

УДК 536.25

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ

ВАЛЬЦИФЕРОВ Ю. В., РЯЗАНЦЕВ Ю. С., ШЕВЦОВА В. М.

В [1] экспериментально наблюдалось термокапиллярное движение в слое жидкости, вызванное нагреванием жидкости лучом ультрафиолетового излучения, прошедшим через поверхность раздела внутрь жидкости. В эксперименте использовался фотохромный метод визуализации движения жидкости [2], который позволял регистрировать перемещение подвергшейся облучению и приобретшей окраску жидкости, первоначально занимавшей область следа луча. Было обнаружено, что в окрестности точки входа луча в жидкость возникает сложное вихревое движение, которое проявляется, в частности, в образовании на поверхности жидкости окрашенного круглого растущего пятна с центром в точке входа луча в жидкость. Со временем рост пятна замедляется, а затем прекращается. Появление пятна связано с действием радиальных поверхностных термокапиллярных сил, приводящих к истечению окрашенной жидкости из следа луча на поверхность.

В данной работе предлагается математическое описание индуцированного импульсным нагревом движения жидкости. Численным путем найдены распределения скорости и температуры на поверхности и в объеме жидкости. Проведено сопоставление полученных теоретических результатов с экспериментальными данными [1].

1. Постановка задачи. Пусть в начальный момент времени через поверхность внутрь слоя вязкой несжимаемой жидкости толщиной H , заполняющей круглую цилиндрическую кювету радиуса R с горизонтальным дном, проходит короткий импульс (10^{-7} с) ультрафиолетового лазерного излучения в виде луча радиуса a' , направленного вертикально вдоль оси симметрии кюветы (фиг. 1). Вследствие поглощения излучения жидкостью в следе луча мгновенно возникает область повышенной температуры с максимумом, расположенным на поверхности жидкости. Образовавшаяся тепловая неоднородность может вызвать термокапиллярную и термогравитационную конвекцию жидкости в сосуде. В данной работе при формулировке задачи предполагается, что основным эффектом является термокапиллярное движение. Деформация поверхности, связанная с движением жидкости при рассасывании тепловой неоднородности, считается пренебрежимо малой.

Математическая формулировка задачи включает записанные в цилиндрических координатах осесимметричные нестационарные уравнения Навье — Стокса и уравнение теплопроводности. Выбрав в качестве неизвестных функций вихрь ω , функцию тока ψ , температуру θ и перейдя к безразмерным переменным, исходные уравнения запишем в виде

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\omega u}{r} = \text{Pr} \left(\Delta \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial r} + v \frac{\partial \theta}{\partial z} = \Delta \theta \quad (2)$$

$$\Delta \psi - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = r \omega \quad (3)$$

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial r}$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

Граничные условия на боковых стенках ($r=1$) и дне кюветы ($z=0$) — условия прилипания жидкости

$$\psi=0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \quad (4)$$

На свободной поверхности жидкости ($z=h$) кроме условия непротекания задано условие баланса вязких и термокапиллярных сил (эффект Марангони)

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \text{Ma} \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad \text{Ma} = -\frac{d\sigma}{dT} \frac{R(T_1 - T_0)}{\kappa \rho \nu} \quad (5)$$

Дно, боковая и свободная поверхности считаются теплоизолированными

$$\partial \theta(r, z, t > 0) / \partial n = 0 \quad (6)$$

На оси симметрии кюветы заданы условия симметрии

$$\psi(r=0, z, t) = \omega(r=0, z, t) = \partial \theta(r=0, z, t) / \partial r = 0 \quad (7)$$

