

УДК 536.25

ТЕРМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ВИХРЕВЫХ КОНВЕКТИВНЫХ РЕШЕТОК

БУБНОВ Б. М.

Экспериментально исследуется термическая структура конвективных движений во вращающемся плоском слое жидкости в режиме регулярных вихревых структур. Получено, что в такой системе интенсивное вихревое движение приводит к такому распределению температуры, что средняя температура жидкости линейно понижается от дна слоя к поверхности, причем градиент этой температуры определяется скоростью вращения жидкости и ее глубиной. Из соображений теории размерности показано, что такой градиент соответствует теплопередаче, при которой изолинии числа Нуссельта параллельны кривой возникновения конвекции. Исследована горизонтальная структура поля температуры; она соответствует такому движению, при котором опускание жидкости происходит внутри узкого вихря-стока, а подъем — по краям цилиндра, который определяет характерный размер структуры в конвекции вращающейся жидкости.

1. Исследованию конвективных движений в плоском горизонтальном слое жидкости, нагреваемом снизу, посвящено большое количество работ. Основными параметрами, определяющими поведение жидкости, являются безразмерные числа Прандтля и Рэлея $Pr = \nu k^{-1}$, $Ra = \alpha g \nabla T h^4 (k\nu)^{-1}$, где α — коэффициент объемного расширения жидкости, g — ускорение силы тяжести, $\nabla T = h^{-1} \Delta T$ — градиент температуры, ΔT — разность температуры между границами, находящимися на расстоянии h , k , ν — коэффициенты теплопроводности и вязкости. Иногда вместо Ra вводится потоковое число Рэлея $Ra_f = \alpha g f h^4 (\rho c_p k^2 \nu)^{-1}$, где f — поток тепла, c_p — удельная теплоемкость. Числа Ra и Ra_f связаны через число Нуссельта Nu соотношением $Ra_f = Ra Nu$. При малых $Ra < Ra_k \approx 10^3$ жидкость покоится, при $Ra > Ra_k$ начинается регулярное движение (ячейки Бенара), затем, усложняясь, система переходит в нерегулярное турбулентное движение при $Ra > 10^6$.

Если нагреваемый горизонтальный слой жидкости вращается с постоянной угловой скоростью Ω вокруг вертикальной оси, возникает дополнительный определяющий параметр — число Тейлора $Ta = 4\Omega^2 h^4 \nu^{-2}$. В этом случае будет наблюдаться аналогичный переход от покоя к регулярным структурам, а затем к турбулентности при увеличении числа Ra , но значения чисел Ra , определяющих этот переход, будут зависеть от числа Ta [1–4]. Вращение подавляет конвективные движения, поэтому при увеличении Ta соответствующие переходы будут происходить при больших числах Ra .

Первый переход от покоящейся жидкости к регулярным структурам при больших Ra будет определяться зависимостью

$$Ra_{/k,1} = Ra_{k,1} = c_1 Ta^{3/2} \quad (1.1)$$

где, согласно [5], для двух свободных границ и постоянной разности температур ΔT $c_1 = 8,7$. Если одна верхняя граница свободная, а нижняя твердая и постоянен поток тепла f на обеих границах, то $c_1 = 2,39$.

Регулярные структуры, образующиеся при переходе через $Ra > Ra_{k,1}$, являются треугольными вихревыми решетками, т. е. вся система разбивается на вихри, расположенные по вершинам равносторонних треуголь-

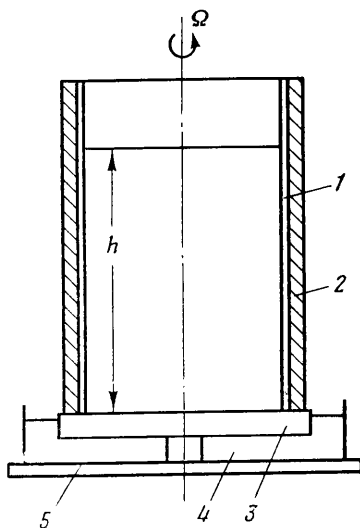
пиков. При увеличении числа Ra (и постоянном Ta) вихревая решетка становится менее устойчивой и при $Ra > Ra_{k.2}$ возникает нерегулярное турбулентное движение. В [4] экспериментально был исследован этот переход

$$\frac{Ra_{fk.2}}{f} f_0 = c_2 Ta^{3/2} \quad (1.2)$$

где $f_0 = 140 \text{ Вт/м}^2$, $c_2 = 464 \pm 113$.

