

УДК 533.6.011:536.24

СТАЦИОНАРНЫЕ ФОРМЫ ТЕЛ, ОПЛАВЛЯЮЩИХСЯ ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ НАГРЕВЕ

ЗНАМЕНСКИЙ В. В., ПОЛЯКОВ И. Н.

Вопросу изменения формы тел при их аэродинамическом разрушении посвящено значительное число исследований. Одна из частных задач общей проблемы — задача о стационарных, т. е. не изменяющихся в результате уноса массы, формах — решена в [1, 2] для конвективного теплообмена в предположении постоянства эффективной энтальпии — скорость уноса определяется на основе численного решения уравнений, описывающих процесс разрушения стекловидных материалов. Течение пленки расплава по поверхности при этом рассчитывается на основе полной системы уравнений пограничного слоя для несжимаемой жидкости [3].

В настоящей работе эта задача решена без использования допущения о постоянстве эффективной энтальпии — скорость уноса определяется на основе численного решения уравнений, описывающих процесс разрушения стекловидных материалов. Течение пленки расплава по поверхности при этом рассчитывается на основе полной системы уравнений пограничного слоя для несжимаемой жидкости [3]. Показано, что при однотипном режиме теплообмена (ламинарном или турбулентном) стационарные формы представляют собой гладкие тела без угловых точек. При смешанном режиме теплообмена рассматриваемая задача в общем случае решения не имеет.

1. Стационарная форма осесимметричного тела $x=F(r)$ задается решением уравнения

$$D\sqrt{1+F_r^2}=V=\text{const} \quad (1.1)$$

Здесь x, r — цилиндрические координаты, D — скорость уноса по нормали к поверхности, V — скорость перемещения поверхности вдоль оси x .

Тепловые потоки и трение на поверхности тела будем определять по методу эффективной длины [4], давление — по любой зависимости ньютоновского типа, например по формуле местных сфер [5]. Скорость уноса D принято связывать с величиной теплового потока соотношением [6]

$$D=q/\rho I \quad (1.2)$$

Здесь q — тепловой поток на неразрушающуюся поверхность, ρ и I — плотность и эффективная энтальпия материала. Радиационный поток с поверхности обычно много меньше величины q и в соотношении (1.2) для простоты опущен.

В предположении $I=\text{const}$ решение сформулированной задачи подробно исследовано в [1, 2]. Получающиеся при этом стационарные формы для ламинарного и турбулентного режимов теплообмена изображены на фиг. 1 штриховыми линиями (графики построены в безразмерных переменных $X=x/r_m, R=r/r_m$, где r_m — значение r в точке излома). Поясним здесь на примере ламинарного случая, почему эти формы имеют излом образующей.

Тепловой поток при ламинарном режиме можно записать в виде

$$q=A \frac{\rho u r}{\sqrt{\xi}} \quad (1.3)$$

$$\xi = \int_0^r pu r \sqrt{1+F_r^2} dr, \quad u = \sqrt{1-p^0}, \quad \omega = (\gamma-1)/\gamma$$

Здесь p — давление на поверхности, отнесенное к давлению торможения за прямым скачком уплотнения, γ — эффективный показатель адиабаты, A — функция параметров набегающего потока, определяемая, например, по формуле Фэя и Ридделла [7].