Начальными условиями служат условие неподвижности жидкости

$$\psi(r, z, t=0) = \omega(r, z, t=0) = 0 \quad (8)$$

и заданное осесимметричное распределение температуры

$$\theta(r, z, t=0) = \theta(r, z), \quad 0 \leq r \leq a$$

$$\theta(r, z, t=0) = 0, \quad r > a \quad (9)$$

В формулах использованы безразмерные переменные $r=r'/R$ — радиальная координата, $z=z'/R$ — осевая координата, $t=(\kappa/R^2)t'$ — время, $v=(R/\kappa)v'$ — вертикальная скорость, $u=(R/\kappa)u'$ — радиальная скорость, $\omega=(\kappa/R^2)\omega'$ — вихрь, $\psi=\psi'(\kappa R)$ — функция тока, $\theta=(T'-T_0)/(T_1-T_0)$ — температура, $h=H/R$ — толщина слоя жидкости, $a=a'/R$ — радиус луча, штрихом обозначены размерные переменные, κ — коэффициент температуропроводности, T_0 — начальная температура среды, T_1 — максимальная температура в начальном температурном распределении (9), $\text{Pr}=\nu/\kappa$ — число Прандтля, Ma — число Марангони.

Закон поглощения излучения в слое жидкости точно неизвестен из эксперимента, поэтому выбирается закон Ламберта — Бера, так что для температуры жидкости можно получить зависимость

$$\theta(r, z, t=0) = \exp(\alpha(z-h)), \quad 0 \leq r \leq a \quad (10)$$

$$\theta(r, z, t=0) = 0, \quad r > a$$

Здесь α — коэффициент поглощения. При малых коэффициентах поглощения и большой интенсивности излучения начальное распределение температуры может быть представлено в виде

$$\theta(r, z, t=0) = 1, \quad 0 \leq r \leq a \quad (11)$$

$$\theta(r, z, t=0) = 0, \quad r > a$$

Численное исследование проводилось как для распределения (10) при $\alpha = -\ln(0,8)/0,2$, так и для распределения (11).

Из физических соображений следует, что влияние начальной тепловой неоднородности (нагретый цилиндрический столб жидкости в центре на оси кюветы) проявится в развитии осесимметричного нестационарного вихревого движения жидкости, вызванного тангенциальными силами Марангони на поверхности жидкости, направленными от центра к периферии кюветы. С течением времени начальная тепловая неоднородность будет рассасываться, а вызванное ею движение затухнет. Путем численного расчета в данной работе получены нестационарные распределения скорости и температуры в жидкости для различных моментов времени при различных глубинах слоя жидкости.

Для численного решения задачи (1)–(11) использовалась неявная разностная схема на неравномерной сетке с монотонной аппроксимацией конвективных членов [3]. При решении уравнения вихря (1) использовалось граничное условие, предложенное в [4], но записанное на неравномерной сетке. Основные результаты были получены на сетке, с числом узлов 46×21 . Поскольку наибольшие градиенты температуры и скорости имеют место вблизи оси и поверхности жидкости, заполняющей цилиндрический сосуд, то наименьшие шаги по радиусу выбирались вблизи оси и были равны 0,002, а по высоте вблизи поверхности — 0,005. Шаг по времени постоянный и равен 10^{-7} .

Выбор численных значений безразмерных параметров при решении задачи (1)–(11) производился с учетом конкретных величин физических констант в эксперименте [1]. Представленные далее результаты расчета соответствуют радиусу кюветы $R=5$ см, диаметру луча $2a'=0,11$ см. Высота кюветы варьировалась, рассматривались значения $H=0,25; 0,5; 1$ см. В качестве исследуемой жидкости берется спирт $Pr=16$, $\kappa=9,23 \cdot 10^{-4}$ см²/с, $Ma=(4,5-9) \cdot 10^4$. Начальная температура среды $T_0=293$ К, максимальная температура в пятне $T_1=294-295$ К.

Проведенное математическое моделирование явления позволило получить большой объем информации о движении жидкости и распределении температуры в ней и провести сравнение эксперимента с теорией.

На фиг. 1, а схематически показана форма занимаемой жидкостью области и начальное положение нагретой и окрашенной излучением зоны. На фиг. 1, б приведены данные о законе движения жидкой частицы, находящейся в начальный момент времени на поверхности жидкости на границе окрашенного теплового пятна, т. е. в точке с координатами $z=h$, $r=a$, $Ma=9 \cdot 10^4$, $T_1=295$ К.

