

УДК 536.201:532.546

**К ДИНАМИКЕ ЗОН ПРОГРЕВА ПРИ ВНУТРИПЛАСТОВОМ  
ГОРЕНИИ**

**АЗИЗОВ Х. Ф.**

Получено интегродифференциальное уравнение квазиустановившегося режима внутрипластового движущегося фронта горения, в частном случае построено его точное решение, проанализирована возможность переброски генерируемого на фронте горения тепла в область впереди фронта, исследована динамика зон прогрева в пласте и окружающих породах.

В ряде работ по внутрипластовому горению считается, что увеличение водовоздушного фактора или, что и то же, увеличение скорости конвекции тепла в пласте приводит к полной переброске тепла в область впереди фронта горения [1-3]. В [3] площадь зоны прогрева перед фронтом горения рассчитана по схеме Маркса - Лонгенхейма [4].

Ниже на основе точных решений модельных задач показано, что в случае квазистационарного теплообмена по закону Ньютона между пластом и окружающей средой, когда последняя считается термостатом, такая переброска возможна, если скорость конвекции превышает скорость фронта горения. В случае нестационарного теплообмена по схеме Ловерье полной переброски тепла в указанную область не происходит; в стационарном режиме образуется ограниченная зона прогрева перед фронтом, глубина которой пропорциональна квадрату разности скоростей конвекции и фронта горения.

1. Рассмотрим температурную обстановку в пласте в случае квазистационарного теплообмена с окружающей средой. Будем интересоваться развитой стадией процесса распространения фронта горения, считая пласт бесконечным. Для определения температуры пласта следует решить задачу

$$\rho c_* \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \rho c_* v_k \frac{\partial T}{\partial x} - \alpha h^{-1} (T - T_c) + q \delta(x - v_f t) \quad (1.1)$$

$$T = T_c \quad (t=0), \quad T < \infty \quad (|x| \rightarrow \infty) \quad (T_c = \text{const}, t \geq 0) \quad (1.2)$$

Здесь  $T, T_c$  - температуры пласта и окружающей среды соответственно (К);  $\rho c_*$  - объемная теплоемкость ( $\text{Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-1}$ ),  $\lambda_*$  - коэффициент теплопроводности ( $\text{Дж} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ) насыщенного газожидкостной смесью пласта;  $\alpha$  - коэффициент теплообмена между пластом и окружающей средой ( $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ );  $q$  - мощность подвижного источника горения ( $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ );  $h$  - толщина пласта (м);  $v_k, v_f$  - скорости конвекции и фронта горения ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ );  $\delta(x)$  - дельта-функция.

Исследуем стационарную «структуру» решения задачи (1.1), (1.2). Переходя к подвижной системе координат  $\xi = x - v_f t, t' = t$  и устремляя  $t' \rightarrow \infty$ , получим

$$\lambda_* \frac{d^2(T - T_c)}{d\xi^2} - \rho c_* (v_k - v_f) \frac{d(T - T_c)}{d\xi} - \alpha h^{-1} (T - T_c) = -q \delta(\xi) \quad (1.3)$$

Решение уравнения (1.3), удовлетворяющее условию ограниченности на бесконечности, имеет вид

$$T - T_c = q D^{-1} \exp[(2\lambda_*)^{-1} (\rho c_* \Delta v - \text{sign } \xi D)] \quad (1.4)$$

$$D = \sqrt{(\rho c_*)^2 \Delta v^2 + 4\lambda_* \alpha h^{-1}}, \quad \Delta v = v_k - v_f$$

Если аналогично понятию среднего времени переходного процесса [5] ввести среднюю глубину проникновения тепла в пласт  $l$ , то из формулы (1.4) можно найти значение этой величины соответственно для зон впереди (плюс) и позади (минус) фронта горения

$$l_{\pm} = 2\lambda_*(D \mp \rho c_* \Delta v)^{-1}$$

Если пренебречь влиянием теплопроводности пласта, то решение уравнения (1.3) принимает вид

$$T - T_c = A \operatorname{sign}(\Delta v) \exp(Aq^{-1}\alpha\xi) \sigma(\operatorname{sign}(\Delta v)\xi) \\ A = q(\rho c_* \Delta v)^{-1}; \quad \sigma(x) = 1 \quad (x > 0), \quad \sigma(x) = 0 \quad (x \leq 0)$$

