

дит более сильное разгазирование нефти и более интенсивное вытеснение нефти из линзы. Однако на стадии нагнетания воды происходит интенсивный возврат нефти в линзу, что в значительной мере компенсирует положительный эффект первой стадии. Тем не менее комбинированный режим в конечном результате приводит к более высокому темпу вытеснения и большему коэффициенту извлечения нефти из низкопроницаемой зоны пласта.

Кривые 1' и 2' на фиг. 1 отражают рост со временем нефтеотдачи  $Q_0$  всего участка для режимов непрерывного нагнетания воды и комбинированного соответственно. Видно, что комбинированный режим при длительном времени эксплуатации обеспечивает повышение коэффициента извлечения нефти из пласта.

Эти расчеты проводились при  $\eta = k_1/k_2 = 10$ . Кривые 3 и 4 соответствуют расчетам при  $\eta = 20$ . Они также качественно отражают описанный выше механизм вытеснения нефти из низкопроницаемой зоны, но при этом показывают, что интенсивность вытеснения нефти из линзы снижается.

Здесь же приведены начальные участки графиков изменения суммарного отбора воды на выходе  $Q_w$  в зависимости от времени для режима непрерывного нагнетания воды (кривые 1'' и 2'' при  $\eta = 10$  и 20) и комбинированного режима (кривые 3'' и 4'' при  $\eta = 10$  и 20).

Положительный эффект вытеснения нефти из низкопроницаемого включения при комбинированном режиме, казалось бы, позволяет надеяться на увеличение эффекта при его многократном повторении. Соответствующие результаты расчетов приведены на фиг. 3. Здесь кривые 1 и 1' отвечают изменениям со временем содержания нефти в линзе и накопленной добычи нефти для одного цикла разгазирования — нагнетание воды, кривые 2 и 2' — для двукратного цикла. Из этих результатов видно, однако, что двукратное осуществление комбинированного режима не приносит ожидаемого эффекта. Последующее многократное повторение цикла, как показывают расчеты, значительно ухудшает показатели разработки. Это объясняется тем, что периодическое разгазирование нефти в процессе осуществления водонапорного режима способствует размазыванию фронта вытеснения, уменьшает подвижность нефти за счет увеличения вязкости и снижения фазовой проницаемости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Muskat M. Physical Principles of Oil Production. N. Y.: McGraw-Hill, 1949. 922 p.
2. Шалимов Б. В. Численное моделирование одномерной трехфазной фильтрации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 6. С. 59–66.
3. Gottfried B. E., Guilinger W. H., Snyder R. W. Numerical solutions of the equations for one-dimensional multi-phase flow in porous media // Soc. Petrol. Eng. J. 1965. V. 6. № 1. P. 62–73.

Москва

Поступила в редакцию  
26.VI.1986

УДК 532.546

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ ДВУХ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

МАНУЧАРЯНЦ Э. О., МИШИНА А. Ю., ЮДИН В. А.

Существующая теория фильтрации двух несмешивающихся нежимаемых жидкостей основана на ряде допущений, главными из которых являются предположения о равновесном распределении жидкостей (фаз) в пористой среде и о фильтрации фаз по своей связной системе каналов. Это позволяет ввести фазовые проницаемости, не зависящие от скорости фильтрации и способа создания насыщенности. Указанные допущения несправедливы при больших скоростях вытеснения, значительной неоднородности среды по проницаемости, быстром изменении приложенного к системе перепада давления, когда распределение фаз в пористой среде неравновесное.

Для учета неравновесных эффектов при вытеснении двух несмешивающихся жидкостей предложено несколько моделей [1–6]. В [2] для этой цели введены дополнительные силы в уравнения движения. В [3, 4] для описания неравновесного вытеснения введены фазовые проницаемости, зависящие не только от самого значения насыщенности, но и от скорости ее изменения; аналогичная зависимость для капиллярного давления рассмотрена в [5]. В [6] предложено обобщенное интегральное представление фазовых проницаемостей, которое допускает как частный случай дифференциальное описание, подобное использованному в [2].

Другой подход к описанию неравновесной фильтрации предложен в [1]. Он основан на разделении каждой из фильтрующихся фаз на две компоненты: активную, участвующую в фильтрационном потоке, и пассивную, которая вкладывает в поток не вносит. Разделение на компоненты повлекло за собой фундаментальное предположение об универсальности функций фазовых проницаемостей и капиллярного давления, если их аргументом является насыщенность активной компонентой. Эти

функции, согласно [1], не должны зависеть от скорости фильтрации, степени неравновесности и истории процесса вытеснения.