Определение положения этой жидкой частицы на поверхности жидкости имеет важное значение для сравнения численных данных с результатами эксперимента, так как, перемещаясь по поверхности жидкости, она все время остается на границе окрашенного пятна на поверхности жидкости.

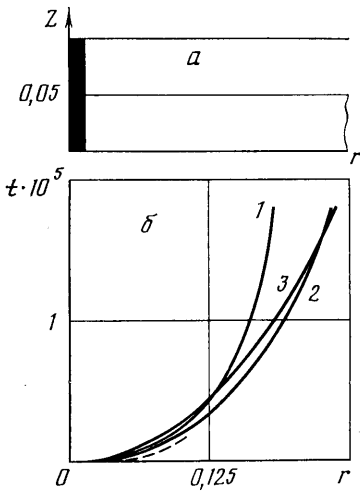
Пунктирная кривая на фиг. 1, б показывает закон изменения радиуса окрашенного пятна на поверхности жидкости, установленный в эксперименте [1] для $h=0,1$.

Учитывая модельный характер расчета, в котором принят целый ряд предположений, в частности о начальном распределении температуры в жидкости, соответствие теории и эксперимента можно считать хорошим. Оно находится в пределах точности эксперимента и предположений принятых при формулировке модельной задачи. Как и следовало ожидать, характерной особенностью движения как на поверхности, так и в объеме является его локализация в области, прилегающей к оси сосуда. Как видно по фиг. 1, радиус расплывания пятна $r \approx 0,25$, радиус кюветы $r=1$.

Кривые 1–3, которые соответствуют численным значениям безразмерной толщины слоя жидкости, равным 0,05, 0,1, 0,2, позволяют проследить характер движения границы пятна на поверхности жидкости и указывают

на объемный характер движения, проявляющийся в заметном влиянии толщины слоя жидкости на скорость изменения и асимптотическое значение радиуса окрашенного пятна.

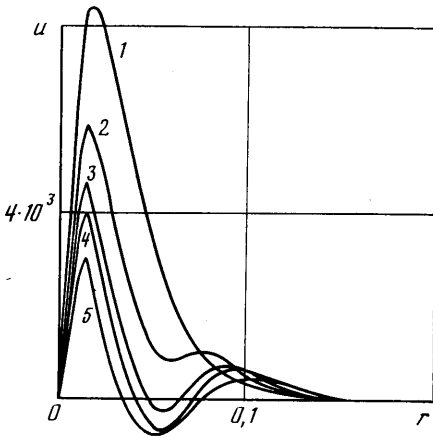
На фиг. 2 показано распределение скорости на поверхности в различные моменты времени. Кривые 1—5 соответствуют моментам времени $t = 2 \cdot 10^{-5}, 4 \cdot 10^{-5}, 6 \cdot 10^{-5}, 8 \cdot 10^{-5}, 1,6 \cdot 10^{-4}$.



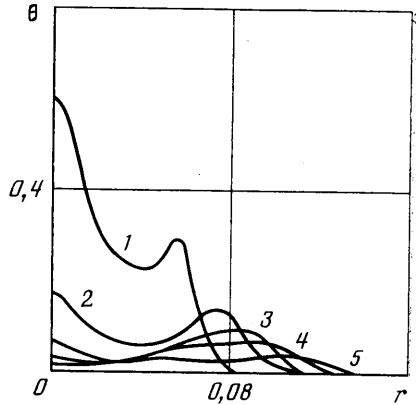
Фиг. 1

На фиг. 3 представлено распределение температуры на поверхности для тех же моментов времени. Приведенные данные получены при $h = 0,05$.

