МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 · 1987

УДК 532.613.5+536.252:519.62

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ ЕЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

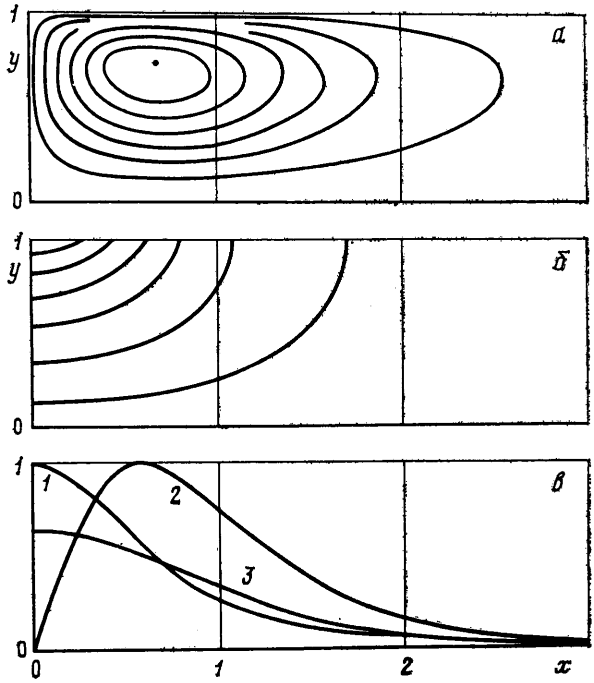
САНОЧКИН Ю. В., ТУХВАТУЛЛИН Р. С., ФИЛИППОВ С. С.

Термокапиллярная конвекция в отсутствие термогравитационной возможна в условиях невесомости. В поле силы тяжести проявляются обычно оба вида конвекции. Термокапиллярный механизм играет основную роль при толщинах нагреваемого снизу горизонтального слоя жидкости, не превышающих для многих веществ нескольких миллиметров [1, 2]. В [3] изучалась деформация свободной поверхности тонких слоев жидкости термокапиллярным движением. В [4, 5] детально исследовалось соотношение между обоими видами конвекции для случаев плоского горизонтального слоя и прямоугольной полости соответственно. Теоретический анализ плоскопараллельного термокапиллярного течения в горизонтальном слое жидкости проводился в [2, 4, 6], двумерная конвекция в плоском прямоугольном канале исследовалась численно в [7]. Все перечисленные выше работы относятся к случаю, когда нагрев жидкости осуществляется через дно или боковые стенки сосуда.

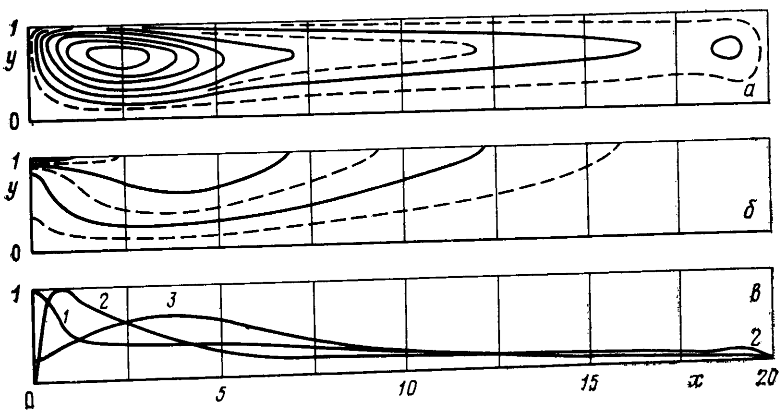
При рассмотрении многих вопросов физики катодного пятна, процессов массо- и теплопереноса при лазерной (пучковой) обработке материалов и т. д. возникает задача о термокапиллярной конвекции, вызываемой сосредоточенным нагревом жидкости со стороны свободной поверхности. Плоская стационарная задача для тонкого горизонтального слоя жидкости решалась в приближении пограничного слоя в [8–10]. Было установлено, что в жидкости образуется вихревая термокапиллярная ячейка определенной длины, в пределах которой локализовано в основном возмущение жидкости. Полученное в [8–10] решение описывает только часть ячейки, удаленную на некоторое расстояние от точки нагрева. Кроме того, уравнения пограничного слоя неприменимы в области длиной порядка толщины слоя вблизи конца ячейки. Поскольку можно ожидать появления в этой области и вне ячейки вторичных конвективных течений малой интенсивности, требуется более точное рассмотрение вопроса.

