью обтекания диспергированных частиц,— сила присоединенной массы и сила Бассе [9].

Предполагается, что характерные времена реакций диссоциации и рекомбинации ионов в жидкости τ_c и изменения заряда частицы τ_e много больше, чем характерное время задачи, которое при распространении ультразвуковых колебаний обратно пропорционально частоте ω, $\tau_c\gg\omega^{-1}$, $\tau_e\gg\omega^{-1}$. В этом случае уравнения неразрывности могут быть записаны в виде (1.4), а заряд частицы e_p можно считать постоянным. Силы трения между ионами, а также между ионами и частицами в силу малости концентраций ионов и частиц в уравнениях (1.6)—(1.8) не учитываются. Слагаемое $\Gamma\nabla(d\varepsilon/d\Gamma)E^2/8\pi$ — сила, обусловленная различием диэлектрических проницаемостей фаз [10]. Будем считать частицы сферическими и использовать формулу Стокса для коэффициента трения между жидкостью и частицами $q_4/b_4=6\pi\mu rn_4$, расстояние между частицами много больше величины их радиуса r. Имея в виду использование уравнений для исследования распространения малых возмущений, выражения для сил Бассе и присоединенных масс приведем в линейном приближении

$$\mathbf{F}=n_4\left[6\sqrt{\pi\mu\rho_1{}^\circ}\,r^2\int_{-\infty}^{t}\frac{\partial(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_4)}{d\tau}\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}+\frac{2}{3}\pi r^3\rho_1{}^\circ\frac{\partial(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_4)}{\partial t}\right] \tag{1.9}$$

При написании уравнений (1.6)—(1.9) также предполагается, что

$$\sum_{2}^{4} n_\alpha r_d^3 \gg 1, \qquad \frac{e_p^2}{3\varepsilon r_d kT} \ll 1, \qquad r \ll r_d \tag{1.10}$$

$$r_d^2 = \frac{\varepsilon kT}{4\pi[e^2(n_2+n_3)+e_p^2 n_p]}$$

Критерии (1.10) позволяют написать для ионов уравнение состояния в виде $p_\alpha = n_\alpha kT$, $\alpha=2$, 3. Можно выписать критерий, когда при распространении малых возмущений изменения энтропий s_α, $\alpha=1-3$, малы, и вместо уравнений состояния использовать выражения

$$\nabla p_\alpha = a_\alpha^2 \nabla \rho_\alpha^\circ, \qquad a_\alpha^2 = \left(\frac{\partial p_\alpha}{\partial \rho_\alpha^\circ}\right)_{s_\alpha}, \qquad \alpha=1-3 \tag{1.11}$$

2. Распространение малых возмущений. Рассмотрим распространение малых возмущений в среде, описываемой уравнениями (1.3)—(1.9), (1.11) с учетом (1.1), (1.2). Решение линеаризованной системы будем искать в виде (ω — частота волны, $\mathbf{k}$ — волновой вектор)

$$A = A_0 + A', \qquad A' = A^* \exp i(\mathbf{kx} - \omega t) \tag{2.1}$$

Индексом ноль внизу обозначаются параметры, относящиеся к невозмущенной среде, которая предполагается покоящейся, однородной и квазинейтральной

$$v_{\alpha 0}=0, \qquad \Gamma_0=\mathrm{const}, \qquad \rho_{\alpha 0}=\mathrm{const}, \qquad \alpha=1-4$$
$$q_{20}+q_{30}+q_{40}=0, \qquad \mathbf{E}_0=0 \tag{2.2}$$

Из второго уравнения (1.3) следует, что $\mathbf{E}' \| \mathbf{k}$ (для $\mathbf{k} \neq 0$). Далее будем считать ось x направленной вдоль вектора $\mathbf{k}$. Удобно также вместо уравнения (1.5) взять сумму уравнений (1.5)—(1.8) — уравнение движения смеси.