Из фиг. 2, 3 видно, что распределение как скорости, так и температуры на поверхности слоя имеет немонотонный характер с общей тенденцией к снижению интенсивности движения и градиентов температуры со временем. На профиле скорости наблюдается четко выраженный максимум, который с течением времени смещается к оси сосуда. По мере развития конвекции максимальное значение скорости уменьшается, у распределения скорости появляется перегиб, что сопровождается возникновением второго максимума и появлением минимума, в окрестности которого скорость жидкости на поверхности принимает отрицательные значения,



Фиг. 2



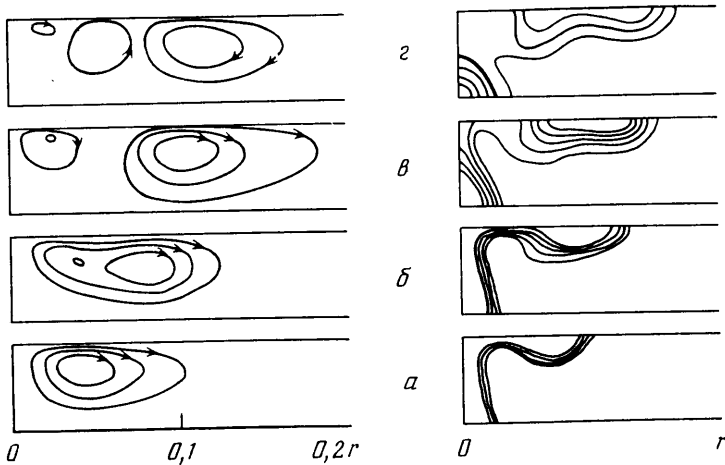
Фиг. 3

что свидетельствует о появлении возвратных течений. Таким же сложным оказывается и характер распределения температуры на поверхности слоя. Распределение температуры определяется совместным действием кондуктивного и конвективного переноса тепла в объеме жидкости и взаимосвязано с изменением распределения скорости на поверхности слоя.

После короткого начального периода распространения исходной тепловой неоднородности, когда распространение тепла было кондуктивным, начинает сказываться движение жидкости. В начальные моменты времени скорость движения велика и за очень короткий промежуток времени $t \approx 10^{-6}$ происходит конвективный вынос тепла из нагретой зоны. Так как с увеличением расстояния от оси r скорость резко падает, дальнейший конвективный перенос тепла по радиусу прекращается, а увлеченное тепло образует еще одну прогретую область, как бы второй источник тепла. Распре-

деление температуры на поверхности становится немонотонным. Наряду с первоначальным максимумом температуры, расположенным в центре, появляется кольцевой локальный максимум температуры на периферии пятна. Это приводит к появлению в окрестности второго максимума противоположных по направлению термокапиллярных напряжений и соответственно прямых и возвратных течений жидкости на поверхности слоя.

Эти особенности поведения скорости и температуры на поверхности жидкости тесно связаны с характером движения жидкости в объеме, вызванном поверхностными термокапиллярными силами. Типичная картина развития вихревого движения жидкости и распространения тепла в слое

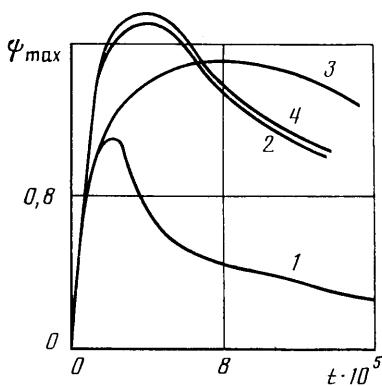


Фиг. 4

$h=0,05$, $Ma=4,5 \cdot 10^4$, $T_1=294$ К показана на фиг. 4, где в левой части фигуры приведены линии тока в последовательные моменты времени $t=2 \cdot 10^{-5}$, $4 \cdot 10^{-5}$, $8 \cdot 10^{-5}$, $1,2 \cdot 10^{-4}$ ($a-z$ соответственно), а в правой — изотермы для тех же моментов времени. Видно, что касательные термокапиллярные напряжения на поверхности жидкости вызывают появление системы торoidalных вихревых образований, число которых, как показали расчеты поля скорости в слое при различных значениях h , отличных от $h=0,05$, увеличиваются с уменьшением толщины слоя.

