

УДК 532.526

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ
РЕЦИРКУЛЯЦИОННЫХ ЗОН В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ СЛЕДЕ
ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕБЛАГОПРИЯТНОГО
ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

ТРИГУБ В. Н.

Получено интегродифференциальное уравнение, описывающее процесс образования рециркуляционных зон вблизи оси тонкого осесимметричного следа в несжимаемой жидкости, содержащее параметр, характеризующий степень воздействия неблагоприятного градиента давления. Показано, что при значениях параметра, меньших определенного критического, существуют два различных стационарных решения, а при значениях, превышающих критическое, стационарных решений не существует.

1. **Постановка задачи.** Пусть в потенциальном потоке несжимаемой жидкости расположена тонкая осесимметричная область завихренного течения (след за телом сильно вытянутой формы). Считаем, что характерная длина l_m , на которой происходит перестройка течения под воздействием неблагоприятного градиента давления, вызванного некоторым осесимметричным препятствием во внешнем потоке, сравнима с длиной, на которой проявляется действие сил вязкости в завихренном течении. Выберем цилиндрическую систему координат (x, r) с осью x , направленной по потоку вдоль оси симметрии. Обезразмерим компоненты скорости по характерной скорости внешнего потока u_m , длины — по l_m , давление — по ρu_m^2 , время — по l_m/u_m . Течение в целом описывается уравнениями Навье — Стокса

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial Y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon^2 \left[2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(Y \frac{\partial u}{\partial Y} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \\ \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{V^2}{2Y} &= -2Y \frac{\partial p}{\partial Y} + \varepsilon^2 \left[2Y \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right], \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $Y=r^2/2$, p — давление, u , V/r — аксиальная и радиальная компоненты скорости, $\varepsilon^2 = \nu/u_m l_m$, ν — коэффициент вязкости, $\rho = \text{const}$ — плотность. Введем функцию тока ψ так, что $u = \partial\psi/\partial Y$, $V = -\partial\psi/\partial x$.

Течение в завихренной области может быть описано системой уравнений параболического типа, сходных с уравнениями Прандтля для пограничного слоя. Однако если под влиянием неблагоприятного градиента давления на оси течения появляется точка торможения, то решение таких уравнений в ее окрестности оказывается в общем случае особым. Подробный анализ поведения решений системы уравнений параболического типа вблизи точки торможения в осесимметричном следе был проведен в [1]. В частности, было найдено особое решение, продолжимое за точку торможения, и показано, что это решение является предельным для класса регулярных, имеющих минимум в распределении скорости на оси, при стремлении минимальной скорости к нулю.

Положим, что форма профиля скорости в начальном сечении следа и распределение давления на его внешней границе, определяемое из решения задачи для потенциального течения, зависят от некоторого параметра δ . Пусть при этом распределение скорости на оси следа, получающиеся в результате решения системы уравнений параболического типа с заданным градиентом давления, для значений $\delta > 0$ имеют минимум, а при $\delta = 0$ в точке $x = 0$ скорость на оси обращается в нуль. В [1] получено разложение таких решений при $y = Y/\varepsilon^2 = O(1)$, $\delta \rightarrow +0$, $x \rightarrow \mp 0$

$$\psi = \varepsilon^2 \left\{ \Psi_0(y) + \frac{2a_0}{p_{00}} |x| U_0 - x I_0 + o(x) + \delta \left[\frac{2a_1}{p_{00} |x|} U_0 - O(|x|^{-1/2}) \right] \right\}$$

$$p = p_{00} x + p_{01} x^2 / 2 + o(x^2), \quad U_0(y) = \Psi_0'(y) \quad (1.2)$$

$$I_0(y) = U_0 \int_0^y \frac{2(y U_0')' - p_{00}}{U_0^2} dy$$

$$\Psi_0(y) = \frac{p_{00}}{4} y^2 + \frac{p_{00}}{576} (p_{01} + a_0^2) y^4 + o(y^4), \quad y \rightarrow 0$$

