

Случай $l > l^*$. Перестройка течения изменяет характер распределения давления и теплового потока в области присоединения и параметры отрывной зоны в плоскостях I и II. Так, если до перестройки течения ($l < l^*$) наибольшие значения давления p теплового потока q и угла встречи β в области присоединения наблюдаются в плоскости II, то после перестройки течения ($l > l^*$) — в плоскости I (фиг. 3) ($l = 1,02$ и $1,69$). Изменяется и положение точки присоединения на сфере. Если до перестройки течения в плоскости I она располагается на большем расстоянии от полюса (т. O), чем в плоскости II, то после перестройки течения — наоборот (фиг. 3). Объясняется это различием параметров течения перед отрывом потока с иглы в плоскостях I и II (фиг. 1, а (2, 4)).

После перестройки течения автоколебания отрывной зоны, имеющее место при $l \sim l^*$, прекращаются, но появляются автоколебания того же типа, что при $l < l^*$. Они возникают из-за разницы давлений $\Delta p = p_I - p_{II}$ в зоне присоединения в плоскостях I и II за счет выплескивания газа из отрывной зоны. На фиг. 2, б приведены фотографии картины обтекания модели клин — сфера при $l = 1,69$ в плоскостях I (1, 2) и II (3, 4) в различные моменты времени при стационарном режиме работы трубы. Анализ фотографий картины обтекания моделей показывает, что в отличие от случая $l < l^*$ автоколебаний отрывной зоны скачок уплотнения в области присоединения теперь наблюдается непрерывно в течение времени в плоскости I, а в плоскости II — то появляется, то пропадает. По кинограммам картины обтекания моделей установлено, что частота пульсаций отрывной зоны изменяется в диапазоне 5–7 Гц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. К. Отрывные течения. М.: Мир, 1973. Т. 2. 280 с; Т. 3. 333 с.
2. Хлебников В. С. Исследование течения перед диском, помещенным в следе тела, при сверхзвуковом обтекании // Тр. ЦАГИ. 1972. Вып. 1419. 21 с.
3. Хлебников В. С. Осесимметричное обтекание пары тел сверхзвуковым потоком газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1978. Т. 9. № 6. С. 108–114.
4. Белов И. А., Дементьев И. М., Исаев С. А. и др. Моделирование сверхзвукового обтекания тел вращения с передней срывной зоной: Препринт № 1033. Л.: МФТИ. 58 с.
5. Митин А. Ю., Михалев А. Н. Сравнение результатов интерференционного и численного определения плотности потока в срывной зоне // Конф. по методике экспериментальных исследований: Сб. науч. тр. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1986. С. 769–773.
6. Нейланд В. Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений // Тр. ЦАГИ. 1974. Вып. 1529. 125 с.
7. Хлебников В. С. Перестройка течения между парой тел, одно из которых расположено в следе другого, при сверхзвуковом обтекании // Учен. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 3. С. 133–136.

Москва

Поступила в редакцию
21.X.1986

УДК 532.526.75:536.24

ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ЛАМИНАРНОМ СЖИМАЕМОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ДИСКЕ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЬНОГО РАВНОМЕРНОГО ОТСОСА

БОРИСЕВИЧ В. Д., ПОТАНИН Е. П.

При исследовании гидродинамических течений в пограничном слое на вращающемся диске особый интерес представляет случай, когда окружающая среда вращается как квазитвердое тело с некоторой угловой скоростью ω_1 , в общем случае отличной от скорости диска ω_0 . При вращении диска и среды в противоположные стороны было установлено, что решение системы уравнений Навье — Стокса для несжимаемой жидкости существует в ограниченном интервале значений отношения $m = \omega_1/\omega_0$ (см., например, [1]). Анализ характеристик течения и распределения температуры вблизи диска, вращающегося в ту же сторону, что и среда, выполнен в [2] с помощью численного интегрирования уравнений пограничного слоя. В [3, 4] на основе приближенного интегрирования уравнений движения анализировалось влияние отсоса на гидродинамические характеристики трехмерного пограничного слоя на диске, вращающемся в неподвижной несжимаемой жидкости. В настоящей работе получено точ-

ное решение уравнений гидродинамического и теплового пограничных слоев на проницаемом диске с учетом сжимаемости среды при различных значениях параметра m .