Проверка данного предположения по результатам математического эксперимента и составляет предмет данной работы, продолжающей исследования, изложенные в [7].

В [7] на основании результатов моделирования вытеснения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ было показано, что с ростом степени неравновесности фазовые проницаемости вытесняющей и вытесняемой фаз уменьшаются, в то время как остаточная насыщенность последней увеличивается. Это означает, что при неравновесном вытеснении связанная система капилляров, пронизывающих всю сетку и насыщенных данной фазой<sup>1</sup>, для фазовых проницаемостей становится менее эффективной, что связано в основном с ростом содержания пассивной компоненты.

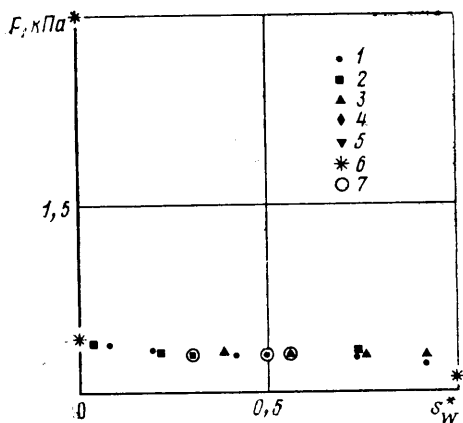
В данной работе изучены величины насыщенности активных и пассивных компонент при разных степенях неравновесности вытеснения и оценена применимость предложенной в [1] модели неравновесного вытеснения.

Пористая среда моделировалась двумерной регулярной сеткой узлов, соединенных капиллярами со случайно распределенными радиусами и длинами: радиусы распределены по логарифмически нормальному закону, длина капилляра является функцией его радиуса [7, 8]. Численно моделировалось вытеснение смачивающей жидкостью, первоначально заполняющей сетку полностью, несмачивающей жидкостью при следующих допущениях: 1) течение в капиллярах Пуазейлевское, 2) вытеснение в капиллярах поршневое, 3) узлы не имеют объема и пропускают фазы в любых направлениях.

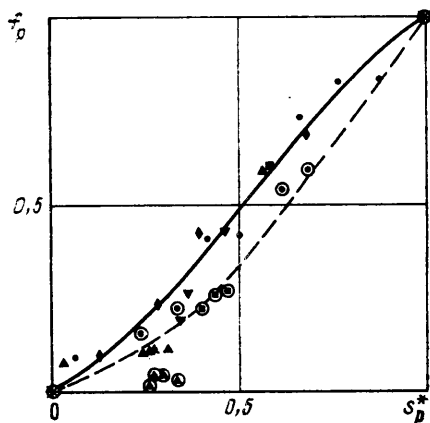
Приложенный к сетке перепад давления  $\Delta P$  — кусочно-постоянная возрастающая функция времени: в течении каждого фиксированного отрезка времени  $\tau$  имеем  $\Delta P = \text{const}$ . Различные режимы вытеснения моделируются путем изменения параметра  $\Theta = \tau/\tau_c$ , где  $\tau_c$  — время вытеснения из капилляра среднего радиуса [9]. Параметр  $\Theta$  и определяет степень неравновесности процесса: значению  $\Theta \gg 1$  соответствует равновесное вытеснение, при  $\Theta \leq 1$  вытеснение будет неравновесным, так как за время  $\tau$  не во всех капиллярах установится равновесная межфазная граница.

Если насыщенность вытесняющей фазой выше порога протекания, а вытесняемой — больше остаточной, то каждая из фаз распределена между капиллярами бесконечного и изолированных кластеров. В последних вытесняющая фаза не связана со входом сетки, а вытесняемая — с ее выходом. Жидкость в изолированных кластерах составляет часть пассивной компоненты фильтрующейся фазы. Другая ее часть содержится в мертвых концах бесконечного кластера.