Представление для функции тока (1.2) не является равномерно пригодным при $y \rightarrow 0$, $y|x|^{-1/2} = O(1)$, где решения имеют вид

$$\psi = \varepsilon^2 \left\{ |x| \frac{p_{00}}{4} \eta^2 + |x|^{1/2} \varphi_1(\eta) + x^2 \varphi_2(\eta) + o(x^2) + \delta [|x|^{-1/2} a_1 \eta + O(1)] + \dots \right\} \quad (1.3)$$

$$\varphi_1 = a_0 \eta, \quad \varphi_2 = b_0 \eta - (p_{01} + a_0^2) \left(\frac{\eta^2}{4} - p_{00} \frac{\eta^4}{576} \right), \quad \eta = y|x|^{-1/2}$$

Постоянные a_0 , $a_1 > 0$, b_0 в (1.2), (1.3) могут быть определены в каждом конкретном случае путем численного исследования подхода решения к особому при $\delta \rightarrow 0$.

Решение, представляемое разложениями (1.2), (1.3) при $\delta = 0$, является особым (радиальная составляющая скорости терпит разрыв при $x = 0$) и поэтому не может быть равномерно пригодным решением полных уравнений Навье — Стокса (1.1) при $\varepsilon \rightarrow 0$. Поставим задачу получить равномерно пригодное решение уравнений (1.1) в окрестности точки торможения, допускающее сращивание с внешними для него разложениями (1.2), (1.3). Отметим, что во многом подобная задача об асимптотической структуре решений уравнений Навье — Стокса вблизи точки нулевого трения в двумерном пограничном слое исследовалась в [2—4].

2. Течение в основной по толщине части завихренного слоя и его сращивание с потенциальным потоком. При $\delta = 0$ радиальная компонента скорости в решении (1.2), (1.3) разрывна, и, следовательно, для достаточно малых значений δ продольный градиент давления, индуцированный этой скоростью во внешнем течении, окажется достаточным для обратного воздействия на течение в завихренной области. Взаимодействие тонкой завихренной области с внешним потенциальным течением рассматривалось в [5]. В настоящей работе воспользуемся иным подходом к построению решения, исключаяющим появление рядов по степеням логарифма малого параметра и приводящим к композитному уравнению для течения в центральной области вблизи оси. Пусть $\delta = \sigma \theta$, где $\sigma > 0$ характеризует порядок величины δ , при котором начинается взаимодействие, а параметр $\theta = O(1)$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения. В основной по толщине части области взаимодействия, где $y = O(1)$, $s =$

$=x\sigma^{-1/2}=O(1)$, решение представляется в виде

$$\begin{aligned} \psi &= \varepsilon^2 \left[\Psi_0(y) + \sigma^{1/2} f_1(s, y, t) + \sigma \left(f_{20}(s, y, t) + \frac{\varepsilon^2}{\sigma^{1/2}} f_{21}(s, y, t) \right) + O^*(\sigma^{3/2}) \right] \\ p &= \sigma^{1/2} p_{00} s + \sigma \left[p_{01} \frac{s^2}{2} + p_1(s, t) + \frac{\varepsilon^2}{\sigma^{1/2}} p_2(s, y, t) \right] + O^*(\sigma^{3/2}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Символ $O^*(\delta^{3/2})$ здесь означает члены $O(\delta^{3/2})$ и логарифмически им близкие [5]. Подстановка (2.1) в (1.3) приводит к системе уравнений (2.2), из которой находим f_1 и p_1

$$\begin{aligned} R(f_1) &= U_0 \frac{\partial^2 f_1}{\partial y \partial s} - U_0' \frac{\partial f_1}{\partial s} = -p_{00} + 2(y U_0')', \quad R(f_{21}) = -\frac{\partial p_2}{\partial s} \\ R(f_{20}) &= -p_{01} s - \frac{\partial p_1}{\partial s} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial s} \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} - \frac{\partial f_1}{\partial y} \frac{\partial^2 f_1}{\partial y \partial s} \right) - \frac{\partial^2 f_1}{\partial y \partial t} \\ &\quad \frac{\partial p_2}{\partial y} = \frac{U_0}{2y} \frac{\partial^2 f_1}{\partial s^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$f_1 = \frac{2}{p_{00}} A_1(s, t) U_0 + s I_0, \quad p_2 = p_{20}(s, t) + \frac{1}{p_{00}} \frac{\partial^2 A_1}{\partial s^2} \int_0^y \frac{U_0^2}{y} \partial y \quad (2.3)$$