В настоящей работе исследуется термическая структура регулярных вихревых образований в конвективных движениях во вращающейся жидкости, т. е. области чисел $Ra_{fk.1} < Ra_f < Ra_{fk.2}$.

2. Схема экспериментальной установки представлена на фиг. 1. Цилиндрический сосуд 1, выполненный из оргстекла, с толщиной стенок 2 см, диаметром 17 см и высотой 21 см заполняется дистиллированной водой до глубины h . Стенки цилиндра дополнительно теплоизолированы пенопластом 2 толщиной 7 см. Дно сосуда 3 сделано из алюминия толщиной 3 см и нагревается в сосуде 4, в котором циркулирует вода от термостата. Вся система расположена на платформе 5, которая вращается с постоянной угловой скоростью Ω .



Фиг. 1

Поток тепла f от нагреваемого дна проходит через жидкость и покидает ее на свободной поверхности за счет испарения и теплового контакта с холодным воздухом. Этот поток измерялся двумя способами: по измеренным значениям температур воды и воздуха и влажности воздуха и по показаниям термопары на слое оксидной смолы на дне сосуда. Значения потока совпадали с точностью $\pm 5\%$. Ось вращения цилиндра совпадает с осью вращения платформы и параллельна вектору силы тяжести.

Внутри сосуда расположена измерительная термопара, которая в зависимости от целей исследования по-разному располагается в жидкости. В одних случаях оба спая неподвижно находятся в жидкости, в других — один спай неподвижен и термостатирован вне жидкости, а второй либо неподвижен, либо перемещается в жидкости. Термопара спаяна из нихромовой и константановой проволоки диаметром 0,05 мм, размер чувствительной части не превышает 0,1 мм. Динамические и тепловые возмущения от такой термопары малы. Если требуется перемещать один спай термопары, то проволока, на которой находится этот спай, через систему блоков перематывается с одной катушки на другую. Катушки насажены на оси, которые через шкивы вращаются с одинаковой скоростью от мотора СД-3. Скорость движения спая во всех экспериментах была одинакова 1,71 см/мин.

Сигнал с термопар подается на предварительный усилитель, который установлен на вращающейся платформе, так как прямая передача малого сигнала через токосъемники приводит к большим искажениям. Усиленный сигнал с вращающейся платформы через токосъемник поступает на самописец, постоянная составляющая сигнала компенсируется и записываются временные характеристики флуктуации температуры. Система позволяет определять разность температуры до $0,01^\circ$.

Вращение платформы осуществляется двигателем постоянного тока, который питается от стабилизатора, поддерживающего напряжение с точностью до 1%. Стабильность скорости вращения проверяется при помощи стробоскопа. При $6,28 > \Omega > 2,09$ рад/с $\Omega^{-1} \Delta\Omega < 1,5 \cdot 10^{-4}$ ($\Delta\Omega$ — отклонение

Ω от среднего положения). Отклонение оси цилиндра от оси вращения не превышает $1,6 \cdot 10^{-3}$ рад. Смещение оси цилиндра параллельно оси вращения не влияет на стационарную вихревую решетку, однако в экспериментах это смещение не превышало 0,5 мм.

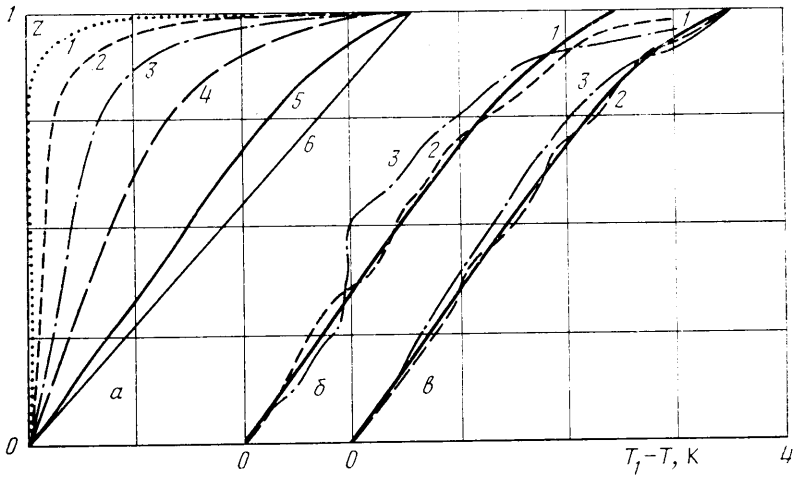
Эксперименты проводятся после того, как в системе установится тепловое равновесие, определяемое постоянным потоком тепла с верхней свободной поверхности. В момент включения, вращения и разгона жидкости тепловое равновесие нарушается, но через некоторое время устанавливается новое, зависящее от скорости вращения системы. Время установления этого равновесия в некоторых экспериментах — порядка нескольких часов, поэтому используются режимы с известными из предыдущих опытов тепловыми параметрами, зависящими и от скорости вращения всей системы.