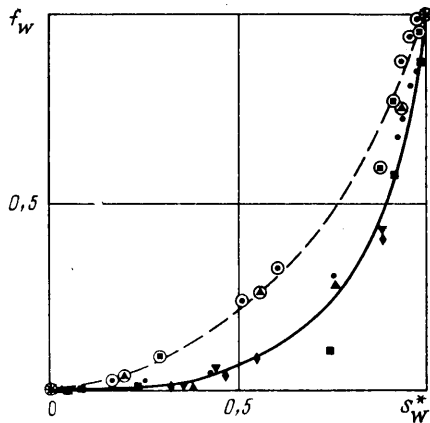
По определению [10], точка принадлежит скелету бесконечного кластера,



Фиг. 1



Фиг. 2



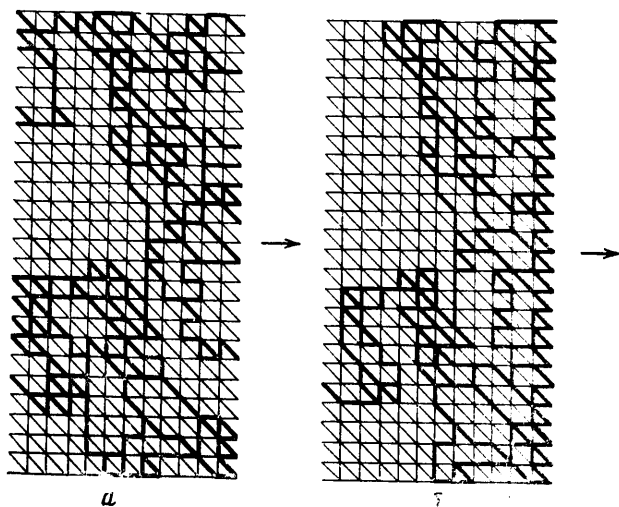
Фиг. 3

<sup>1</sup> Далее, как принято в теории протекания [10], будем называть ее бесконечным кластером.

если существует не менее двух путей, выходящих из нее в разные стороны, по которым можно уйти на бесконечность. Если для данной точки существует только один путь, уводящий на бесконечность, то она принадлежит к мертвому концу.

Активная компонента фильтрующейся фазы содержится только в скелете бесконечного кластера [11].

На основании этих определений по результатам математического моделирования процесса вытеснения вычислены значения насыщенностей активных и пассивных компонент каждой из фаз для значений параметра неравновесности  $\Theta = 10^{13} - 0,1$  при дисперсии распределения радиусов капилляров 0,1 и 0,4. Построены зависимости фазовых проницаемостей  $f$  и капиллярного давления  $P_c$  от насыщенности  $s^*$  соответствующей активной компонентой (фиг. 1–3). На фиг. 1 показана зависимость



Фиг. 4

капиллярного давления от насыщенности активной компонентой вытесняемой фазы при дисперсии  $D$  радиусов распределения трубок, равной 0,4. На фиг. 2 и 3 приведены зависимости фазовой проницаемости от насыщенности активной компонентой для вытесняющей (фиг. 2) и вытесняемой (фиг. 3) фаз при  $D=0,1$  и 0,4 (штриховая и сплошная линии). Условные обозначения, общие для всех трех фигур, соответствующей различной степени неравновесности: 1–5 – значения параметра  $\Theta = \infty; 1; 0,1; 5; 0,5$ ; 6 – общие точки для всех  $\Theta$ ; 7 – точки, полученные при дисперсии  $D=0,1$ .

Кривые  $P_c(s^*)$  полностью совпали при всех степенях неравновесности: от равновесного ( $\Theta=10^{13}$ ) до сильно неравновесного процесса ( $\Theta=0,1$ ). Для фазовых проницаемостей аналогичное совпадение наблюдается при  $\Theta \geq 0,5$  (очевидно, что по определению все кривые  $f(s^*)$  совпадают при  $s^*=0$  и 1).

При сильно неравновесном вытеснении ( $\Theta \leq 0,1$ ) фазовые проницаемости значительно меньше равновесных (см. фиг. 2 и 3). Это означает, что при такой степени неравновесности сам скелет бесконечного кластера становится неэффективным для фазовых проницаемостей. Последнее связано с тем, что в данном случае большую роль играют не только образование изолированных кластеров и рост пассивной компоненты с увеличением степени неравновесности, но и возрастание разброса проводимостей различных путей протекания. В результате проводимость всего бесконечного кластера определяется небольшим числом путей, обладающих наибольшей проводимостью тогда как остальные пути, формально принадлежащие скелету бесконечного кластера и дающие вклад в насыщенность активной компонентой, существенного вклада в общую проводимость не вносят. Это иллюстрируется на фиг. 4, где показаны пути протекания при одной и той же общей насыщенности, но разных степенях неравновесности:  $a$  – при равновесном вытеснении ( $\Theta = \infty$ ) и  $b$  – при сильно неравновесном вытеснении ( $\Theta = 0,1$ ) для  $D=0,4$ . Стрелкой показано направление фильтрации. В сильно неравновесном случае отдельные участки основного пути дублируются длинными цепочками, которые не увеличивают проводимость кластера, но вносят вклад в насыщенность соответствующей фазой.