где $A_1(s, t)$, $p_{20}(s, t)$ — некоторые, пока произвольные функции. Учитывая, что при $y \rightarrow \infty$ $U_0(y) \rightarrow U_e$ экспоненциально, из (2.2) и (2.3) можно получить разложения компонент скорости при $y \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} u &= U_e - \sigma^{1/2} s \frac{p_{00}}{U_e} - \frac{\sigma}{U_e} \left\{ p_1(s, t) + s^2 \left(p_{01} + \frac{p_{00}^2}{U_e^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon^2 \sigma^{-1/2} \left[p_{20}(s, t) + \frac{\partial^2 A_1}{\partial s^2} \frac{U_e^2}{p_{00}} (\ln y + C_1) \right] \right\} + O^*(\sigma^{3/2}) \\ V &= -\varepsilon^2 \left(-\frac{p_{00}}{U_e} y + \frac{2U_e}{p_{00}} \frac{\partial A_1}{\partial s} + C_2 \right) + O^*(\varepsilon^2 \sigma^{1/2}) \\ C_1 &= \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{U_e^2} \int_0^y \frac{U_0^2}{y} dy - \ln y \right), \quad C_2 = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(I_0(y) + \frac{p_{00}}{U_e} y \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Возмущения в области потенциального течения, где $s = x\sigma^{-1/2} = O(1)$, $y = O(\sigma\varepsilon^{-2})$, представляются в виде потенциала от источников, расположенных на оси. Приведем главные члены разложения для компонент скорости, индуцированной распределением источников интенсивности $2\pi F'(x)$ при $r \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} V &= F'(x) + O(r^2 \ln 1/r) \\ u &= -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} F'''(\lambda) \ln \left(2 \left| \frac{x-\lambda}{r} \right| \right) \text{sign}(x-\lambda) d\lambda + O \left(r^2 \ln^2 \frac{1}{r} \right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Сращивание выражений (2.5) при $x = s\sigma^{-1/2}$, $r = \varepsilon \sqrt{2y}$, $s = O(1)$, $y = O(1)$, $\varepsilon, \delta \rightarrow 0$ с разложениями (2.4) позволяет заключить, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial s^2} &= -\varepsilon^2 \delta^{1/2} \frac{2U_e}{p_{00}} \frac{\partial^2 A_1}{\partial s^2}, \quad \frac{\varepsilon^2}{\sigma^{1/2}} \ln \left(\frac{\sigma^{1/2}}{\varepsilon} \right) = 1 \\ p_1 &= -\frac{2U_e^2}{p_{00}} A_1''(s), \quad p_{20} = -\frac{U_e^2}{p_{00}} [A_1''(s) (\ln 2 + C_1) + L(A_1)] \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$L(f(s)) = \int_{-\infty}^{+\infty} f'''(\lambda) \ln|s-\lambda| \operatorname{sign}(s-\lambda) d\lambda$$

