

3. McCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering // AIAA Pap. 1969. № 354. 6 p.
4. Thomas P. D., Vinokur M., Bastianon R. A., Conti R. J. Numerical solution for three-dimensional inviscid supersonic flow // AIAA Journal. 1972. V. 10. № 7. P. 887-894.
5. Любимов А. П., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. Ч. 2. М.: Наука, 1970. 379 с.
6. Дьяконов Ю. Н., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д. Сверхзвуковое обтекание затупленных тел. М.: Изд-во МГУ, 1971. 406 с.
7. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.

Москва

Поступила в редакцию  
13.II.1986

УДК 533.6.011.5:541.182.3:519.63

### РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА ПРИ НАТЕКАНИИ НА ПРЕГРАДУ

КАНТОР Л. А., КАНТОР С. А., СТРОНГИН М. П.

В работе реализована модель, описывающая сверхзвуковое течение высокотемпературного газа при наличии в потоке частиц порошка. Анализируются особенности течения при натекании потока на преграду, поскольку такие потоки широко используются в плазменной технологии, в частности при плазменном напылении (см., например, [1]). В отличие от [2, 3] в данной статье рассматривается натекание струи на преграду, а не обтекание тел однородным на бесконечности потоком запыленного газа.

Сложная структура потока в области натекания на преграду делает неприемлемыми распространенные для расчета таких течений одномерные и квазиодномерные модели. Однако в обычной схеме плазменного напыления течение сохраняет осевую симметрию, что позволяет при моделировании воспользоваться осесимметричными двумерными задачами. Из всего комплекса возникающих технологических проблем в работе основное внимание уделено поведению частиц порошка в сверхзвуковой струе высокотемпературного газа.

1. В основу описания течения положена модель двух взаимодействующих континуумов газа и частиц. Газовая фаза описывается уравнениями газовой динамики, учитывающими взаимодействие между фазами. Вязкостью и теплопроводностью газа пренебрегается, газ считается совершенным. Такой подход не позволяет непосредственно рассчитывать тепловые потоки в стенку, однако основная область течения хорошо моделируется, за исключением узкой зоны вблизи стенки (толщиной  $a \sim Re^{-0,5}$ ), которая в реальных режимах течения не оказывает никакого влияния на параметры частиц. На стенке, расположенной перпендикулярно оси струи на расстоянии  $L$  от сопла, реализуются естественно вытекающие из технологических требований условия прилипания частиц, что значительно облегчает решение по сравнению со случаем отскока частиц от преграды.

Частицы полагаются монодисперсными и сферическими. Кроме того, в режимах, характерных для плазменного напыления, можно пренебречь пульсациями скорости частиц и ввиду малости объемной концентрации ( $\alpha \leq 10^{-3}$ ) процессами столкновения частиц. Это позволяет считать траектории частиц детерминированными, что в значительной степени упрощает задачу расчета их поведения. Не учитывается также влияние возможного испарения частиц на параметры газовой фазы и коэффициенты динамической и термической релаксации в потоке  $\tau_D$  и  $\tau_T$ . Газовая фаза предполагается прозрачной для излучения частиц, влиянием излучения газа на нагрев частиц можно пренебречь (в интересующих для технологии режимах течения), поскольку конвективные тепловые потоки много больше радиационных.

Поток частиц является оптически прозрачным и потери на излучение частиц можно моделировать в уравнении энергии членом  $\sigma(T_p)T_p^4 F \theta m_p^{-1}$  ( $T_p$  — температура частиц,  $\theta$  — плотность потока частиц,  $m_p$  — масса частицы,  $F$  — площадь поверхности частицы). Поскольку обычно  $Bi = \lambda/\lambda_p$ ;  $Nu_p \ll 1$  ( $\lambda$ ,  $\lambda_p$  — коэффициенты теплопроводности газа и материала частиц), можно пренебречь градиентом температуры внутри частицы. Однако в некоторых практически реализуемых случаях, например при нагреве керамических частиц,  $Bi \geq 1$ . Тогда для корректного решения задачи необходимо учитывать градиенты температуры внутри частицы. Возможность описания поведения частиц с использованием положения детерминированности траектории позволяет строго решить задачу и в этом случае (см. [4]). В предлагаемой работе числа  $Bi \ll 1$ .