Отметим, что в это уравнение после линеаризации не входят слагаемые, обусловленные электрическим полем. Подставляя в линеаризованные уравнения решения (2.1) с учетом (2.2), получим (здесь и далее $a_\alpha = a_{\alpha 0}$)

$$ik\varepsilon E = 4\pi\left(\frac{e}{m_2}\rho_2 - \frac{e}{m_3}\rho_3 + \frac{e_p}{m_p}\rho_4\right), \tag{2.3}$$

$$-i\omega\rho_\alpha + ik\rho_{\alpha 0} v_\alpha = 0, \qquad v_{x\alpha} = v_\alpha, \qquad v_{y\alpha} = v_{z\alpha} = 0, \qquad \alpha=1-4 \tag{2.4}$$

$$-i\omega\sum_{1}^{4}\rho_{\alpha 0} v_\alpha = -\frac{ik}{1-\Gamma_0}\sum_{1}^{3} a_\alpha^2 \rho_\alpha - \frac{ik\Gamma}{1-\Gamma_0}\sum_{1}^{3} a_\alpha^2 \rho_{\alpha 0}^\circ - (\lambda+2\mu)k^2 v_1 \tag{2.5}$$

$$-i\omega\rho_{\alpha 0} v_\alpha = -ika_\alpha^2\rho_\alpha - ika_\alpha^2 \overset{\circ}{\rho}_{\alpha 0}\Gamma + q_{\alpha 0}E + \frac{q_{\alpha 0}}{b_\alpha}(v_1 - v_\alpha), \qquad \alpha=2,3 \tag{2.6}$$

$$-i\omega\rho_{40} v_4 = -\frac{ik\Gamma_0}{1-\Gamma_0}\sum_{1}^{3} a_\alpha^2\rho_\alpha - \frac{ik\Gamma_0\Gamma}{1-\Gamma_0}\sum_{1}^{3} a_\alpha^2\rho_{\alpha 0}^\circ + q_{40}E + 6\pi\mu n_{40}(v_1 - v_4) -$$
$$-\frac{2}{3}\pi i\omega\rho_{10}^\circ r^3(v_1 - v_4)n_{40} + 3\sqrt{2}(1-i)\pi n_{40} r^2 \sqrt{\omega\mu\rho_{10}^\circ}(v_1 - v_4) \tag{2.7}$$

Индекс звездочка у величин ρ_α, v_α и E здесь и далее опускается.

Далее все оценки будут проводиться для распространения малых возмущений ультразвуковой частоты ω (10^4 с$^{-1}<\omega<10^{10}$ с$^{-1}$) по дисперсионной жидкости. В звуковой волне жидкость движется со скоростью v_1, вовлекая за счет силы трения в движение положительные и отрицательные ионы и частицы. При этом можно считать, что $v_2 \sim v_3 \leqslant v_1$, $v_4 \leqslant v_1$. За счет разных масс и коэффициентов подвижностей ионы и частицы движутся с разными скоростями, так что в первоначально квазинейтральной среде происходит разделение зарядов и возникает переменное электрическое поле, которое также оказывает влияние на движение ионов и заряженных частиц. Из уравнений (2.4) следует, что изменение плотностей компонент пропорционально самим плотностям. Используя предположение о малости концентраций ионов и частиц в единице объема смеси, так что $\rho_{\alpha 0}/\rho_{10} \ll 1$, $a_\alpha^2 \rho_\alpha / a_1^2 \rho_1 \ll 1$, $\Gamma_0 \ll 1$, в уравнении (2.5) можно пренебречь слагаемыми, относящимися к ионам и частицам (по той же причине в первой сумме правой части уравнения (2.7) слагаемые, пропорциональные плотностям ионов, много меньше слагаемого, пропорционального плотности дисперсионной жидкости).

Нетрудно видеть, что вторым слагаемым в правой части уравнения движения для ионов (2.6) и второй суммой в правой части уравнения движения для частиц (2.7) можно пренебречь в силу малых концентраций частиц ($\Gamma \ll \Gamma_0 \ll 1$).