Подставляя (1.2)–(1.3) в (1.1), получаем

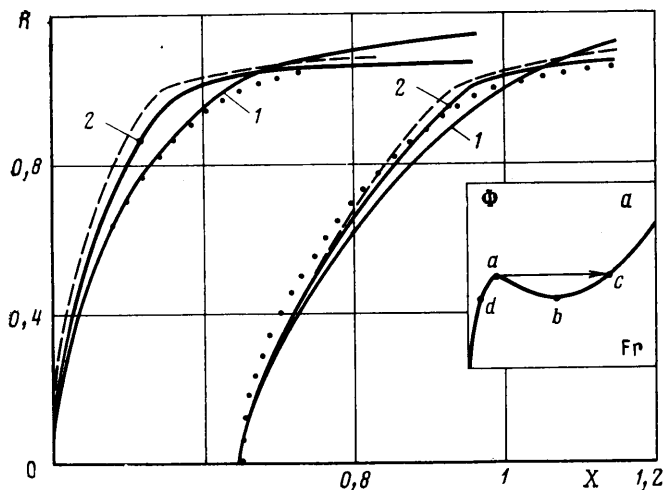
$$\frac{\Phi(F_r)r}{\sqrt{\xi}} = \frac{VI}{A} = C = \text{const}, \quad \Phi(F_r) = pu \sqrt{1+F_r^2} \quad (1.4)$$

Функция $\Phi(F_r)$ изображена на фиг. 1, a . Здесь a и b — точки локальных экстремумов, $\Phi_c = \Phi_a$, $\Phi_d = \Phi_b$.

Из (1.4) с учетом $F_r=0$ при $r=0$ нетрудно получить

$$\Phi(F_r) = \frac{1}{4}C^2 r, \quad \xi = \frac{1}{16}C^2 r^4 \quad (1.5)$$

Из вида функции Φ с очевидностью следует, что решение первого уравнения (1.5) на участке $0 < r < r_a = 4\Phi_a/C^2$ однозначно. Оно может быть продолжено гладким образом до $r=r_a=4\Phi_a/C^2$, но его продолжение в область $r > r_a$ невозможно без допущений о разрывности величины F_r . Физически реальное решение в классе кусочно-гладких функций однозначно и



Фиг. 1

имеет единственный излом образующей, соответствующий переходу $a \rightarrow c$ (см. фиг. 1, a) [1, 2]. Отметим, что впервые на возможность образования угловых точек у решения нестационарного уравнения уноса было указано в [8].

2. Физические процессы, протекающие на поверхности различных материалов при их аэродинамическом разрушении, сложны и разнообразны, в силу чего точность допущения о постоянстве эффективной энтальпии вдоль поверхности зачастую не поддается априорной оценке. Для стекловидных материалов типа кварца, определяющими процессами для которых являются плавление и испарение с поверхности, разработана математическая модель разрушения — так называемая пленочная теория [6], позво-

ляющая в принципе определять распределение I вдоль поверхности теоретически. Относительная простота этой модели (подробное ее описание см. в [6, 9]) объясняется следующим.

Стекловидные материалы характеризуются сильной зависимостью вязкости расплава μ от температуры T , задаваемой формулой [6, 10]

$$\mu = \mu(T) = \exp\left(\frac{\theta}{T} - \beta\right), \quad \theta, \beta = \text{const}, \quad \theta \gg T_* \quad (2.1)$$

где T_* — характерная температура поверхности.

Следствием зависимости (2.1) являются соотношения $\delta \sim \varepsilon \delta_T \ll L$, $\varepsilon = T_*/\theta \ll 1$, где δ и δ_T — толщины пленки расплава и зоны прогрева, L — характерный размер тела, ε — основной малый параметр задачи.

Ввиду малой толщины пленки расплава течение в ней описывается в общем случае уравнениями пограничного слоя в поверхностной системе координат. Значение поперечной скорости в глубине материала есть искомая скорость уноса D . Абсолютное значение вязкости расплава велико, поэтому характерное число Рейнольдса для пленки $\kappa = \rho D_* \delta_* / \mu_*$ очень мало (обычно $\kappa \ll \varepsilon$) и является вторым малым параметром задачи.