Таким образом, течение описывается системой уравнений

$$\frac{\partial(\rho ur)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vr)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial(\rho u^2 + p)r}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uvr)}{\partial r} = rF_x$$

$$\frac{\partial(\rho uvr)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + p)r}{\partial r} = rF_r + p \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial(e+p)ur}{\partial x} + \frac{\partial(e+p)vr}{\partial r} = r(q + uF_x + vF_r)$$

$$\frac{\partial(\theta u_p r)}{\partial x} + \frac{\partial(\theta v_p r)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial(\theta u_p^2 r)}{\partial x} + \frac{\partial(\theta u_p v_p r)}{\partial r} = -rF_x \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial(\theta u_p v_p r)}{\partial x} + \frac{\partial(\theta v_p^2 r)}{\partial r} = -rF_r$$

$$\frac{\partial(\theta h_p u_p r)}{\partial x} + \frac{\partial(\theta h_p v_p r)}{\partial r} = -rq - \sigma(T_p) T_p^4 F \theta m_p^{-1}$$

$$F_x = \frac{\theta(u_p - u)}{\tau_D}, \quad F_r = \frac{\theta(v_p - v)}{\tau_D}, \quad q = \frac{\theta(S_p - S)}{\tau_T} \quad (1.3)$$

$$S = \int_0^T \lambda(T) dT, \quad S_p = \int_0^{T_p} \lambda(T) dT, \quad \tau_D = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu f_D}, \quad \tau_T = \frac{c_p \rho_p d_p^2}{6 \text{Nu}_p}$$

$$f_D = \frac{1 + 0,15 \text{Re}^{0,687}}{1 + 3,82\mu/(\rho c d_p)}$$

$$\text{Nu}_p = 2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{Pr} = 0,65 - 0,8$$

$$\text{Re} = d_p \rho \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} / \mu$$

Здесь  $p$  — давление газа;  $u$  — продольная,  $v$  — поперечная составляющие скорости газа;  $\rho$  — плотность газа;  $e$  — плотность полной энергии,  $T$  — температура газа;  $u_p, v_p, T_p$  — компоненты скорости и температура частиц,  $h_p$  — энтальпия частиц;  $\rho_p, c_p$  — плотность и удельная теплоемкость материала частицы;  $c$  — скорость звука,  $\mu$  — вязкость газа;  $d_p$  — диаметр частицы;  $x, r$  — осевая и радиальная координаты.

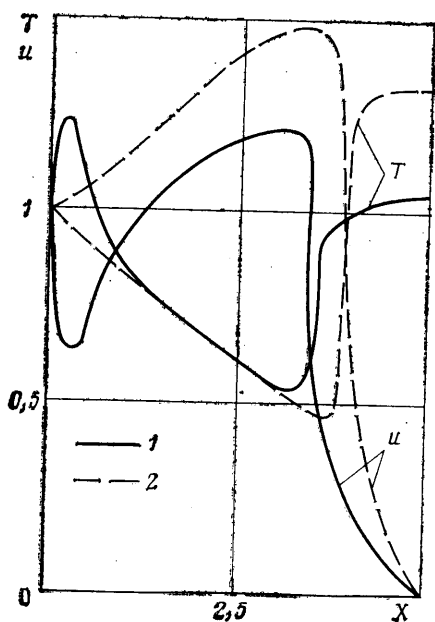
Величина  $q$  выражена как функция от  $S$ , а не от  $T$ , как общепринято. Это обусловлено тем, что при реализуемой на практике большой разнице температур частицы и газового потока существенно зависимость  $\lambda$  от температуры, а при принятом в работе представлении  $q$  величина  $\lambda$  отсутствует в определении  $\tau_T$  (см. [4]).

Для системы уравнений (1.1) ставятся следующие граничные условия: на границе  $r=0$  — условие симметрии  $v = \partial u / \partial r = \partial \rho / \partial r = \partial T / \partial r = 0$ ; на преграде при  $x=L$  и над соплом — условие твердой стенки  $u=0$ ; при  $r=r_\infty$  —  $\partial p / \partial r = 0, u=0$  (значение  $r_\infty$  над соплом — условие твердой стенки так, чтобы оно не оказывало влияния на поле газа в той части области, в которой находятся частицы); в критическом сечении сопла задавались давление, вектор скорости и плотность газа. Для системы уравнений (1.2) на выходе из сопла определены вектор скорости ( $u_p^*, v_p^*$ ) и плотность потока частиц  $\theta^*$ .