Для такой степени неравновесности универсальность зависимости  $f(s^*)$  нарушается и модель [1] неадекватно описывает процесс вытеснения.

Полученные результаты можно рассматривать как первое обоснование предложенной в [1] модели неравновесной фильтрации методом математического эксперимента. Данная модель пригодна для описания слабо неравновесного вытеснения,

когда характерные времена изменения насыщенности и релаксации к равновесному состоянию близки (в рассмотренном случае их отношение более 0,5). Если отношение этих времен меньше или равно 0,1, то модель [1] неприменима.

Авторы благодарны В. М. Ентову за интерес к работе и полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М. Неравновесные эффекты при фильтрации несмешивающихся жидкостей // Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1972. С. 33–43.
2. Цыбульский Г. П. Уравнения неравновесной двухфазной фильтрации // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1977. С. 203–213.
3. Баренблатт Г. И. Фильтрация двух несмешивающихся жидкостей в однородной пористой среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 5. С. 144–151.
4. Баренблатт Г. И., Винниченко А. П. Неравновесная фильтрация несмешивающихся жидкостей // Успехи механики. 1980. Т. 2. № 3. С. 35–50.
5. Николаевский В. Н., Бондарев Э. А., Миркин М. И. и др. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М.: Недра, 1968. 190 с.
6. Ентов В. М. К теории неравновесных эффектов при фильтрации неоднородных жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 3. С. 52–57.
7. Манучарянц Э. О., Мишина А. Ю., Юдин В. А. Моделирование неравновесного вытеснения двух несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ. Деп. в ВИНТИ. М. 1985. 47 с. № 3748–85.
8. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Ченсин Э. Программное моделирование процесса капиллярного вытеснения в пористой среде // Программирование. 1975. № 3. С. 67–74.
9. Белихова М. Г., Данилова Н. Л., Ентов В. М., Ченсин Э. Моделирование неравновесной и нелинейной фильтрации в сетке капилляров // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1977. С. 17–24.
10. Эфрос А. Л. Физика и геометрия беспорядка. М.: Наука, 1982. 175 с.
11. Скал А. С., Шкловский Б. И. Топология бесконечного кластера в теории протекания и теория прыжковой проводимости // Физика и техника полупроводников. 1974. № 8. С. 1586–1592.

Москва

Поступила в редакцию  
9.VI.1986

УДК 532.59

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В СЛОЕ ЖИДКОСТИ НА ПОРИСТОМ ОСНОВАНИИ

СТОЛЯРОВ И. В., ТАКТАРОВ Н. Г.

Рассматривается распространение волн по поверхности слоя тяжелой однородной несжимаемой жидкости, находящейся на недеформируемом пористом основании. Пористая среда ограничена снизу твердой непроницаемой стенкой и насыщена этой же жидкостью целиком.

Система координат выбирается так, что ось  $z$  направлена вертикально вверх, а плоскость  $z=0$  совпадает с поверхностью раздела свободной жидкости и пористой среды, насыщенной жидкостью. Толщины плоских слоев пористой среды и свободной жидкости равны  $h_1$  и  $h_2$  соответственно. Величины, относящиеся к насыщенной пористой среде, обозначим индексом 1, а к свободной жидкости — 2.

Уравнения движения жидкости в пористой среде запишем в виде [1, 2]

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 + \rho \mathbf{g} - \frac{\eta}{K} \mathbf{u}_1, \quad \operatorname{div} \mathbf{u}_1 = 0 \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon$  — пористость матрицы;  $\rho$ ,  $\eta$  — плотность и динамическая вязкость жидкости,  $K$  — коэффициент проницаемости,  $\mathbf{u}_1$  — макроскопическая скорость фильтрации,  $p_1$  — давление,  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения.

Потенциал скорости  $\varphi(x, y, z, t)$  ( $\mathbf{u}_2 = \nabla \varphi$ ) в слое свободной жидкости удовлетворяет уравнению Лапласа [3]

$$\Delta \varphi = 0 \quad (2)$$

Применяя к первому уравнению (1) операцию  $\operatorname{rot} \operatorname{rot}$  и проецируя получившееся уравнение на ось  $z$ , получим уравнение для вертикальной компоненты скорости  $u_{1z}$

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} \Delta u_{1z} = -\frac{\eta}{K} \Delta u_{1z} \quad (3)$$