Из последней формулы видно, что пренебрежение теплопроводностью пласта приводит к образованию разрывной температурной волны, движущейся впереди или позади фронта горения в зависимости от знака разности  $\Delta v$ . Таким образом, если считать, что перенос тепла за счет теплопроводности пренебрежимо мал по сравнению с конвективным переносом, то при  $v_k > v_f$  происходит полный переброс оставшегося в пласте тепла в область впереди фронта горения.

Количество сохраняемого в пласте тепла, приходящееся на единицу ширины пласта, определяется формулой

$$Q(t) = \rho c_* h \int_{-\infty}^{\infty} (T - T_c) dx \quad (1.5)$$

Интегрируя уравнение (1.1) в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , с учетом (1.5) получим следующее уравнение для величины  $Q(t)$ :

$$dQ/dt + \alpha(\rho c_* h)^{-1} Q = hq$$

с начальным условием  $Q(0) = 0$ , имеющее решение

$$Q(t) = \rho c_* h^2 \alpha^{-1} q \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\alpha t}{\rho c_* h}\right) \right]$$

Из последнего выражения установившееся значение и характерное время выхода на стационарный режим величины  $Q(t)$  находятся в виде

$$Q(\infty) = \rho c_* h^2 \alpha^{-1} q, \quad \tau_* = \rho c_* h \alpha^{-1}$$

Выясним, как распределяется количество сохранившегося в пласте тепла в установившемся режиме между зонами впереди и позади фронта горения. Вычисляя из формулы (1.4) соответствующие этим зонам значения  $Q$ , получаем

$$Q_{\pm} = \rho c_* h q D^{-1} l_{\pm}$$

Последняя формула выражает важное свойство сохранившегося в пласте тепла, заключающееся в парных неравенствах

$$Q_- < Q_+, \quad v_k > v_f; \quad Q_- > Q_+, \quad v_k < v_f$$

2. Рассмотрим теперь случай сопряженного теплообмена пласта с окружающей средой по полной схеме сосредоточенной емкости. Как известно [6], температурное поле пласта в этом случае описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_k \frac{\partial T}{\partial x} + R \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{T(x, \tau) d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} = a_*^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q(\rho c_*) \delta(x - v_f t) \quad (2.1)$$

$$a_*^2 = \lambda_*(\rho c_*)^{-1}, \quad R = 2(\rho c_* h)^{-1} \sqrt{\lambda_* \rho c_*}$$

где  $\lambda^*$  и  $\rho c^*$  — соответствующие теплофизические константы для окружающей среды.

Считая  $a_*^2=0$ , построим решение уравнения (2.1) при условиях

$$T=0 \quad (t=0, x \geq 0), \quad T=0 \quad (x=0, t > 0)$$

Решение в изображениях по Лапласу имеет вид

$$T^{**}=A(s+Rv_f\Delta v^{-1}\sqrt{s})^{-1}\{\exp[-(s+R\sqrt{s})xv_k^{-1}]-\exp(-s xv_f^{-1})\} \quad (2.2)$$

где  $s$  — параметр преобразования Лапласа.

Оригинал, соответствующий изображению (2.2), дается формулой

$$\begin{aligned} T(x, t) &= \varphi(x, t) [\operatorname{erfc}(\psi(x, t)) \sigma(t-xv_k^{-1}) - \operatorname{erfc}(\kappa(x, t)) \sigma(t-v_f^{-1}x)] \\ \varphi(x, t) &= A \exp[-R^2\Delta v^{-2}v_f(x-v_f t)], \quad \kappa(x, t) = -R\Delta v^{-1}v_f\sqrt{t-xv_f^{-1}} \\ \psi(x, t) &= [R(x-v_f t) - Rv_f(t-xv_k^{-1})] [2\Delta v\sqrt{t-xv_k^{-1}}]^{-1} \end{aligned} \quad (2.3)$$

совпадающей с найденной в [6].