Граничное условие на функцию $A_1(s, t)$ при $s \rightarrow \pm\infty$ можно получить из сращивания представления функции тока (2.1) с внешним разложением (1.2)

$$A_1(s, t) = a_0 |s| + \theta \frac{a_1}{|s|} + o\left(\frac{1}{|s|}\right)$$

3. Течение вблизи оси симметрии в области взаимодействия. Для замыкания задачи рассмотрим центральную область течения, в которой силы вязкости сравнимы с инерционными. Эта область является продолжением зоны, где справедливы разложения (1.3), и расположена при $n = y\sigma^{-1/4} = O(1)$, $s = O(1)$. Решение в ней будем искать в виде

$$\begin{aligned} \psi &= \varepsilon^2 \left\{ \sigma^{1/2} \frac{p_{00}}{4} n^2 + \sigma^{3/4} \varphi_1(s, n, t) + \sigma \varphi_2(s, n, t) + O^*(\sigma^{5/4}) \right\} \\ p &= \sigma^{1/2} p_{00} s + \sigma \left[p_{01} \frac{s^2}{2} + p_1(s, t) + \varepsilon^2 \sigma^{-3/2} p_2(s, t) \right] + O^*(\sigma^{5/4}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

После подстановки разложений (3.1) в уравнения (1.1), выполнения предельного перехода $\varepsilon \rightarrow 0$ и сращивания с внешними разложениями (2.1), (1.3), для функции $\varphi_1(s, t)$ получается краевая задача, рассмотренная ранее в [1], единственным решением которой является $\varphi_1(s, n, t) = A_1(s, t)n$.

Определим соотношения для функции φ_2 , удерживая в уравнениях и граничных условиях наряду с величинами главного порядка логарифмически им близкие

$$\begin{aligned} \frac{p_{00}}{4} \frac{\partial}{\partial s} \left(n \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \varphi_2 \right) &= \frac{\partial}{\partial n} \left(n \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial n^2} \right) - \\ &- \frac{1}{2} \left[p_{01} s + \frac{\partial p_1}{\partial s} + \tau \frac{\partial p_{20}}{\partial s} + \frac{\partial A_1}{\partial t} + A_1 \frac{\partial A_1}{\partial s} \right] \\ \varphi_2(s, 0) &= 0, \quad \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial n}(s, 0) \right| < \infty, \quad \tau = \varepsilon^2 \sigma^{-3/2} = \frac{1}{\ln(\varepsilon^{-1} \sigma^{1/2})} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\varphi_2 = p_{00} \frac{p_{01} + a_0^2}{576} n^4 + s \frac{p_{01} + a_0^2}{4} n^2 + A_2(s, t) n + o(n), \quad n \rightarrow \infty, \quad s \rightarrow -\infty$$

$$A_2(s, t) = b_0 (-s)^{3/2} + O(|s|^{1/2}), \quad s \rightarrow -\infty$$

Здесь $A_2(s, t)$ — произвольная функция.

Полученные таким образом уравнения (3.2) содержат малый параметр τ , убывающий, однако, при $\varepsilon \rightarrow 0$ весьма медленно. Решение композитной задачи (3.2) для функции φ_2 в предположении $\tau = O(1)$ позволяет получить разложение решения полной задачи с точностью, указанной в (3.1). С другой стороны, имея композитные уравнения, всегда можно строить их решения в виде ряда по параметру τ и тем самым прийти к разложениям, сходным с найденными в [5].

Чтобы привести задачу (3.2) к доступному для анализа виду, проведем замену переменных, аналогичную указанной в [1]

$$\varphi_2 = \frac{p_{00}}{576} (p_{01} + a_0^2) n^4 + s \frac{p_{01} + a_0^2}{4} n^2 + A_2(s, t) n + g(s, t) - n \int_n^\infty \frac{q_2(\xi, n)}{n^2} d\xi$$

$$g(s, t) = \frac{1}{p_{00}} \left[2 \int_{-\infty}^s \frac{\partial A_1}{\partial t} ds + A_1^2 - s^2 a_0^2 - 2\theta a_0 a_1 + 2p_1 + 2\tau p_{20} \right], \quad \xi = \frac{4s}{p_\infty}$$

Получающаяся в результате задача для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial q_2}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 q_2}{\partial n^2}, \quad q_2(0, \xi) = g(\xi, t), \quad \frac{\partial q_2}{\partial n}(0, \xi) = 0$$

$$q_2(n, \xi) = o(1), \quad \xi \rightarrow -\infty, \quad n \rightarrow \infty$$