Уравнения ламинарного пространственного пограничного слоя на неограниченном диске с учетом теплопередачи и азимутального внешнего потока со скоростью $v_1 = \omega_1 r$ в пренебрежении вязкой диссипацией имеют вид [2]

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) = -\rho \omega_1^2 r \frac{T}{T_1} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho r u) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho r w) = 0$$

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial T}{\partial z}, \quad p = \rho \frac{RT}{\mu}$$

где u, v, w — радиальная, азимутальная и осевая компоненты скорости среды; p — давление; ρ — плотность; T — температура; ρ_1 и T_1 — плотность и температура во внешнем потоке; R — газовая постоянная; η и κ — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности; μ — молекулярный вес; r — радиальная координата; z — осевая координата, отсчитываемая от поверхности диска. Система (1) не содержит уравнение движения в проекции на ось z , так как оно служит лишь для определения зависимости давления от координаты z [5]. В рассматриваемом приближении малости вязкого тепловыделения она отличается от уравнений, впервые исследованных в [6], наличием в первом уравнении дополнительного слагаемого в правой части, связанного с градиентом давления во внешнем потоке. Как будет показано ниже, учет этого члена в уравнении сохранения радиального импульса приводит к существенному изменению характера циркуляционного движения газа вблизи диска.

Систему (1) следует решать при граничных условиях

$$z=0, u=0, v=\omega_0 r, w=-k, T=T_0$$

$$z \rightarrow \infty, u \rightarrow 0, v \rightarrow \omega_1 r, T \rightarrow T_1$$

где k — скорость отсоса на поверхности диска. Здесь и далее индекс 0 относится к параметрам среды вблизи поверхности диска, а индекс 1 — на бесконечном расстоянии от него. Величины k, T_0 и T_1 будем считать постоянными. Кроме того, предположим, что параметр $\mu \omega_0^2 r^2 / RT$ значительно меньше единицы, что дает возможность не учитывать радиальное изменение плотности среды, обусловленное действием центробежных сил.

Введем переменную А. А. Дородницына Z , преобразованную осевую скорость W и сделаем замену

$$Z = \int_0^z \frac{\rho(z)}{\rho_1} dz, \quad W = w \frac{\rho}{\rho_1} + u \frac{\partial Z}{\partial r}$$

$$u = rF(Z), \quad v = rG(Z), \quad T = T_0 + (T_1 - T_0)\theta(Z)$$

$$W = W^* - K, \quad K = \frac{\rho_0}{\rho_1} k, \quad \eta = \eta_1 \frac{T}{T_1}, \quad \kappa = \kappa_1 \frac{T}{T_1}$$

Тогда при условии $W^* \ll K$ получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{G_2}{v_1} + \frac{\omega_1^2}{v_1} \left[\frac{1}{n} + \left(1 - \frac{1}{n} \right) \theta \right] = F'' + \frac{F'}{d} \quad (2)$$

$$G'' + \frac{G'}{d} = 0, \quad \theta'' + \frac{\theta'}{l} = 0$$

$$n = \frac{T_1}{T_0}, \quad d = \frac{\nu_1}{K}, \quad l = \frac{\chi_1}{K}, \quad \chi_1 = \frac{\kappa_1}{c_p \rho_1}, \quad \nu_1 = \frac{\eta_1}{\rho_1}$$

где χ_1 , ν_1 — коэффициенты теплопроводности и кинематической вязкости, штрих означает дифференцирование по переменной Z . Отметим, что используемые выше модельные зависимости $\eta \sim T$ и $\kappa \sim T$ [2, 6] при не очень больших температурах близки к реальным [7].