Вводя новые переменные  $\xi = x - v_f t$  и  $\tau = t - xv_k^{-1}$ , выражение (2.3) можно представить в виде

$$T(\xi, \tau) = \varphi(\xi) \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \frac{R(\xi - v_f t)}{2\Delta v\sqrt{\tau}} \right] \sigma(\tau) - \operatorname{erfc} \left[ \frac{-R\sqrt{\tau - v_f \xi}}{\Delta v} \right] \sigma(-\xi) \right\}$$

Переходя в последней формуле к пределу при  $\tau \rightarrow \infty$ , получим квазистационарное распределение температуры в пласте

$$\begin{aligned} T(\xi) &= \varphi(\xi) \{ [2 - \operatorname{erfc}(R\Delta v^{-1}\sqrt{\tau - v_f \xi})] \sigma(-\xi) \} \sigma(\Delta v) - \\ &\quad - [\operatorname{erfc}(-R\Delta v^{-1}\sqrt{\tau - v_f \xi})] \sigma(-\Delta) \} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Если разделить случаи  $\Delta v > 0$  и  $\Delta v < 0$ , то из (2.4) находим

$$T(\xi) = \varphi(\xi) [2\sigma(\xi) + \operatorname{erfc}(R\Delta v^{-1}\sqrt{\tau - v_f \xi}) \sigma(-\xi)] \quad (\Delta v > 0) \quad (2.5)$$

$$T(\xi) = -\varphi(\xi) \operatorname{erfc}(-R\Delta v^{-1}\sqrt{\tau - v_f \xi}) \sigma(\xi) \quad (\Delta v < 0)$$

Формулы (2.5) показывают, что в отличие от квазистационарного режима теплообмена в данном случае независимо от знака разности  $\Delta v$  позади фронта горения образуется обширная зона прогрева. Впереди фронта горения образуется зона прогрева при  $\Delta v > 0$  ( $v_k > v_f$ ), температура в которой экспоненциально падает с увеличением расстояния от фронта. Остается выяснить, каким уравнениям удовлетворяют полученные решения. Для этого выпишем соответствующую интегродифференциальному уравнению (2.1) эквивалентную систему дифференциальных уравнений. Она имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_*^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \quad 0 < z < \infty \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_k \frac{\partial T}{\partial x} = a_*^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{2\lambda^*}{\rho c_* h} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{q}{\rho c_*} \delta(x - v_f t), \quad z = 0 \quad (2.7)$$

$$\theta = T \quad (z=0), \quad \theta < \infty, \quad T < \infty \quad (z^2 + x^2 \rightarrow \infty) \quad (2.8)$$

Переходя в уравнениях (2.6), (2.7) к новым переменным  $\xi = x - v_f t$ ,  $t' = t$  и устремляя  $t'$  к бесконечности, получим

$$-v_f \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = a_*^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \quad 0 < z < \infty, \quad -\infty < \xi < \infty \quad (2.9)$$

$$\Delta v \frac{\partial T}{\partial \xi} = a_*^2 \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{2\lambda^*}{\rho c_* h} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{q}{\rho c_*} \delta(\xi), \quad z = 0 \quad (2.10)$$

Эти же уравнения получаются и с помощью переменных  $\xi$  и  $\tau$ .