С учетом сделанных упрощений уравнение (2.5) сводится к уравнению движения для обычной жидкости и вместе с уравнением неразрывности (2.4), $\alpha=1$, для дисперсионной жидкости описывает распространение в ней малых возмущений.

Вязкими слагаемыми в уравнении (2.5) можно пренебречь для частот $\omega \ll a_1^2 \rho_{10}^\circ / \max(\lambda, \mu)$. Полагая $a_1 \sim 10^5$ см/с, $\rho_{10}^\circ \sim 1$ г/см^3, $\max(\lambda, \mu) \sim$ $\sim 10^{-1}$ г/(см·с), получим, что при $\omega \ll 10^{11}$ с$^{-1}$ это неравенство удовлетворяется.

Таким образом, в диапазоне ультразвуковых частот в рассматриваемой среде могут распространяться малые возмущения с не зависящей от частоты скоростью $\omega/k = \pm a_1$.

Исследуем изменение параметров, характеризующих ионы и дисперсные частицы, а также электрическое поле и потенциал φ ($\mathbf{E} = -\nabla\varphi$) в волне, распространяющейся по дисперсной среде со скоростью $\pm a_1$.

После упрощений система уравнений, описывающая изменение плотности и скорости заряженных компонент и дисперсных частиц, а также электрического поля и потенциала в волне, запишется в виде

$$-a_1\rho_\alpha + \rho_{\alpha 0} v_\alpha = 0, \qquad \alpha = 1-4 \tag{2.8}$$

$$-i\omega\rho_{\alpha 0} v_\alpha = -ik a_\alpha^2 \rho_\alpha + \frac{q_{\alpha 0}}{b_\alpha}(v_1 - v_\alpha) + q_{\alpha 0} E, \quad \alpha = 2, 3$$

$$-i\omega v_4 = -\frac{ik a_1^2 \rho_1}{(1-\Gamma_0)\rho_4^\circ} + \frac{e_p}{m_p} E + \frac{9\mu}{2r^2\rho_4^\circ}(v_1 - v_4) -$$

$$-\frac{i\omega\rho_{10}^\circ}{2\rho_4^\circ}(v_1 - v_4) + \frac{9(1-i)\sqrt{\omega\mu\rho_{10}^\circ}}{2\sqrt{2}\, r\rho_4^\circ}(v_1 - v_4)$$

$$ik\varepsilon E = 4\pi\left(\frac{e}{m_2}\rho_2 - \frac{e}{m_3}\rho_3 + \frac{e_p}{m_p}\rho_4\right), \quad ik\varphi = -E$$

Разрешая уравнения (2.8), получим зависимость амплитуд ρ_α, $\alpha=1-4$, v_α, $\alpha=2-4$, E, φ от амплитуды скорости дисперсионной жидкости v_1. В безразмерном виде имеем

$$\rho_\alpha^* = M v_\alpha^*, \quad \alpha = 2-4, \quad v_\alpha^* = 1 + \frac{R_{q_\alpha}^{-1} E^* + i\,\mathrm{St}_\alpha}{1 - i\,\mathrm{St}_\alpha}, \quad \alpha = 2, 3 \tag{2.9}$$

$$v_4^* = 1 + \frac{R_{q4}^{-1} E^* + i(\delta-1)\,\mathrm{St}}{1+1{,}5(1-i)\sqrt{\mathrm{St}} - i(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}} \tag{2.10}$$

$$E^* = \left[\delta - 1 + \left(\frac{en_{20}\,\mathrm{St}_2}{e_p n_{40}\,\mathrm{St}(1-i\,\mathrm{St}_2)} - \frac{en_{20}\,\mathrm{St}_3}{e_p n_{40}\,\mathrm{St}(1-i\,\mathrm{St}_3)}\right)(1+1{,}5(1-i)\sqrt{\mathrm{St}} - \right.$$