Цель данной работы – численное моделирование термокапиллярной конвекции в плоском горизонтальном слое жидкости при сосредоточенном нагреве ее свободной поверхности с использованием уравнений Навье – Стокса и уравнения переноса тепла. Это позволит рассмотреть структуру конвекции во всем объеме жидкости, в частности в области слабого движения. Деформация свободной поверхности жидкости предполагается пренебрежимо малой. В случае тяжелой жидкости это допущение оправданно при некоторых ограничениях на перепад температуры сверху и на толщину слоя снизу [9, 10]. В невесомости слой жидкости постоянной толщины в прямоугольном канале может быть реализован при угле смачивания 90° [7].

Пусть жидкость занимает объем, ограниченный стенками сосуда $y=0$, $x=\pm L$ и свободной поверхностью $y=h$. Температура стенок предполагается постоянной и принимается за начало отсчета. Это соответствует контакту жидкости с хорошим проводником тепла большого размера. На свободную поверхность падает тепловой поток плотности $q_0 f(x)$. Для удобства расчетов для f было выбрано гауссово распределение $f=\exp(-x^2/a^2)$ и для большинства рассчитанных вариантов полагалось $a=h/2$. При $L>h$ оно достаточно хорошо моделирует локальный нагрев. Картина конвекции, очевидно, симметрична относительно плоскости $x=0$. В задаче нет заданных масштабов скорости и перепада температуры. Выберем в качестве единиц измерения длины h, скорости ν/h, температуры $\rho\nu^2/\alpha' h$, где ν – кинематическая вязкость, ρ – плотность, α – коэффициент поверхностного натяжения, $\alpha'=-d\alpha/dT$. Вводя функцию тока ψ и напряженность



Фиг. 1



Фиг. 2

вихря скорости ω, можно записать исходные уравнения и граничные условия в виде

$$\omega=-\Delta\psi, \qquad \frac{\partial(\omega,\psi)}{\partial(x,y)}=\Delta\omega, \qquad \mathrm{Pr}\frac{\partial(T,\psi)}{\partial(x,y)}=\Delta T \tag{1}$$

$$\omega=\frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial T}{\partial y}=Qf(x), \quad \psi=1 \quad (y=1), \quad T=0, \quad \psi=1 \quad (y=0)$$

$$\omega=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x}=0, \quad \psi=1 \quad (x=0), \quad T=0, \quad \psi=1 \quad (x=l) \tag{2}$$

Решение задачи (1), (2) зависит от числа Прандтля Pr и безразмерных параметров $l=L/h$ и $Q=\alpha' q_0 h^2/\varkappa\rho\nu^2$, где $\varkappa$ — коэффициент теплопроводности жидкости. Если ввести перепад температуры $q_0 h/\varkappa$, то пропорциональный мощности нагрева параметр Q можно представить в виде Q=Ma/Pr, где Ma – число Марангони.

Для численного решения задачи (1), (2) дифференциальные уравнения аппроксимировались устойчивой конечно-разностной схемой первого порядка с разностями вверх по потоку в конвективных членах [11]. При определении граничных условий для напряженности вихря на твердых стенках использовалось условие Вудса. Системы алгебраических уравнений для значений величин ω, ψ, T в узлах сетки 21×21 решались методом Гаусса – Зейделя. Порядок сканирования узлов сетки выбирался из соображений сходимости итераций и вычислительной устойчивости. Сходимость существенно убыстряется, если сканирование начинать в маловозмущенных частях поля течения и заканчивать в частях, где течение наиболее интенсивно. Во всех расчетах применялась неравномерная сетка в двух вариантах: а) линии сетки одинаково сгущаются ко всем границам области; б) автоматически строилась сетка, сгущающаяся в местах наиболее интенсивного течения. Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6. Решение одного варианта требовало 300–500 итераций и занимало 5–10 мин.