Решая (2) с граничными условиями $Z=0, F=0, G=\omega_0, \theta=0; Z \rightarrow \infty, F \rightarrow 0, G \rightarrow 1, \theta \rightarrow 1$, получим

$$G = \omega_0 [m + (1-m)e^{-Z'}] \quad (3)$$

$$F = \frac{\omega_0^2 d^2}{\nu_1} \left[\frac{(1-m)^2}{2} (e^{-Z'} - e^{-2Z'}) - 2m(1-m)Z'e^{-Z'} + \frac{(1-1/n)m^2}{\text{Pr}(\text{Pr}-1)} (e^{-Z'} - e^{-Z' \text{Pr}}) \right] \quad (4)$$

$$\theta = 1 - e^{-Z'/l} \quad (5)$$

где $\text{Pr} = \nu_1/\chi_1$ — число Прандтля, $Z' = Z/d$.

Отметим, что для анализа случая $\text{Pr}=1$ в (4) следует совершить предельный переход при $\text{Pr} \rightarrow 1$

$$F = \frac{\omega_0^2 d^2}{\nu_1} \left\{ \frac{(1-m)^2}{2} (e^{-Z'} - e^{-2Z'}) + \left[2m(1-m) + m^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right) Z'e^{-Z'} \right] \right\}$$

Используя выражение (3) для азимутальной компоненты скорости, определим коэффициент момента сил трения, действующих на одну сторону поверхности диска радиуса R_0

$$c_M = \frac{2M}{\pi \rho_1 R_0^4 (\nu_1 \omega_0^3)^{1/2}} = (1-m) k_0 n \quad (6)$$

$$M = 2\pi \eta_0 \int_0^{R_0} r^2 \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} dr, \quad k_0 = k (\nu_1 \omega_0)^{-1/2}$$

При $m \rightarrow 0$ и $n \rightarrow 0$ коэффициент момента сил трения $c_M \rightarrow k_0$, что совпадает с результатом [4], где анализируются течение и теплопередача в пограничном слое на вращающемся диске в неподвижной несжимаемой жидкости для случая больших отсосов.

Определим локальное число Нуссельта, характеризующее теплопередачу на поверхности диска

$$\text{Nu} = \frac{q(0)}{(T_0 - T_1) \chi_1} / \frac{\nu_1}{\omega_0} \quad , \quad q(0) = -\kappa_0 \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (7)$$

где $q(0)$ — тепловой поток на границе жидкость — вращающийся диск. Подставляя в (7) выражение (5) для распределения температуры, получим

$$\text{Nu} = \text{Pr} k_0 n \quad (8)$$

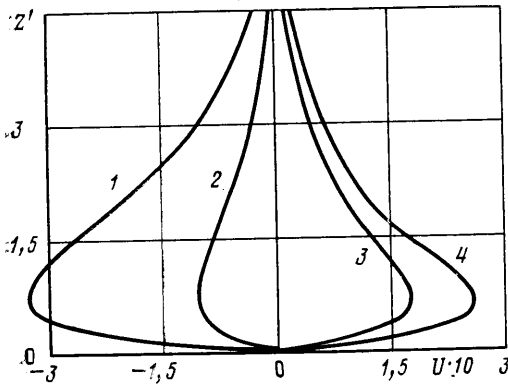
При $n \rightarrow 1$ (8) совпадает с результатом, полученным для больших отсосов [4]. Нетрудно показать, что соотношения (6) и (8) непосредственно следуют из законов сохранения момента количества движения и энергии.