3. В данной работе исследуется в основном термическая структура одного из режимов конвекции плоского вращающегося горизонтального слоя — устойчивой конвективной решетки. Как было показано в [4], такой режим характеризуется некоторой структурой (в устойчивом режиме — треугольной), состоящей из ярко выраженных вихрей. Рассматривается плоский слой жидкости с теплоизолированными стенками и постоянным потоком тепла f , направленным от нижней твердой к верхней свободной границе. Вверху жидкость испаряется и за счет этого в тонком приповерхностном слое образуется холодная пленка, которая со временем становится неустойчивой. Разрушение ее происходит в виде термиков холодной воды, опускающихся вниз. Подробно этот процесс рассмотрен в [6]. На нижней границе также образуется погранслои и возникают термики теплой воды, движущиеся вверх.

Основной характеристикой конвекции между двумя плоскими границами с заданной разностью температур на них при больших числах Рэлея $Ra > 10^6$ является сильно перемешанное ядро жидкости, т. е. основное изменение температуры происходит вблизи границ, а внутри жидкости средняя температура практически не меняется с высотой. Наблюдаются также режимы, в которых внутри жидкости возникает устойчивое распределение средней температуры [7, 8] при неустойчивом внешнем градиенте, иначе говоря, развитая турбулентная конвекция приводит к выравниванию средней температуры внутри жидкости. Независимо от поведения в граничных областях при больших Ra внутри невращающейся жидкости средняя температура постоянна по высоте.

В той части работы, где исследуется вертикальный профиль температуры, в качестве нижней границы использовалось промежуточное дно из оргстекла толщиной 1 мм. Это было вызвано необходимостью размещения под дном механизма для перемещения термодары. Наличие такого дна приводит к тому, что падение температуры вблизи этого дна мало и через жидкость проходит постоянный поток тепла. Типичный профиль средней температуры для такой системы представлен на фиг. 2, а кривой 1 для случая $\Omega=0$. Этот профиль совпадает с аналогичными профилями, полученными с помощью более точных измерений в [6], что подтверждает возможность применения описанной методики для измерения профилей температуры. Профиль 1 фиг. 2, а можно разбить на два участка: верхний, в котором происходит основное падение температуры, обусловленное испарением, и оставшуюся часть $0,8 < Z = h_g h^{-1}$ (где h_g — высота спая термодары над дном, h — глубина жидкости), в которой температура практически не изменяется. Отметим, что в верхней части жидкости устанавливается неустойчивый профиль температуры, т. е. температура с высотой уменьшается, а плотность увеличивается. Такое состояние возможно только в жидкости с непрерывным перемешиванием.

Если жидкость вращается с постоянной угловой скоростью, то нерегулярные термики на поверхности трансформируются в интенсивные вихри-стоки, которые при больших скоростях вращения и малых потоках



Фиг. 2

тепла выстраиваются в треугольную решетку. В центре вихря опускается холодная вода, а на периферии поднимается теплая. За счет такого обмена устанавливается принципиально новое распределение температуры по вертикали T_v . Типичные профили T_v для $h=2,7$ см при разных значениях Ω показаны на фиг. 2, а кривыми 2–5 ($f=150$ Вт·м⁻², Ω : 2 – 1,04; 3 – 2,09; 4 – 4,18; 5 – 6,28 рад/с). Температуры в верхнем слое уменьшаются с высотой, хотя и не так значительно, как при $\Omega=0$. В основном объеме жидкости устанавливается линейный профиль вертикальной температуры, причем градиент температуры зависит от угловой скорости вращения $\Omega \sim \nabla T_v$. Четкий линейный профиль вертикальной температуры наблюдается в системе при малом потоке тепла и большой скорости вращения, так как в этом случае возмущения, создаваемые вихрями, малы за счет того, что внутри они жестко закреплены в узлах решетки, и малы сами амплитуды колебания температуры в вихре. При увеличении f , h на средний профиль накладываются значительные возмущения, вызванные неоднородностью системы по горизонтали из-за присутствия вихрей, и каждый индивидуальный профиль будет испытывать эти возмущения (см. фиг. 2, б: $h=2,7$ см, $\Omega=6,28$ рад·с⁻¹, f : 1 – 150, 2 – 450, 3 – 1650 Вт·м⁻²; фиг. 2, в: $f=150$ Вт·м⁻², $\Omega=6,28$ рад·с⁻¹, h : 1 – 2,7, 2 – 5,0, 3 – 10,0 см).