Можно непосредственно проверить, что решение уравнения (2.9) при условиях (2.8) имеет вид

$$\theta(\xi, z) = \frac{\sqrt{v_f z}}{2a^* \sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} T(\tau) \exp\left[\frac{-v_f z^2}{4a^{*2}(\tau - \xi)}\right] \frac{d\tau}{(\tau - \xi)^{3/2}}$$

Из последней формулы находим производную

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow 0} = \frac{\sqrt{v_f}}{a^*} \frac{d}{d\xi} \int_{\xi}^{\infty} \frac{T(\tau)}{\sqrt{\pi(\tau - \xi)}} d\tau \quad (2.11)$$

Подставляя (2.11) в (2.10), получим следующее интегродифференциальное уравнение для квазистационарного режима движущегося фронта внутрипластового горения

$$\Delta v \frac{dT}{d\xi} = a^{*2} \frac{d^2 T}{d\xi^2} + R \sqrt{v_f} \frac{d}{d\xi} \int_{\xi}^{\infty} \frac{T(\tau) d\tau}{\sqrt{\pi(\tau - \xi)}} + \frac{q}{\rho c^*} \delta(\xi) \quad (2.12)$$

Принимая  $a^{*2} = 0$ , можно показать, что выражения (2.5) удовлетворяют в этом случае уравнению (2.12).

Из первой формулы (2.5) находится средняя глубина проникновения тепла в зону пласта впереди фронта горения и установившееся значение сохраняемого в этой зоне количества тепла

$$l_{+} = \frac{(v_k - v_f)^2}{R^2 v_f}, \quad Q_{+}^* = 2qh \frac{v_k - v_f}{R^2 v_f} \quad (v_k > v_f)$$

Величину  $Q_{+}$  в динамическом режиме можно вычислить из формулы (2.3). Имеем

$$Q_{+}(t) = qh \left\{ 2\Delta v R^{-2} v_f^{-1} + R^{-2} \exp(R^2 t) \operatorname{erfc} \left[ \frac{(2-\gamma)R\sqrt{t}}{2\sqrt{1-\gamma}} \right] - \right. \\ \left. - 2\Delta v R^2 v_f^{-1} \operatorname{erfc} \left[ \frac{R\gamma\sqrt{t}}{2\sqrt{1-\gamma}} \right] \right\}, \quad \gamma = \frac{v_f}{v_k} \quad (2.13)$$

Можно заметить, что  $Q_{+} = 0$  при  $t \rightarrow 0$  и  $Q_{+} = Q_{+}^*$  при  $t \rightarrow \infty$ . Характерное время выхода величины  $Q_{+}(t)$  на стационарный режим по методу, применяемому в [5], оценивается величиной

$$\tau_q = \frac{v_k - v_f}{R^2 v_f} \quad (v_k > v_f)$$

Общее количество сохраняемого в пласте тепла в нестационарном режиме имеет вид [7]

$$Q(t) = qh R^{-2} [\exp(R^2 t) \operatorname{erfc}(R\sqrt{t}) + 2R\sqrt{\pi^{-1}t} - 1] \quad (2.14)$$

С учетом последней формулы количество сохраняемого в пласте за фронтом горения тепла выразится формулой

$$Q_{-}(t) = Q(t) - Q_{+}(t)$$

которая с учетом (2.13) и (2.14) показывает, что величина сохраняемого в пласте тепла за фронтом горения не имеет конечного установившегося значения; в частности, при больших временах она растет пропорционально квадратному корню из времени. Таким образом, если пренебречь го-

ризонгальной теплопроводностью системы пласт — окружающий массив, то при  $v_k < v_j$  сохраняемое в пласте тепло полностью остается за фронтом горения, а при  $v_k > v_j$  в зону перед фронтом горения переносится часть общего количества тепла, не превышающая постоянную величины  $Q_+^*$ .