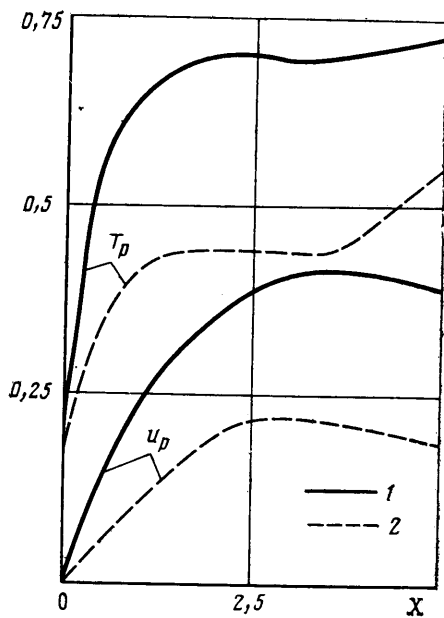
2. Численное решение системы уравнений (1.1) находилось методом установления по схеме Годунова [5], исходя из некоторого начального поля газа. Для нахождения решения системы (1.2) уравнения сохранения импульса и энергии записывались вдоль траекторий движения частиц  $dr/dx = v_p/u_p$  и полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений решалась методом Рунге — Кутты. Плотность вычислялась на основании сохранения массового расхода частиц через границу произвольной области.

Взаимодействие фаз учитывалось путем введения итерационной процедуры пересчета: первоначально вычислялось поле газа без частиц ( $\theta=0$ ), затем находилось поле частиц в полученном поле газа, после чего проводился расчет поля газа с учетом в членах (1.3) полученных параметров частиц и т. д. до установления.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: диаметр сопла  $8 \cdot 10^{-3}$  м, расстояние от среза сопла до преграды — 5 калибров, в критическом сечении сопла  $P^* = 4 \cdot 10^5$  Па,  $\rho^* = 0,58$  кг/м<sup>3</sup>,  $u^* = 1400$  м/с,  $v^* = 0$ ,  $\theta^* = 150$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_p^* = 5$  м/с,



Фиг. 1



Фиг. 2

$v_p^* = 0$  (расходы газа и частиц на срезе сопла практически одинаковы). Температура частиц на срезе сопла 300 К, диаметр частиц варьировался от  $4 \cdot 10^{-6}$  до  $20 \cdot 10^{-6}$  м.  $X = x/d$ , где  $d$  — диаметр сопла.

На фиг. 1 приведены графики зависимости вдоль оси струи продольной скорости и температуры газа, обезразмеренные относительно  $u^*$ ,  $T^*$ , в случае наличия в потоке 4 мкм частиц (кривая 1) и без них (кривая 2). Следует отметить, что частицы диаметром 20 мкм практически не изменяют параметров потока, в то время как 4-микронные частицы существенно искажают их, в частности оказывают большое влияние на положение отошедшей ударной волны.

В отсутствие отскока частиц от преграды разрушение ударной волны не наблюдается в отличие от [3] из-за низкой плотности потока частиц в месте расположения отошедшей ударной волны. В случае же отскока плотность частиц может быть весьма высокой, что в принципе может привести к разрушению ударной волны. При расчете может возникнуть эффект ложного размывания, вследствие неверно выбранных размеров сетки.

Резкие изменения профилей для скорости, плотности и температуры газа вблизи места ввода частиц объясняются их сильным взаимодействием с газовым потоком из-за малого размера и большой плотности частиц, а также отличия их скорости от скорости газа. Притормаживание газа обуславливает также увеличение его плотности и температуры вблизи места ввода частиц.

Распределение вдоль оси струи параметров частиц, обезразмеренных относительно значений соответствующих параметров газа  $T^*$ ,  $u^*$ , приведено на фиг. 2 (кривая 1 — 4-микронные частицы, 2 — 20-микронные). Зона вблизи стенки практически не влияет на скорость 20-микронных частиц и довольно слабо влияет (5%) на скорость 4-микронных частиц. Однако влияние на температуру весьма значительно.

Результаты расчетов показали возможность сверхзвукового нанесения покрытий из мелких ( $d_p = 4$  мкм) порошков, поскольку расходимость потока вполне приемлема, угол соударения  $\phi$  с подложкой мало отличается от прямого ( $\text{ctg } \phi \sim 0,2$ ). Кроме того, отмечена малость влияния порошка на характеристики газового потока при умеренных загрузках порошка, за исключением случая с мелкими ( $d_p = 4$  мкм) частицами. Это позволяет в практически реализуемых режимах существенно упростить задачу нахождения параметров струи, проводя расчеты характеристик газовой фазы отдельно от частиц, а затем определять поведение частиц в вычисленном поле газа. Решение полной задачи необходимо лишь при расчете параметров относительно мелких частиц.

Авторы благодарят В. М. Фомина за полезные обсуждения работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кудинов В. В. Плазменные покрытия. М.: Наука, 1977. 184 с.
2. Головачев Ю. П., Шмидт А. А. Обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком запыленного газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. С. 73–77.