Рассмотрим зависимость вертикальных профилей температуры от глубины жидкости и от потока тепла. Для $\Omega=6,28$ рад·с⁻¹ записи температуры для $h=2,7$ см и трех различных значений f представлены на фиг. 2, б. Оказалось, что при значительном изменении потока тепла (в 11 раз) градиент вертикальной температуры изменялся слабо. Аналогично, согласно записям, представленным на фиг. 2, в, градиент температуры не зависит от величины Z для различных значений h . Но так как $Z=h_0 h^{-1}$, то градиент температуры линейно зависит от величины h^{-1} .

На основе теории размерности можно предположить, что величина ∇T_v будет определяться параметром $\Pi=2\Omega k Ra_f^{1/4}(\alpha g h^2)^{-1}$. Тогда $\nabla T_v = c_3 \Pi$. Основная зависимость параметра Π будет от Ωh^{-1} , так как слабая зависимость от потока $f^{1/4}$ частично в наших экспериментах будет компенсироваться зависимостью молекулярных коэффициентов от температуры жидкости.

Ниже представлены результаты всех измерений, приведенных для каждого из потоков тепла (150, 450 и 1650 Вт·м⁻²), глубин 2,7; 5,0 и 10,0 см и скоростей вращения 1,04, 2,09, 4,18 и 6,28 рад/с⁻¹:

П·10 ² , К·см	6,56	13,2	20,8	29,9	51,5	3,44	7,13	14,9	23,9	3,41	7,13
∇T, К·см	0,16	0,32	0,48	0,64	1,36	0,08	0,17	0,37	0,55	0,08	0,16
П·10 ² , К·см	11,1	34,0	58,6	8,12	17,5	27,3	8,20	12,6	42,8	74,0	
∇T, К·см	0,26	0,80	1,40	0,19	0,38	0,63	0,19	0,32	0,76	1,40	

Величина $c_3=2,21$, коэффициент взаимной корреляции $r^2=0,9787$ по 21 паре значений.

Зная величину ∇T_v , можно вычислить величину безразмерного потока тепла, проходящего через жидкость, — число Нуссельта $Nu=k_T k^{-1}$, где $k_T=f(\rho c_p \nabla T_v)^{-1}$.

Подставляя значение ∇T_v , получаем

$$k_T = \frac{f}{\rho c_p \nabla T_v} = \frac{\alpha g h^2 f}{2c_3 \rho c_p \Omega k Ra_f^{1/4}} \frac{h^2 \nu k}{h^2 \nu k} = \frac{Ra_f}{c_3 Ra_f^{1/4}} \frac{k \nu}{2\Omega h^2} = \frac{Ra_f^{3/4}}{Ta^{1/2}} \frac{k}{c_3} \quad (3.1)$$

или

$$Nu = \frac{k_T}{k} = \frac{Ra_f^{3/4}}{c_3 Ta^{1/2}} \quad (Ra_f = Nu Ra)$$

$$Nu = \frac{Ra^{3/4} Nu^{3/4}}{c_3 Ta^{1/2}} \Rightarrow Nu = \frac{Ra^3}{Ta^2} c_4, \quad c_4 = c_3^{-4} = 4,17 \cdot 10^{-2} \quad (3.2)$$

т. е. на диаграмме в осях ($\lg Ra$, $\lg Ta$) значения $Nu = \text{const}$ являются прямыми линиями с наклоном $2/3$ ($Ra \sim Ta^{2/3}$), параллельные изолинии $Nu=1$ или критической кривой возникновения конвективных движений (1.1). В [9] экспериментально исследованы значения Nu при различных Ra и Ta . В логарифмических осях (Ra , Ta) изолинии Nu в области устойчивой решетки параллельны кривой устойчивости, т. е. соответствуют нашим экспериментальным результатам.