Присутствие в задаче малых параметров позволяет искать ее решение в виде асимптотических рядов по ε и κ [9]. Нулевое приближение при этом соответствует традиционной пленочной теории [6]. Эффективная энтальпия при асимптотическом решении задачи представляется в виде ряда

$$I = I_0 + \varepsilon I_\varepsilon + \kappa I_\kappa + \dots \quad (2.2)$$

При отсутствии испарения с поверхности $I_0 = I_* = \text{const}$, т. е. эффективная энтальпия в нулевом приближении постоянна вдоль поверхности [9]. При наличии испарения величина I_0 переменна, причем ее изменение определяется изменением величины коэффициента газификации $\Gamma = \dot{m}_w / \rho D$ (\dot{m}_w — массовая скорость испарения с поверхности).

Асимптотический подход в принципе применим и к решению задачи о стационарных формах при скорости уноса определяемой пленочной теорией. Очевидно, что в нулевом приближении на режиме чистого плавления соответствующие формы совпадут с полученными в [1, 2] и, следовательно, будут иметь угловые точки. В [9] показано, однако, что простейшие асимптотические разложения для u , v и T типа (2.2) неприменимы в окрестности излома образующей. Это требует уточнения стационарных форм нулевого приближения в окрестности угловых точек, которое в принципе осуществимо с привлечением метода сращиваемых асимптотических разложений. Здесь же применим другой подход для решения задачи.

3. Используем для определения скорости уноса D уравнения пограничного слоя для пленки расплава. Краевая задача для этих уравнений и численная схема решения описаны в [3], здесь поясним лишь алгоритм построения самой стационарной формы.

При описании течения в пленке уравнениями пограничного слоя скорость уноса в произвольной точке поверхности с координатой $r = r_*$ определяется распределением теплового потока q , трения τ и градиента давления p' на участке $0 \leq r < r_*$. В силу сделанных в разд. 1 допущений о способе расчета этих величин имеем $q = q(r, F_r, \xi)$, $\tau = \tau(r, F_r, \xi)$ и $p' = p'(F_r, F_{rr})$. При ламинарном теплообмене величина ξ определяется согласно (1.3), при турбулентном — по аналогичному выражению, которое здесь не приводим. Следовательно, при заданной форме тела на участке $0 \leq r < r_*$ для определения скорости уноса в точке $r = r_*$ необходимо задать в этой точке величины F_r и F_{rr} .

Пусть в двух близких точках с координатами r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$) значения функций $F_1 = F(r_1)$ и $F_2 = F(r_2)$ известны. Считая величину $F_3 = F(r_3)$ неизвестной ($r_3 = r_2 + \Delta r$, Δr — шаг интегрирования уравнения (1.1), который может быть переменным), выразим производные F_r и F_{rr} в точке 2 с помощью конечных разностей по точкам 1,

2 и 3. Подставляя полученные аппроксимации в уравнение (1.1), решаем полученное уравнение относительно F_3 численно, например методом хорд. На каждой итерации метода хорд параметры течения в пленке и скорость уноса D в точке 2 рассчитываются программой [3] (при фиксированном профиле в точке 1). На построении начальных (в окрестности критической точки) участков стационарных форм остановимся особо.

При ламинарном режиме теплообмена абсолютные значения и распределения эффективной энтальпии на геометрически подобных телах совпадают [3]. Строго указанный закон подобия выполняется при отсутствии испарения с поверхности или при реализации равновесного режима испарения, т. е. в ситуациях, представляющих наибольший практический интерес. Следовательно, заданным условиям обтекания соответствует семейство аффинноподобных ламинарных стационарных форм, скорость уноса V которых связана с характерным размером L соотношением $V\sqrt{L} = \text{const}$ (так же как в задаче с постоянной эффективной энтальпией).

Построение начального участка в этом случае тривиально — достаточно положить $F = r^2/2R$, а радиус кривизны определить из условия $D = V$ при $r = 0$.