Термокапиллярный эффект и вызванное им вихревое движение жидкости существенно влияют на распространение тепла в слое. Нестационарная картина изменения положения изотерм в слое, показанная на фиг. 4, принципиально отличается от картины нестационарного распространения тепла в неподвижной жидкости, когда изотермы представляют собой перемежающуюся систему концентрических цилиндрических поверхностей — вертикальных линий в проекции на плоскость z, r .

Сопоставление данных, приведенных на фиг. 2, 3, 4, позволяет понять основные особенности развития термокапиллярного движения и теплопередачи в слое и дать интерпретацию закономерностей нестационарного распределения скорости и температуры на поверхности слоя жидкости. Как уже было отмечено, характер рассматриваемого движения жидкости, инициируемого термокапиллярными силами, вызванными начальной тепловой неоднородностью, сильно зависит от толщины слоя. Зависимость интенсивности вихревого движения от глубины h можно проследить по данным фиг. 5, на которой приведены результаты расчета зависимости максимального значения функции тока, определяющего интенсивность движения, от времени при значениях толщины слоя жидкости, равных 0,05, 0,1, 0,2 (кривые 1—3 соответственно, $T=294$ К). Видно, что развитие генерируемого термокапиллярными силами вихревого движения во времени и его



Фиг. 5

ции тока). Это значение h при указанных выше величинах безразмерных параметров Pr , Ma , a оказалось равным 0,11.

До сих пор в приведенных результатах использовалось температурное распределение (10), кривая 4 на фиг. 5 показывает изменение максимальной функции тока со временем в случае распределения (11). Видно, что качественная картина явления не изменяется. Таким образом, из результатов расчета следует, что сосредоточенный тепловой импульс при наличии термокапиллярных сил приводит к интенсивному вихревому движению в слое жидкости, которое резко изменяет механизм теплопередачи в слое. Движение жидкости как на поверхности, так и в объеме с течением времени затухает и локализуется в области, прилегающей к оси сосуда. В выбранных безразмерных переменных радиус этой области $r=r^* < \sim 0,2$. Сильное влияние на характер движения и теплопередачу оказывает дно сосуда.

Данные, полученные при численном моделировании явления, содержат существенно больше информации о закономерностях рассматриваемого движения, чем экспериментальные результаты [1], и указывают на возможность более детального сопоставления теории и эксперимента.

Следует отметить, что в настоящее время в связи с космическими приложениями значительное число работ посвящено постановке модельных экспериментов, допускающих простое математическое описание, целью которых является исследование влияния термокапиллярных сил на теплообмен в жидкости и выяснения степени соответствия математической модели и реального процесса (например, [5–7]). Как следует из результатов данной работы, рассмотренное явление также удовлетворяет этим требованиям и может быть использовано для этой цели.

Авторы весьма признательны В. А. Альварес-Суаресу за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альварес-Суарес В. А., Рязанцев Ю. С. О термокапиллярном движении, вызванном локальным нагревом жидкости импульсом ультрафиолетового излучения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 165–168.
2. Барачевский В. А., Манджиков В. Ф., Рязанцев Ю. С. и др. Фотохромный метод визуализации гидродинамических потоков // ПМТФ. 1984. № 5. С. 73–76.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.
4. Кускова Т. В. Численное исследование двумерных течений вязкой несжимаемой жидкости // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1971. Вып. 3. С. 7–136.
5. Pimpitkar S. M., Ostrach S. Transient thermocapillary flow in thin layers // Phys. Fluids. 1980. V. 23. № 6. P. 1281–1285.
6. Napolitano L. G. Surface and buoyancy driven free convection // Acta Astronaut. 1982. V. 9. № 4. P. 199–215.
7. Monti R., Napolitano L. G., Russo G. Experimental study of thermal marangoni flows in silicon oil floating zones // Acta Astronaut. 1984, V. 11. № 7–8. P. 369–378.

Москва

Поступила в редакцию
21.XI.1986