Из выражения (3.2) следует, что при $Nu=1$, т. е. в момент возникновения конвекции, $Ra_f = Ra = c_3^{4/3} Ta^{2/3} \approx 2,88 \cdot Ta^{2/3}$. А для наших граничных условий $c_1 = c_3^{4/3} = 2,39$, т. е. наблюдается хорошее соответствие значений, полученных совершенно различными методами. Из (3.2) также следует, что изолинии Nu разнесены пропорционально $Nu^{1/4}$. Обработка результатов работы [10] показывает, что изолинии сближаются для максимального $Ta = 3 \cdot 10^7$, показатель степени при $Nu^6 - \delta \approx 0,45$ и наблюдается дальнейшая тенденция к сближению изолиний. В наших экспериментах $3 \cdot 10^6 < Ra_f < 4 \cdot 10^9$, $7 \cdot 10^6 < Ta < 5 \cdot 10^{10}$.

Естественно, что значение ∇T_v ограничено. Это ограничение обусловлено тем, что в жидкости, в которой нет конвективных движений, устанавливается режим теплопроводности, внутренний градиент которого равен ∇T — внешнему градиенту температуры. Такое ограничение для параметров фиг. 2, a представлено прямой b . Однако, как было показано, ∇T_v не зависит от f (или ∇T) и поэтому, изменяя Ω , можно получить $0 < \nabla T_v < \nabla T$, но при увеличении ∇T значение ∇T_v все равно будет определяться выражением $\nabla T_v = c_3 \Pi$.

Отметим, что все представленные профили измерялись в центре сосуда, однако отдельные эксперименты, проводимые на некотором расстоянии от центра (1,2 и 3,5 см), показали, что профили не зависят от расстояния до центра.

4. Исследования горизонтальных профилей температуры проводились двумя способами. Либо термopара протягивалась внутри жидкости, как

это проводилось при изучении вертикальной структуры, либо спай термопары покоился на некотором расстоянии R от центра сосуда, а жидкость медленно вращалась с некоторой постоянной угловой скоростью относительно стенок сосуда. Вращение жидкости осуществлялось за счет трения верхней поверхности воды о воздух, причем влияние воздуха на жидкость наблюдалось при высоте цилиндра над водой до 50 см. Для предотвращения этого влияния сверху над цилиндром создавалась специальная система, которая позволяла жидкости испаряться, но устраняла сдвиг на поверхности. Если такая защита установлена, то решетка покоится относительно стенок цилиндра, если же защиты нет, то жидкость медленно вращается с постоянной скоростью относительно стенок сосуда.

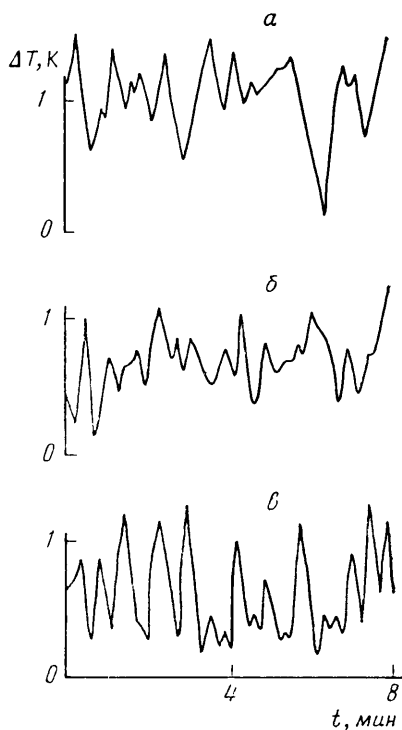
На фиг. 3 представлены записи температуры в точке на расстоянии $R=1,5$ см от центра сосуда ($a - Z=0,98$, $b - Z=0,51$, $c - Z=0,02$). При прохождении через эту точку вихрей, вращающихся с периодом 6 мин 35 с, из-за отсутствия защиты на записи видны соответствующие изменения температуры в этой точке. Результаты представлены для $f=450$ Вт/м², $\Omega=6,28$ рад/с, $h=5$ см и различных значений Z (дно металлическое, верхняя поверхность свободная, высота жидкости всегда при указании режима берется при $\Omega=0$, а при построении Z — реально зависящая от Ω из-за параболического мениска, образующегося при вращении). В этом случае $Ra_f = 1,67 \cdot 10^8$, $Ta = 2,33 \cdot 10^9$, расстояние между вихрями $d=1,03$ см.