оказывается переопределенной. Для существования ее решения необходимо выполнение условия $g(\xi, t) \equiv 0$, что приводит с учетом выражений (2.6) к нелинейному интегродифференциальному уравнению для функции $A_1(s, t)$. Преобразование $s = \alpha x$, $A_1 = a_0 \alpha A(x, t_1)$, $t = a_0 \alpha t_1$ позволяет записать уравнение для функции $A(x, t_1)$

$$2 \int_{-\infty}^x \frac{\partial A}{\partial t_1} dx + A^2 - x^2 - C = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^3 A}{\partial \lambda^3}(\lambda, t) \ln|x - \lambda| \operatorname{sign}(x - \lambda) d\lambda$$

$$C = \frac{2\theta a_1}{a_0 \alpha^2}, \quad \mu = \frac{\tau}{2 + \tau(\ln 2\alpha + C_1)}, \quad \frac{4U_e^2}{\rho_{00} a_0 \alpha^3} \left[1 + \frac{\tau}{2} (\ln 2\alpha + C_1) \right] = 1 \quad (3.3)$$

где параметр C определяется внешними разложениями в окрестности особой точки (1.2), (1.3), а параметр μ стремится к нулю при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Заметим, что, дифференцируя (3.3) по x и полагая $\mu = 0$, получим неоднородное уравнение Кортевега — де Вриза [6].

4. О существовании стационарных рециркуляционных зон. Исследуем подробно поведение стационарных решений уравнения (3.3) в зависимости от параметра C для предельного случая $\mu = 0$. Любое такое решение можно рассматривать как первый член разложения функции φ_1 по малому параметру τ . Уравнение (3.3) принимает вид

$$\frac{d^2 A}{dx^2} = A^2 - x^2 - C, \quad C = 2\theta \frac{a_1}{a_0} \left(\frac{4U_e^2}{\rho_{00} \alpha_0} \right)^{-1/2} \quad (4.1)$$

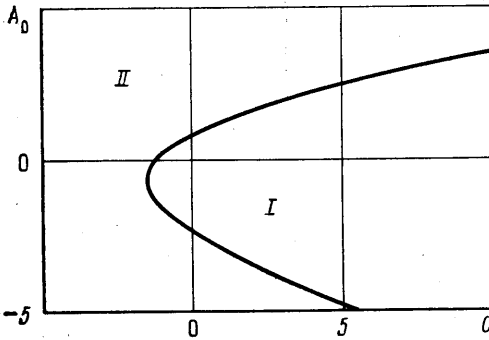
При обезразмеривании переменных величины l_m , u_m были выбраны произвольно, как некоторые характерные для внешнего течения. Удобно связать их с локальными характеристиками течения вблизи особой точки. Пусть $u_m = U_e$, $l_m^{-1} = (dp/dx)/\rho U_e^2$, где U_e , dp/dx — соответственно скорость и градиент давления во внешнем течении над особой точкой, тогда величины ε и σ определены однозначно, а параметр C принимает вид $C = \delta a_1 (2a_0)^{-1/2} / \sigma$.

Уравнение (4.1) не меняется при замене $x \rightarrow -x$ и, следовательно, допускает четные решения $A(x) = A(-x)$, $A'(0) = 0$. Решения такого типа строились численно методом пристрелки величины $A(0)$, т. е. при каждом фиксированном значении параметра C решалась задача Коши для $x > 0$ с начальными условиями $A(0) = A_0$, $A'(0) = 0$, а величина A_0 подбиралась так, чтобы обеспечить должное асимптотическое поведение функции $A(x)$ при $x \rightarrow +\infty$