При турбулентном теплообмене аналогичный закон подобия не имеет места и форма стационарного контура зависит, вообще говоря, от характерного размера тела. При $I = \text{const}$ в окрестности критической точки турбулентная стационарная форма формально имеет асимптотику $F \sim r^{3/4}$ [2]. Возможность построения подобного (формального) решения в рассматриваемом случае специально до конца не исследовалась, так как соответствующее решение, если оно в принципе возможно, не имеет, по-видимому, глубокого физического смысла. Можно показать, что в рамках предельной теории формальное решение вида $F \sim r^m$ при $r \rightarrow 0$ при турбулентном режиме не существует. Приводимые ниже стационарные формы, называемые турбулентными, получены на самом деле в предположении ламинарного теплообмена в малой окрестности критической точки.

4. На фиг. 1 сплошными линиями (кривые 1) показаны стационарные формы, ламинарные и турбулентные, полученные на режиме чистого плавления. Расчеты выполнены для кварца, теплофизические характеристики которого заимствованы из [6], при этом реализовались $\epsilon_0 = 0,05$ и $\kappa_0 = 0,003$. Здесь же приведены результаты методического расчета с $\epsilon = \epsilon_0/10$ и $\kappa = \kappa_0/100$ (кривые 2). Как и следовало ожидать, при $\epsilon, \kappa \rightarrow 0$ эти формы приближаются к соответствующему решению задачи при $I = \text{const}$.

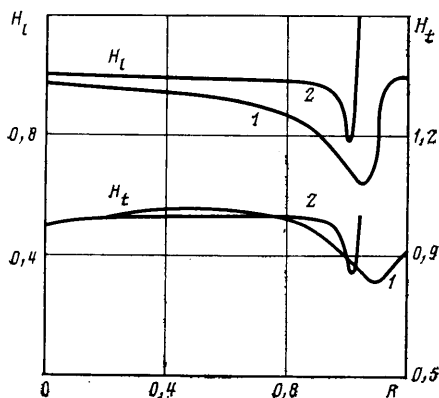
Полученные стационарные формы являются гладкими телами с участками большой кривизны в районе угловых точек, возникающих при $I = I_* = \text{const}$. На фиг. 2 приведены распределения безразмерной эффективной энтальпии $H_j = I_j/I_*$ на поверхности стационарных форм ($j = l$ — ламинарных, $j = t$ — турбулентных), представленных на фиг. 1. Видно, что на участках большой кривизны эффективная энтальпия падает (на это указывалось в [3]) и именно это обстоятельство обеспечивает гладкое продолжение участка $a-b$ функции $\Phi(F_r)$ при решении уравнения (1.4).

Ламинарные и турбулентные стационарные формы, полученные с учетом испарения с поверхности, показаны на фиг. 1 пунктиром. Расчеты выполнены для кварца при скорости обтекания $V_\infty = 6000$ м/с и давлении в набегающем воздушном потоке 0,1 атм. Теплофизические свойства кварца и продуктов испарения заимствованы из [6]. На ламинарном режиме в расчете реализовались $\epsilon = 0,051$; $\kappa = 0,0016$; $T_* = 3500$ К, на турбулентном при $V = 2$ см/с $\epsilon = 0,049$; $\kappa = 0,0015$; $T_* = 3480$ К. Для рассмотренных условий обтекания стационарные формы в целом близки к полученным без учета испарения.

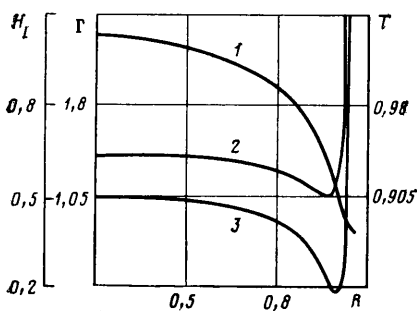
Распределения температуры поверхности T_w/T_* (кривая 3), коэффициента газификации Γ (кривая 2) и эффективной энтальпии H_j (кривая 1) по поверхности стационарных форм представлены на фиг. 3 — ламинарный теплообмен и фиг. 4 — турбулентный. Отметим, что кривые, соответствующие турбулентной форме, построены для $r > r_0$, при $r < r_0$ теплообмен в расчете полагался ламинарным. Из графиков следует, что, как и при $\dot{m}_w = 0$, эффективная энтальпия заметно падает в области большой кривизны поверхности, причем при ламинарном теплообмене это сопровождается падением коэффициента газификации. Возрастание коэффициента газификации на лобовой поверхности турбулентной стационарной формы приводит к росту величины H_i в этой области.