$$\left. - i(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St})\right]\left[iS_e + (1+1{,}5(1-i)\sqrt{\mathrm{St}} - i(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}) \times \right.$$

$$\left. \times \left(1 + \frac{i\tau + \tau_2\,\mathrm{St}_3 + \tau_3\,\mathrm{St}_2}{(1-i\,\mathrm{St}_2)(1-i\,\mathrm{St}_3)}\right)\right]^{-1} \tag{2.11}$$

$$\varphi^* = iE^* \tag{2.12}$$

$$\rho_\alpha^* = \frac{\rho_\alpha}{\rho_{\alpha 0}}, \quad v_\alpha^* = \frac{v_\alpha}{v_1}, \quad \alpha = 2-4, \quad \delta = \frac{\rho_4^\circ}{\rho_{10}^\circ} \tag{2.13}$$

$$E^* = \frac{E}{E_0}, \quad \varphi^* = \frac{\varphi}{E_0 k}, \quad R_{q\alpha}^{-1} = \frac{b_\alpha E_0}{v_1}, \quad \alpha = 2-4$$

$$b_4 = \frac{e_p}{6\pi\mu r}, \quad \mathrm{St}_\alpha = \frac{\omega |b_\alpha| m_\alpha}{e}\left(1 - \frac{a_\alpha^2}{a_1^2}\right)$$

$$\tau_\alpha = \frac{4\pi e n_{\alpha 0} |b_\alpha|}{\varepsilon\omega}, \quad \alpha = 2, 3, \quad \mathrm{St} = \frac{2\omega\rho_{10}^\circ r^2}{9\mu}$$

$$S_e = \frac{\Gamma_0 e_p^2}{2\pi\varepsilon\mu\omega r^4}, \quad \tau = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon\omega}, \quad \sigma = e(n_{20}b_2 - n_{30}b_3)$$

$$\tau = \tau_2 + \tau_3, \quad E_0 = \frac{2\Gamma_0\rho_{10}^\circ v_1 e_p}{3\mu\varepsilon r}, \quad M = \frac{v_1}{a_1}$$

Здесь ρ_α^*, v_α^* — безразмерные плотности и скорости ионов и частиц; E^*, φ^* — безразмерные электрические поле и потенциал; $R_{q\alpha}$ — электрическое число Рейнольдса; St — число Стокса, S_e — параметр, характеризующий влияние электрического поля на движение частиц, τ — отношение характерного времени задачи к характерному времени релаксации заряда в дисперсионной жидкости, σ — проводимость дисперсионной среды.

В качестве характерного электрического поля E_0 выбрано электрическое поле, возникающее при распространении ультразвука, в случае, когда ионы в жидкость вморожены, влиянием заряда частицы на ее движение можно пренебречь, число Стокса мало ($\mathrm{St} \ll 1$) и отношение δ плотности дисперсных частиц к плотности жидкости равно 2 ($\delta = 2$).

Полагая концентрацию частиц равной нулю, можно получить формулу для потенциала Дебая, возникающего при распространении ультразвука в растворах электролита за счет смещения ионов друг относительно друга

$$\varphi = \frac{4\pi e n_{20} v_1 (\mathrm{St}_2 - \mathrm{St}_3)\, i}{\varepsilon\omega k}\left[(1-i\,\mathrm{St}_2)(1-i\,\mathrm{St}_3) + i\left(\tau + \frac{b_2\,\mathrm{St}_3 - b_3\,\mathrm{St}_2}{b_2 - b_3}\right)\right]^{-1} \tag{2.14}$$

Эта формула совпадает с полученной в [1] при $(a_\alpha/a_1)^2 \ll 1$, $\mathrm{St}_\alpha \ll 1$, $\tau\,\mathrm{St}_\alpha \ll 1$, $\alpha = 2, 3$. Считая выполненным соотношение Эйнштейна для подвижностей ионов b_α, $|b_\alpha| = D_\alpha e/kT$ и полагая $T \sim 300$ К, $m_\alpha \sim 3\cdot 10^{-23}$ г, $D_\alpha \sim$ $\sim 10^{-5}$ см^2/с, получим

$$\mathrm{St}_\alpha \simeq \frac{m_\alpha |b_\alpha| \omega}{e} = \frac{m_\alpha D_\alpha \omega}{kT} \sim 10^{-14}\,\omega$$

Таким образом, для ультразвуковых частот ($\omega \leqslant 10^{10}$) $\mathrm{St}_\alpha \leqslant 10^{-4}$.