Отметим наиболее характерные особенности распределения температуры в вихрях. Вблизи испаряющейся поверхности $Z=0,98$ преобладает опускание холодной жидкости в небольшой области центра вихря, поднятие теплой служит как бы средним фоном, расстояние между минимумами записи соответствует расстоянию между вихрями. На нижней границе $Z=0,02$ преобладает подъем теплой жидкости, но максимумы соответствуют не центру вихря, а прохождению термопарой цилиндра, по которому происходит подъем, т. е. одному вихрю соответствуют два максимума. В центре сосуда при $Z=0,51$ поднятие и опускание уравновешиваются.

Записи, аналогичные представленным на фиг. 3, статистически обрабатывались для различных горизонтов Z . Ниже представлена зависимость вторых моментов (среднеквадратичного отклонения температуры σ) от Z , что соответствует амплитуде колебания температуры в вихре от центра к периферии в зависимости от расстояния до дна:

Z	0,02	0,05	0,14	0,35	0,51	0,72	0,88	0,98
σ, K	0,36	0,29	0,27	0,21	0,24	0,25	0,26	0,35
γ	0,82	0,82	0,95	0,80	0,86	0,57	0,16	-0,43

Наблюдается естественное выравнивание температуры в вихре при отходе от границ, где $\sigma \approx \sigma_{\max}$ и для $0,1 < Z < 0,9$ величина σ примерно стационарна и имеет достаточно большое значение ($\sigma_{\max} < 1,5\sigma$). Там же



Фиг. 3

представлена зависимость γ от Z ($\gamma = m_3 \sigma^{-7/2}$, где m_3 — третий момент), т. е. представлена характеристика преобладания подъема в жидкости ($\gamma > 0$) или опускания ($\gamma < 0$).

Средняя разность температуры в вихре между центром и краями ΔT_H слабо зависит от скорости вращения и глубины жидкости. Основная зависимость ΔT_H наблюдается от потока тепла f . Так, на расстоянии 1 см от дна при $f = 150$ Вт/м² величина $\Delta T_H = 0,53$ К при 450 Вт/м² — 0,88 К, а при 1650 Вт/м² — 1,47 К (что определяет зависимость $\Delta T_H \sim f^n$, где $n \approx 0,42$).

Естественно, что при изменении граничных условий меняется и зависимость σ от Z . Так, при теплопередаче только на верхней свободной поверхности и теплоизолированном дне и боковых границах значение ΔT_H уменьшается в 2 раза на $Z = 0,25$ и 4,4 раза на $Z = 0,05$ по сравнению с ΔT_H на $Z = 0,95$.

Таким образом, согласно проведенным экспериментам, представляется следующее распределение температуры во вращающейся жидкости в режиме конвективных решеток. Средняя температура линейно падает с глубиной, градиент ее определяется величиной Π . Кроме того, наблюдается периодическое изменение температуры по горизонтали, вызванное переходом от холодного центра вихря к теплым краям.

Автор благодарит Г. С. Голицына за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nakagawa Y., Frenzen P. A theoretical and experimental study of cellular convection in rotating fluids // *Tellus*. 1955. V. 7. № 1. P. 1–21.
2. Дикарев С. Н. О влиянии вращения на структуру конвекции в глубокой однородной жидкости // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273. № 3. С. 718–720.
3. Бубнов В. М., Голицын Г. С. Режимы конвекции во вращающейся жидкости // Докл. АН СССР. 1985. Т. 281. № 3. С. 552–555.
4. Boubnov V. M., Golitsyn G. S. Experimental study of convective structures in rotating fluids // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 167. P. 503–531.
5. Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford: Clarendon Press. 1961. 652 p.
6. Katsaros K. B., Liu W. T., Businger J. A., Tillman J. E. Heat transport and thermal structure in the interfacial boundary layer measured in an open tank of water in turbulent free convection // *J. Fluid Mech.* 1977. V. 83. Pt 2. P. 311–335.
7. Бердников В. С., Курдюшкин А. Г. Турбулентная конвекция в горизонтальном слое жидкости со свободной верхней границей // Пристенное турбулентное течение: Тр. 18-го Сиб. теплофиз. семинара. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1975. Ч. 2. С. 243–255.
8. Кутателадзе С. С., Курдюшкин А. Г., Бердников В. С. Поле скорости в конвективной ячейке горизонтального слоя жидкости при тепловой гравитационной конвекции // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1974. Т. 10. № 2. С. 137–145.
9. Rossby H. T. A study of Bénard convection with and without rotation // *J. Fluid. Mech.* 1969. V. 36. Pt 2. P. 309–337.

Москва

Поступила в редакцию
10.III.1987