Перейдем теперь к исследованию характера и интенсивности вторичных циркуляционных потоков вблизи поверхности диска в зависимости от параметров m , n и Pr . На фиг. 1 представлен профиль безразмерной радиальной скорости $U = \nu_1 u / \omega_0^2 r d^2$ вблизи поверхности диска при $\text{Pr}=1$ и $m=1,5$ для различных значений параметра n . При $n=1$ радиальное течение у диска направлено к центру, так как внешний поток вращается быстрее диска и центробежная сила в пограничном слое не может превысить радиального градиента давления. Возрастание параметра n приводит, начиная с определенного критического отношения температур T_1/T_0 , к изменению направления радиального течения. Причиной этого является увеличение плотности среды в

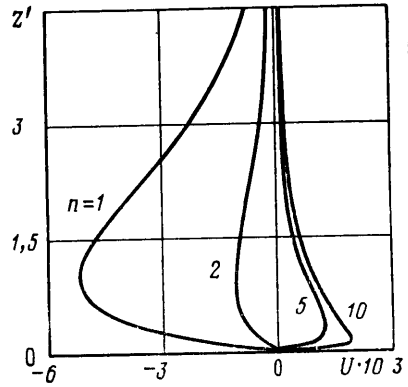
пограничном слое вследствие охлаждения диска. В результате центробежная сила превышает силу, определяемую градиентом давления.

На фиг. 2 показана эволюция профиля радиальной скорости при значениях параметра $m=1,75; 1,5; 1; 0,5$ (кривые 1-4 соответственно) для $Pr=1$ и $n=2$. В этом случае возрастание скорости внешнего потока способствует увеличению радиального градиента давления, вследствие чего при определенном значении m центробежная сила становится меньше силы, связанной с градиентом давления.

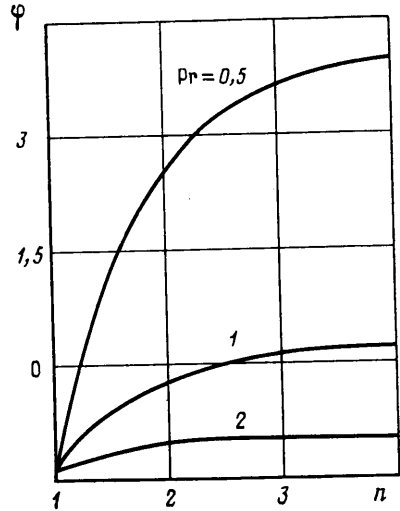
Таким образом, выполненный анализ показывает, что при охлаждении поверхности диска, вращающегося медленнее среды ($m > 1$), радиальный поток может быть оставлен за счет уравнивания градиента давления и средней по сечению пограничного слоя цен-



Фиг. 2



Фиг. 1



Фиг. 3

тробежной силы. В другом случае ($m < 1$), охлаждая диск, можно увеличить радиальный поток и тем самым интенсифицировать процесс конвективного теплопереноса. Рассмотрим теперь величину полного потока, возбуждаемого в пограничном слое вращающимся диском. С учетом (4) найдем

$$\varphi = a + bm + cm^2$$

$$a = -\frac{7}{4n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left[\frac{Pr(Pr+3)}{4(Pr+1)(Pr+2)} - \frac{2Pr(Pr+2)}{(Pr+1)^2} + \frac{1}{Pr^2 n} \right] +$$

$$+ \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 \frac{(2Pr+1)}{2Pr^2(Pr+1)}$$

$$b = \frac{3}{2n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{Pr(3Pr^2+12Pr+13)}{2(Pr+1)^2(Pr+2)}$$

$$c = \frac{1}{4n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{Pr(Pr+3)}{4(Pr+1)(Pr+2)}, \quad \Phi = \frac{\Phi K^3}{2\pi r^2 v_1^2 \omega_0^2}$$

$$\Phi = 2\pi \int_0^{\infty} ur dz$$

Критическая величина m_0 , при которой происходит изменение направления потока, определяется из решения уравнения $am_0^2 + bm_0 + c = 0$. При $Pr=1$ и $n=1$ критическое значение $m_0=1$. При очень интенсивном охлаждении диска ($n \rightarrow \infty$) $m_0 \approx 2,4$. Аналогично можно исследовать поведение радиального потока при постоянной величине m в зависимости от параметра n . Нетрудно показать, что критическая величина n_0 в этом случае определяется из решения уравнения