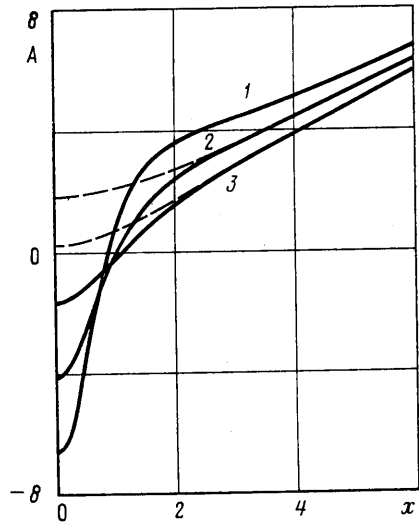
$$A(x) = x + \frac{C}{2x} - \frac{C^2}{8x^3} + \frac{C}{2x^4} + O\left(\frac{1}{x^5}\right) \quad (4.2)$$

На фиг. 1 приведены результаты расчетов в плоскости параметров (C, A_0) . При выборе параметров C, A_0 в части плоскости, не охватываемой линией (область I), функция $x/A(x)$ стремится к нулю при $x \rightarrow +\infty$, для точек в области II $A(x) = -x + o(1)$, $x \rightarrow +\infty$. Линия на фиг. 1 соответствует решениям уравнения (4.1) с асимптотическим поведением (4.2).

Как и в задаче об образовании отрывной зоны в пограничном слое под воздействием неблагоприятного градиента давления [2—4], стационарное решение уравнения (4.1) существует лишь для значений параметра C , превышающих определенное критическое: $C \geq C_* \approx -1,46$. В от-



Фиг. 1



Фиг. 2

личие от ситуации, рассмотренной в [2-4], где решение не единственно лишь в ограниченном диапазоне изменений параметра, уравнение (4.1) имеет два стационарных решения при всех значениях $C > C_*$. Отметим, что единственное решение не может быть отобрано путем выбора граничного условия вниз по течению. По-видимому, тип стационарного решения зависит от начальных и граничных условий в процессе установления, и для его определения, как и для выяснения поведения течения при $C < C_*$, необходимо исследование нестационарных решений уравнения (3.3).

Характерной чертой рассматриваемого течения является то, что силы вязкости в нем полностью компенсированы и не оказывают воздействия на возмущения, описываемые уравнением (4.1). Механизм, управляющий возмущениями, — их нелинейное взаимодействие с внешним потенциальным потоком.

При больших значениях параметра C и $A_0 > 0$ (верхняя ветвь линии) влияние взаимодействия уменьшается и функция $A(x)$ стремится к полученному ранее в [1] решению

$$A = C^{1/2} \sqrt{X^2 + 1} + \frac{1}{2C(X^2 + 1)^2} + O(C^{-5/2}), \quad X = xC^{-1/2} \quad (4.3)$$

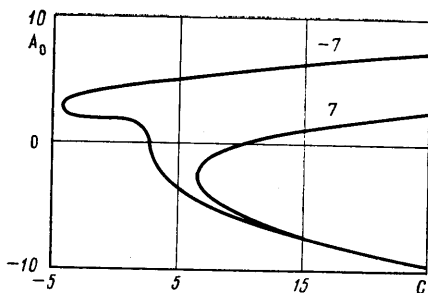
Взаимодействие приводит к тому, что решения существуют и при $C < 0$, причем для $-1,46 < C < -1,19$ по верхней ветви и для всех значений C с нижней ветви $A(0) < 0$, что означает наличие рециркуляционной зоны.

На фиг. 2 приводятся графики функции $A(x)$ для значений $C = -1, 3, 10$ (кривые 1-3). Решения, относящиеся к верхней и нижней ветвям, изображены пунктирной и сплошной линиями соответственно. Зная функцию $A(x)$, поле течения в главном приближении вблизи оси можно получить из выражений

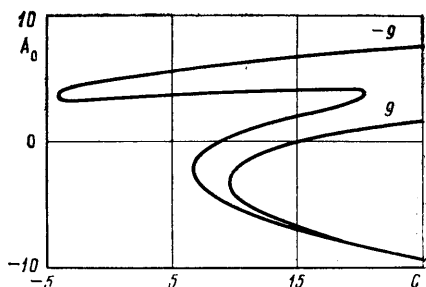
$$\psi_1 = 1/2 y_1^2 + A(x) y_1, \quad y_1 = y_{p00} / (2a_0 \alpha \sigma^{1/2}), \quad \psi_1 = \psi / (\varepsilon^2 a_0 \alpha \sigma^{1/2})$$