Далее везде будет рассматриваться случай, когда электрическое поле, возникающее за счет смещения ионов относительно друг друга (потен-

Дисперсионная жидкость	r, см	e_p, СГС	ω	τ	S_e	St	$St_{2,3}$
Вода			10^5	10^{-1}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-9}
$\sigma\sim 10^5$ c^{-1}	10^{-6}	$2\cdot 10^{-9}$	10^6	10^{-2}	10^{-3}	10^{-5}	10^{-8}
$\varepsilon=80$			10^7	10^{-3}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-7}
Керосин			10^5	10^{-2}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-9}
$\sigma\sim 10^2$ c^{-1}	10^{-5}	$2\cdot 10^{-9}$	10^6	10^{-3}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-8}
$\varepsilon\sim 2$			10^7	10^{-4}	10^{-7}	10^{-2}	10^{-7}
Гептан			10^5	10^{-4}	10^{-8}	10^{-2}	10^{-9}
$\sigma\sim 1$ c^{-1}	10^{-4}	$5\cdot 10^{-9}$	10^6	10^{-5}	10^{-9}	10^{-1}	10^{-8}
$\varepsilon\sim 2$			10^7	10^{-6}	10^{-10}	1	10^{-7}

циал Дебая), меньше поля, возникающего за счет смещения заряженных частиц, при

$$\frac{en_{\alpha 0}\,\mathrm{St}_\alpha}{e_p n_{40}\,\mathrm{St}} \ll \min\{1, |\delta-1|\}, \quad \frac{\mathrm{St}_\alpha}{\mathrm{St}} \ll 1, \quad \alpha=2,3, \quad \tau\leqslant 1, \quad \mathrm{St}\leqslant 1 \qquad (2.15)$$

Будем считать амплитуду скорости жидкости действительной величиной, тогда амплитуды $\rho_\alpha{}^*$, $v_\alpha{}^*$, $\alpha=2-4$, E^*, φ^* — комплексные величины. Введем абсолютную величину амплитуды потенциала Φ и сдвиг фаз θ между потенциалом и скоростью жидкости v_1 формулами

$$\Phi=\sqrt{\mathrm{Im}^2\,\varphi+\mathrm{Re}^2\,\varphi}, \qquad \mathrm{tg}\,\theta=\frac{\mathrm{Im}\,\Phi}{\mathrm{Re}\,\Phi}$$

Из уравнений (2.11) и (2.12) с учетом неравенств (2.15) получим выражение для безразмерной абсолютной величины потенциала $\Phi^*=\Phi/E_0k$ и $\mathrm{tg}\,\theta$

$$\Phi^*=(\delta-1)\,[\,(1+\tau(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}+1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}\,(1+\tau)\,)^2+ \\ +(\tau-(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}-1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}\,(1-\tau)+S_e)^2]^{-1/2} \qquad (2.16)$$

$$\mathrm{tg}\,\theta=\frac{1+\tau(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}+1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}\,(1+\tau)}{\tau-(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}-1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}\,(1-\tau)+S_e} \qquad (2.17)$$

3. Использование ультразвука для измерения заряда и радиуса частиц. Из выражений (2.16) и (2.17) и формул (2.13) для безразмерных параметров следует, что абсолютная величина потенциала Φ и $\mathrm{tg}\,\theta$ являются функциями заряда e_p и радиуса r дисперсных частиц при фиксированных значениях Γ_0, μ, $\rho_\alpha{}^\circ$, $\alpha=1,4$, ε, ω и σ. Определяя экспериментально Φ и $\mathrm{tg}\,\theta$ по формулам (2.16) и (2.17), вообще говоря, можно вычислить радиус r и заряд e_p частиц, если остальные параметры известны.