3. Яненко Н. Н., Алхимов А. П., Нестерович Н. И. Изменение волновой структуры при обтекании тел сверхзвуковым двухфазным потоком // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 4. С. 821–825.
4. Стронгин М. П. Математическое моделирование течений, характерных для плазменного напыления // Тепло- и массообмен в плазмохимических процессах: Матер. междунар. школы-семинара. Минск: Ин-т тепломассообмена АН БССР, 1982. Т. 2. С. 47–56.
5. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.

Барнаул

Поступила в редакцию  
8.IV.1985

УДК 533.69

### ОПТИМАЛЬНЫЕ НЕСУЩИЕ КРЫЛЬЯ С ТРЕБУЕМЫМИ ПРОДОЛЬНО БАЛАНСИРОВОЧНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

ПРОХОРОВ Е. М.

Рассматриваются бесконечно тонкие крылья, слабо возмущающие сверхзвуковой поток идеального газа. Форма в плане и число Маха набегающего потока  $M_\infty$  заданы. Оптимальная поверхность крыла  $y=g(x, z)$  определяется в результате нахождения ограниченной функции местных углов атаки  $\alpha_M = \partial g(x, z) / \partial x$ , обеспечивающей минимум коэффициента сопротивления  $c_x$  при заданных значениях коэффициентов подъемной силы  $c_y$  и момента тангажа  $m_z$ . Задача решается в классе кусочно-постоянных функций для крыльев сложной геометрии [1]. Особенностью используемого при этом численного метода [2] является организация оптимизационного поиска, приводящая к последовательному получению крыльев с уменьшающимися значениями  $c_x$  и неизменными величинами  $c_y^*$ ,  $m_z^*$  заданных характеристик. На начальном этапе поиска возникает проблема, связанная с нахождением, вообще говоря, неплоского исходного крыла с  $c_y = c_y^*$  и  $m_z = m_z^*$ . В [1] значения заданных характеристик специально выбираются так, чтобы в качестве исходного крыла можно было рассмотреть пластину под углом атаки. Для нахождения исходного крыла в общем случае предлагается эффективная оптимизационная процедура определения неплоской слабоизогнутой поверхности крыла с требуемыми характеристиками  $c_y = c_y^*$  и  $m_z = m_z^*$ , оставляющими его в пределах линейной теории.

В дальнейшем считается, что поверхность крыла симметрична относительно поперечной оси  $x$ . Момент  $m_z$  вычисляется относительно центра тяжести крыла. За координату центра тяжести  $x_T$  принимается носок средней аэродинамической хорды крыла, если не оговорено противное.

В линейной теории крыла зависимость  $m_z(c_y)$  линейна [3]

$$m_z = m_{z_0} + m_z^{cv} c_y, \quad m_{z_0} = m_z |_{c_y=0} \quad (1)$$

Считается, что речь идет об устойчивых крыльях, имеющих запас продольной статической устойчивости  $m_z^{cv} < 0$ . Величина  $m_z^{cv}$  зависит от числа  $M_\infty$  и формы крыла в плане [3], т. е. не меняется при оптимизации его поверхности. Тогда из (1) следует, что оптимальное крыло, соответствующее решению изопериметрической задачи минимизации  $c_x$  при  $c_y = c_y^*$ ,  $m_z = m_z^*$ , расчетном числе  $M_\infty$  и заданной форме в плане, отвечает той же прямой  $m_z(c_y)$ , что и исходное крыло. Более того, все крылья, последовательно получающиеся в процессе оптимизационного поиска, характеризуются одной прямой  $m_z(c_y)$ .

При выборе исходного крыла в виде пластины с  $c_y = c_y^*$  полученное оптимальное крыло соответствует прямой  $m_z(c_y)$ , проходящей через начало координат (прямая 1 на фиг. 1). Требование лучшей балансировочной характеристики оптимального крыла на расчетном режиме обтекания заставляет выбирать исходное крыло на другой прямой  $m_z(c_y)$ , имеющей  $m_{z_0} > 0$  (прямая 2). Таким образом, первым шагом для получения оптимального по  $c_x$  крыла с заданными характеристиками  $c_y^*$  и  $m_z^*$  является переход при  $c_y = c_y^*$  с прямой 1 на параллельную ей прямую 2 с точкой  $m_z^* = m_z(c_y^*)$ , отвечающей неплоскому крылу.

Для достижения указанной цели предлагается решить следующую задачу оптимизации (2): найти функцию  $\alpha_M(x, z)$ , соответствующую минимуму функционала  $F = (m_z - m_z^*)^2$  при изопериметрических условиях на  $c_y$  и ограничении на значения