5. Вид стационарных форм в случае переходного режима теплообмена зависит от большого количества определяющих параметров, в частности от отношения уровней ламинарного и турбулентного тепловых потоков, положения и длины переходного участка. В предположении $I = \text{const}$ рассматриваемая задача подробно исследована в [2]. Показано, в частности, что контур стационарной формы в области переходного теплообмена вогнутый. Поскольку эти стационарные формы предельные для выстраиваемых в настоящей работе, то последние, по крайней мере при $\epsilon, \kappa \rightarrow 0$, также должны содержать вогнутые участки поверхности, где величина p' положительна, квазистационарного решения уравнений пленочной теории (по крайней мере в виде разложений по ϵ и κ), как правило, не существует [9].

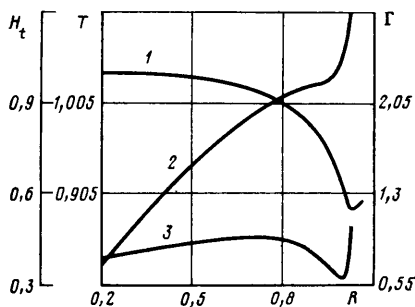
Проведенные в настоящей работе методические расчеты показали, что этот вывод сохраняет силу и при использовании полных уравнений пограничного слоя для пленки — реше-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ние этих уравнений практически непродолжимо на участки поверхности с $p' > 0$.

Ситуация здесь в отдельных чертах схожа с возникающей при классическом отрыве пограничного слоя, однако имеются и существенные отличия. Во-первых, пленка расплава не в состоянии преодолеть, по-видимому, сколь угодно малых положительных градиентов давления. Во-вторых, соответствующее «отрывное» течение пленки с неизбежностью требует для своего описания использования нестационарных уравнений (по крайней мере нестационарного уравнения энергии).

При попытках построения стационарных форм на переходном режиме теплообмена с помощью алгоритма, описанного в разд. 3, расчет прерывался на участке, где происходил переход от ламинарного теплообмена к турбулентному: возрастание уровня тепловых потоков требует для удовлетворения уравнения (1.1) уменьшения величины F_r (т. е. формирования вогнутого участка).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лунев В. В. Некоторые свойства и решения уравнения абляции // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 3. С. 95—102.
2. Воронкин В. Г., Лунев В. В., Никулин А. Н. О стационарной форме тел при их

- разрушении за счет аэродинамического нагрева // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 2. С. 138—146.
3. *Знаменский В. В., Поляков И. Н.* Решение задачи об оплавлении стекловидных материалов в рамках полных уравнений пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 6. С. 128—133.
 4. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975. 623 с.
 5. *Лунев В. В.* Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
 6. *Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б.* Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 391 с.
 7. *Фей, Риддел.* Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом // Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. С. 190—224.
 8. *Коняев В. Г.* Аналитическое исследование изменения формы аблирующих тел при их движении в атмосфере со сверхзвуковыми скоростями // Учен. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 6. С. 125—128.
 9. *Знаменский В. В., Лунев В. В.* Об асимптотических свойствах уравнений пленочной теории разрушения материалов в задачах об изменении формы тел при аэродинамическом нагреве // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 1. С. 46—54.
 10. *Френкель Я. И.* Кинетическая теория жидкостей. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1945. 424 с.

Москва

Поступила в редакцию
15.VIII.1985