Температура на фронте горения находится из (2.3)

$$T_-^f(t) = |A| \{ \operatorname{erf} [ R v_j \sqrt{t} (2 \sqrt{v_k \Delta v})^{-1} ] \sigma(\Delta v) + \sigma(-\Delta v) \}$$

$$T_+^f(t) = |A| \{ \operatorname{erfc} (-R v_j \sqrt{t} (2 \sqrt{v_k \Delta v})^{-1} ) \sigma(\Delta v) \}$$

Видно, что температура на фронте при  $v_k < v_j$  устанавливается сразу, а при  $v_k > v_j$  характерное время установления ее можно оценить [5] величиной

$$\tau_j = 2v_k(v_k - v_j) / v_j^2 R^2$$

3. Температурная обстановка в окружающих породах (ввиду симметрии рассматривается температура только покрывающих пород) при нестационарном режиме описывается решением уравнения (2.6) при нулевом начальном условии и граничном условии (2.8). В изображениях по Лапласу с учетом выражения (2.2) оно находится в виде

$$\theta^{**}(x, z, s) = T^{**}(x, s) \exp \left( - \frac{\sqrt{s} z}{a^*} \right)$$

откуда получаем

$$\theta(x, z, t) = \varphi(x, t) \exp \left[ - \frac{R v_j z}{a^* \Delta v} \right] \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \psi(x, t) + \frac{z}{2a^* \sqrt{t - x v_k^{-1}}} \right] \sigma(t - x v_k^{-1}) - \right. \\ \left. - \operatorname{erfc} \left[ \kappa(x, t) + \frac{z}{2a^* \sqrt{t - x v_j^{-1}}} \right] \sigma(t - x v_j^{-1}) \right\}$$

где  $\varphi(x, t)$ ,  $\psi(x, t)$  и  $\kappa(x, t)$  определены в (2.4).

Переходя в последнем выражении, как и выше, к переменным  $\xi$  и  $\tau$ , а затем устремляя  $\tau$  к бесконечности, получим квазистационарное распределение температуры в покрывающих породах

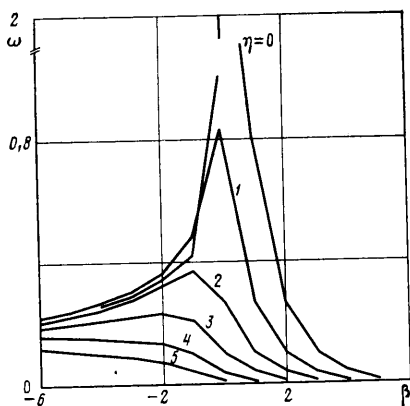
$$\theta(\xi, z) = \varphi(\xi) \exp \left[ - \frac{R v_j z}{a^* \Delta v} \right] \left\{ 2\sigma(\Delta v) - \operatorname{erfc} \left[ \frac{\sqrt{v_j} z}{2a^* \sqrt{|\xi|}} - \frac{R \sqrt{v_j} |\xi|}{\Delta v} \right] \sigma(-\xi) \right\}$$

Для анализа удобно разделить полученное решение на две части, соответствующие положительному и отрицательному значениям разности  $\Delta v$ , и представить его в виде

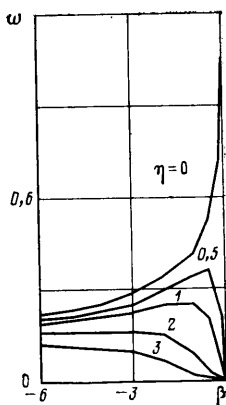
$$\theta(z, \xi) = \varphi(\xi) \exp \left[ - \frac{R v_j z}{a^* \Delta v} \right] \times \\ \times \left\{ 2\sigma(\xi) + \operatorname{erfc} \left[ \frac{R \sqrt{v_j} |\xi|}{\Delta v} - \frac{\sqrt{v_j} z}{2a^* \sqrt{|\xi|}} \right] \sigma(-\xi) \right\} \quad (\Delta v > 0) \quad (3.1)$$

$$\theta(z, \xi) = -\varphi(\xi) \exp \left[ - \frac{R v_j z}{a^* \Delta v} \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{\sqrt{v_j} z}{2a^* \sqrt{|\xi|}} - \frac{R \sqrt{v_j} |\xi|}{\Delta v} \right] \sigma(-\xi) \quad (\Delta v < 0)$$