При увеличении C на нижней ветви длина зоны обратных токов уменьшается, градиенты скорости растут. Можно показать, что при $C \rightarrow +\infty$, $A_0 < 0$ всюду, за исключением окрестности точки $x=0$, справедливо решение (4.3), а при $\xi = xC^{-1/2} = O(1)$ располагается уединенная волна

$$A(\xi) = C^{1/2} [1 - 3 \operatorname{sech}^2(\xi/\sqrt{2})] + O(C^{-1}) \quad (4.4)$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Решение в форме уединенной волны (4.4) начинает формироваться на рассмотренном здесь режиме и сохраняется при дальнейшем увеличении параметра C .

В [5], где такое решение было впервые обнаружено, показано, что для его существования необходимо лишь выполнение условия малости отношения скорости вблизи оси невозмущенного следа к скорости набегающего потока.

Особый интерес представляет вопрос о существовании несимметричных решений уравнения (4.1). Поиск таких решений проводился численно методом, аналогичным изложенному ранее. Для этого при фиксированном значении величины $A'(0)=d>0$ в плоскости параметров (C, A_0) выстраивалась линия решений, удовлетворяющих при $x \rightarrow +\infty$ условию (4.2), а затем процесс повторялся с условием $A'(0)=-d$. Пересечение линий для $A'(0)=d$ и $A'(0)=-d$ означало бы ввиду симметрии уравнения (4.1) существование несимметричного решения. Однако в диапазоне значений $0 < d \leq 10$ таких решений обнаружено не было.

На фиг. 3, 4 приводятся примеры расчета линий в плоскости параметров C, A_0 для $d = \pm 7$ и ± 9 соответственно. При $C \rightarrow +\infty$ нижние ветви линий быстро сходятся, что означает ослабление чувствительности формирующейся уединенной волны к смещению по координате x .

В обзорах работ, связанных с разрушением вихря в продольном потенциальном потоке [7, 8], указывается, что при усилении внешнего неблагоприятного градиента давления разрушение происходит при меньших углах закрутки вихря. Полученные в настоящей работе решения могут служить основой для построения асимптотической теории разрушения вихря малой интенсивности под воздействием неблагоприятного градиента давления.

Автор благодарит В. Я. Нейланда и Вик. В. Сычева за ознакомление с работой и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тригуб В. Н. О течении в окрестности точки торможения осесимметричного следа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 53–59.
2. Рубан А. И. Асимптотическая теория коротких зон отрыва на передней кромке тонкого профиля // Изв. АН СССР. 1982. № 1. С. 42–51.
3. Stewartson K., Smith F. T., Kaups K. Marginal separation // Stud. in Appl. Math., 1982. V. 67. № 1. P. 45–61.
4. Brown S. N., Stewartson K. On an integral equation of marginal separation // SIAM J. Appl. Math., 1983. V. 43. № 5. P. 1119–1126.
5. Тригуб В. Н. Об асимптотической структуре взаимодействия в ламинарном осесимметричном следе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 35–42.
6. Майлс Дж. Уравнение Кортевега – де Вриза (исторический очерк) // Современная гидродинамика: Успехи и проблемы. М.: Мир, 1984. С. 186–208.
7. Hall M. G. Vortex breakdown // Annual Review of Fluid Mechanics. Palo Alto, Calif. Ann. Rev. Inc., 1972. V. 4. P. 195–218.
8. Leibovich S. The structure of vortex breakdown // Annual Review of Fluid Mechanics, Palo Alto, Calif.: Ann. Rev. Inc. 1978. V. 10. P. 221–246.

Москва

Поступила в редакцию
6.II.1985