В таблице приведены характерные значения параметров τ, S_e, St, а также $\mathrm{St}_{2,3}$ при $\omega=10^5-10^7$ c^{-1}, $\Gamma_0=10^{-3}$ для суспензий частиц радиусом 10^{-6} см, диспергированных в дистиллированной воде ($\sigma\sim 10^5$ c^{-1}, $\mu\sim 10^{-2}$ $гсм^{-1}c^{-1}$, $\rho_1{}^\circ\sim 1$ $г\cdot см^{-3}$, $\varepsilon=80$), частиц радиусом 10^{-5} см, диспергированных в керосине ($\sigma\sim 10^2$ c^{-1}, $\mu\sim 2\cdot 10^{-2}$ $гсм^{-1}c^{-1}$, $\rho_1{}^\circ\sim 1$ $г\cdot см^{-3}$, $\varepsilon\sim 2$), и частиц радиусом 10^{-4} см, диспергированных в гептане ($\sigma\sim 1$ c^{-1}, $\mu\sim 10^{-2}$ $гсм^{-1}c^{-1}$, $\rho_1{}^\circ\sim 1$ $г\cdot см^{-3}$, $\varepsilon\sim 2$).

В случае $\tau\ll 1$ и $S_e\ll 1$ формулы (2.16) и (2.17) принимают вид

$$\Phi^*=\frac{\delta-1}{\sqrt{(1+1{,}5\sqrt{\mathrm{St}})^2+((\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}+1{,}5\sqrt{\mathrm{St}})^2}}$$

$$\mathrm{tg}\,\theta=-\frac{1+1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}}{(\delta+0{,}5)\,\mathrm{St}+1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}}$$

Если при этом $\mathrm{St}\ll 1$, формулы (2.16) и (2.17) существенно упрощаются

$$\Phi^*=\delta-1, \quad \mathrm{tg}\,\theta=(S_e-1{,}5\sqrt{\mathrm{St}}+\tau)^{-1}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Debye P.* A method for the determination of the mass of electrolytic ions // J. Chem. Phys. 1933. V. 1. № 1. P. 13–16.
2. *Enderby J. A.* On electrical effects due to sound waves in colloidal suspensions // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1951. V. 207. 1089. P. 329–342.
3. *Rutgers A. J.* Supersonic vibration potentials and centrifugation potentials // Nature. 1946. V. 157. № 3975. P. 74–77.
4. Fibre-Water interactions in paper-making. Trans. Symp. Oxford. 1977. London: William Clowes and Sons. 1978. V. 1. 493 p.; V. 2. 502 p.
5. *Beck U., Zana R., Rohloff E.* Measuring zeta potential by ultrasonic waves: A new method // Tappi. 1978. V. 61. № 9. P. 63–65.
6. *Ohlendorf D., Interthol W., Hoffmann H.* Surfactant systems for drag reduction: physico-chemical properties and rheological behaviour // Rheol. Acta. 1986. V. 25. N 5. P. 468–486.
7. *Гогосов В. В., Полянский В. А.* Электрогидродинамика: задачи и приложения, основные уравнения, разрывные решения // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНИТИ. 1976. Т. 10. С. 5–85.
8. *Гогосов В. В., Налетова В. А., Никифорович Е. И. и др.* Уравнения движения слабопроводящих жидкостей. Граничные условия на химически активных поверхностях // Современные проблемы электрогидродинамики. М.: Изд-во МГУ. 1984. С. 3–22.
9. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976. 535 с.
10. *Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А.* Диффузионная и многоскоростная модели двухфазных сред в электрическом поле // ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 2. С. 290–300.

Москва

Поступила в редакцию
7.VIII.1985