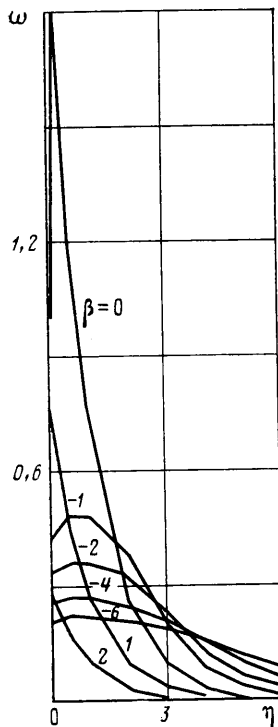
Полученные формулы при  $z=0$  совпадают с формулами (2.5). Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что решения (3.1) удовлетворяют и уравнению (2.9). Следовательно, формулы (3.1) дают полное решение задачи (2.10) и (2.8).



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Характерной особенностью решений (3.1) является то, что в отличие от разрывных решений (2.5) они непрерывны внутри области  $0 < z < \infty$ ,  $-\infty < \xi < \infty$ , а в пределе при  $z \rightarrow 0$  совпадают с разрывной функцией, выражаемой формулами (2.5).

Вводя безразмерные переменные

$$\omega = \rho c_* |\Delta v| q^{-1} \theta, \quad \eta = \frac{Rv_j z}{a_* |\Delta v|}, \quad \beta = \frac{R^2 v_j \xi}{\Delta v^2}$$

решения (3.1) можно представить в более компактной форме

$$\omega(\eta, \beta) = \exp(-\eta - \beta) \left[ 2\sigma(\beta) + \operatorname{erfc} \left( \sqrt{|\beta|} - \frac{\eta}{2\sqrt{|\beta|}} \right) \sigma(-\beta) \right] \quad (\Delta v > 0)$$

$$\omega(\eta, \beta) = \exp(\eta - \beta) \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{|\beta|} + \frac{\eta}{2\sqrt{|\beta|}} \right] \sigma(-\beta) \quad (\Delta v < 0)$$

На фиг. 1 приведены графики изменения  $\omega$  в зависимости от  $\beta$  при различных значениях  $\eta$  для случая  $v_k > v_j$ . На фиг. 2 показаны аналогичные графики для случая  $v_k < v_j$ , а на фиг. 3 — графики  $\omega(\eta)$  в случае  $v_k > v_j$ .

Отметим, что полученные в разд. 3 формулы могут быть использованы также при интерпретации температурных аномалий в земной коре.

Автор благодарит В. М. Ентова за ценные советы и полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Желтов Ю. П. О вытеснении нефти из пластов движущимся фронтом горения // Теория и практика добычи нефти. М.: Недра, 1968. С. 212–220.
2. Боксерман А. А., Желтов Ю. П., Жданов С. А. и др. Внутрипластовое горение с заводнением при разработке нефтяных месторождений. М.: Недра, 1974. 167 с.
3. Боксерман А. А. Динамика зон прогрева пласта при закачке в него пара // Науч.-техн. сб. Всесоюз. нефтегаз. НИИ. 1971. Вып. 42. С. 159–169.
4. Marx J. W., Longenheim R. H. Reservoir heating by hot fluid injection // Trans. AIME. 1959. V. 216. P. 312–315.
5. Азизов Х. Ф. К определению среднего времени пребывания оторочки тепла в пласте // Изв. АН АзССР. Сер. наук. о Земле. 1985. № 5. С. 83–88.
6. Кутляров В. С. Температурное поле пласта при внутрипластовом горении // Науч.-техн. сб. Всесоюз. нефтегаз. НИИ. 1971. Вып. 42. С. 79–91.
7. Азизов Х. Ф. Исследование особенностей конвективного переноса тепла в нефтяных пластах. 1984. 96 с. — Деп. в ВИНТИ, 20.12.1984, № 8199–84.

Баку

Поступила в редакцию  
31.III.1986