$$a_1 n_0^2 + b_1 n_0 + c_1 = 0$$

$$a_1 = 2m(m-1) \frac{Pr(Pr+2)}{(Pr+1)^2} - \frac{(1-m)^2 Pr(Pr+3)}{4(Pr+1)(Pr+2)} - \frac{m^2(2Pr+1)}{2Pr^2(Pr+1)}$$

$$b_1 = \frac{m^2}{Pr(Pr+1)} - \frac{2m(1-m)}{(Pr+1)} - \frac{(1-m)^2}{2(Pr+1)(Pr+2)}, \quad c_1 = \frac{m^2}{2Pr^2(Pr+1)}$$

В частности, при $Pr=1$ и $m=1,5$ изменение направления потока происходит при $n_0 \approx 2,4$, а при $Pr=0,5$ критическая величина $n_0=1,2$.

На фиг. 3 показана зависимость радиального потока от параметра n при различных значениях числа Прандтля Pr и $m=1,5$. Как видно из результатов расчета, охлаждение диска оказывает наиболее сильное влияние на радиальное течение при малых значениях числа Pr . Это обстоятельство обусловлено ростом толщины теплового пограничного слоя с уменьшением числа Pr [4].

Авторы благодарны Э. З. Апштейну за ряд ценных замечаний, способствовавших улучшению качества работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lai C.-Y., Rajagopal K. R., Szeri A. Z. Asymmetric flow above a rotating disk // J. Fluid Mech. 1985. V. 157. P. 471-492.
2. Solan A., Olek S., Toren M. Rotating compressible flow over an infinite disk // Trans. ASME, J. Appl. Mech. 1983. V. 50. № 3. P. 511-516.
3. Борисевич В. Д., Потанин Е. П. К расчету ламинарного пограничного слоя на вращающемся проницаемом диске // Инж.-физ. журн. 1985. Т. 49. № 6. С. 1022-1026.
4. Борисевич В. Д., Потанин Е. П. Пограничный слой на вращающемся в однородном осевом потоке диске при наличии отсоса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 4. С. 177-181.
5. Тарг С. М. Основные задачи теории ламинарных течений. М.: Гостехиздат. 1951. 420 с.
6. Шидловский В. П. Ламинарный пограничный слой на неограниченном диске, вращающемся в газе // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 1. С. 161-164.
7. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 270 с.

Москва

Поступила в редакцию
4.VII.1986

УДК 532.528

ТОНКИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КАВЕРНЫ В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

ВАСИН А. Д.

Обтекание дозвуковым потоком сжимаемой жидкости тонких осесимметричных каверн рассмотрено в [1-3]. В данной работе продолжено исследование этого вопроса методом разложений в асимптотические ряды. Получена зависимость удлинения каверны от числа кавитации и числа Маха.

1. Рассмотрим обтекание тонкого осесимметричного тела со свободной границей сжимаемым дозвуковым потоком по схеме Рябушинского, когда применимо линеаризованное уравнение течения в цилиндрической системе координат

$$(1-M^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0, \quad \Phi = \frac{\Phi^*}{V_\infty L}, \quad M = \frac{V_\infty}{a_\infty} \quad (1.1)$$

где Φ^* - потенциал скорости обтекания, V_∞ - скорость набегающего потока, L - полная длина системы тело - каверна, a_∞ - скорость звука в невозмущенной жидкости, x, r - безразмерные координаты, отнесенные к длине L . Сечение системы тело - каверна меридиональной плоскостью показано на фиг. 1, где x_0 и $l-x_0$ - координаты начала и конца каверны. Уравнения для безразмерного радиуса меридиана тела и каверны запишем в виде $R_1 = \epsilon f_1(x)$ - тело, $R = \epsilon f(x)$ - каверна, где ϵ - малый параметр, равный отношению максимального радиуса каверны к полной длине, функции $f(x)$ и $f_1(x)$ имеют порядок единицы.