Если жидкости при нагреве не сообщается импульс в горизонтальном направлении, то развивающееся течение должно иметь вид циркуляции вдоль замкнутых линий тока.

На фиг. 1 представлены результаты расчетов при слабом нагреве (Q=10) слоя жидкости достаточно большой длины (l=10). Весь приводимый ниже графический материал относится к случаю Pr=1. На фиг. 1, *а* показаны линии тока, на фиг. 1, *б* – изотермы. Расход жидкости, циркулирующей между соседними линиями тока, одинаков. Максимальное значение температуры T_m достигается на свободной поверхности в плоскости симметрии. Полный перепад температуры делится нанесенными изотермами на равные части. На фиг. 1, *в* показаны в относительных единицах распределения температуры (кривая *1*) и скорости жидкости (линия *2*) на границе раздела.

Максимальное значение скорости конвекции v_m достигается на свободной поверхности в сечении $x=x_m\simeq a$. Возмущение, вносимое нагревом, охватывает не весь слой жидкости, а лишь его часть $x\leqslant 3$. В удаленной от места нагрева области, составляющей 70% длины слоя, скорость конвекции и изменение температуры жидкости пренебрежимо малы. Расход циркулирующей в ней жидкости не превышает 5% от полного. Наличие вертикальной стенки, очевидно, не оказывает влияния на поток. При уменьшении l до значения $l\simeq 3$ показанная на фиг. 1 картина конвекции практически не изменяется. При $l<3$ конвективная ячейка занимает весь объем жидкости и взаимодействие потока с вертикальной стенкой начинает играть заметную роль. Начинают изменяться и характеристики конвекции. Например, если при l=10 имеем T_m=4,94, v_m=0,87, то при l=2 получаются значения T_m=4,24, v_m=0,78.

Таким образом, точный расчет подтверждает сделанный ранее вывод [8] об образовании изолированной термокапиллярной ячейки некоторой конечной длины при сосредоточенном нагреве свободной поверхности жидкости.

С увеличением мощности нагрева в картине изотерм и линий тока появляется ряд характерных особенностей. На фиг. 2 показаны результаты расчетов при $Q=10^5$, l=20. Расход жидкости, циркулирующей между соседними из пяти построенных на фиг. 2, *а* внешних линий тока и в пределах внутренней линии тока, составляет $^1/_{13}$ часть от полного, между остальными – $^2/_{13}$. В таких же пропорциях нанесенные на фиг. 2, *б* изотермы делят полный перепад температуры T_m.

С ростом нагрева происходит увеличение длины и степени асимметрии термокапиллярной ячейки. Центр вихря сдвигается слегка вправо, оставаясь по-прежнему на расстоянии порядка единицы от плоскости симметрии. Течение жидкости в направлении действия поверхностной силы занимает примерно $^1/_3$ толщины, возвратный поток – остальную часть слоя. Однако линия поворота, вдоль которой v_x=0, становится с ростом Q

более наклонной, особенно заметно поднимаясь вверх под местом нагрева. Проявляется характерное опускание изотерм с удалением от источника тепла. В зоне поворота потока недалеко от вертикальной стенки появляется вторичный вихрь с тем же направлением циркуляции жидкости и интенсивностью $\sim 1\%$ от интенсивности основного вихря.

Картина напоминает наблюдавшееся в [5] с ростом перепада температуры между стенками полости возникновение «тонкой структуры» конвекции. Возможно, однако, что причиной появления вторичного вихря является в рассматриваемом случае взаимодействие потока с вертикальной стенкой. Дело в том, что длина $l=20$ при $Q=10^5$ оказывается недостаточной для «отрыва» термокапиллярной ячейки от правой границы и указанное взаимодействие еще имеет место. В пользу этой версии свидетельствует тот факт, что вторичный вихрь появляется и при расчете варианта $Q=10^4$, $l=10$, где вертикальная стенка также оказывает влияние на поток. Длина ячейки при $Q=10^4$ равна примерно 12—13 и вторичный вихрь не образуется при $l=15$.

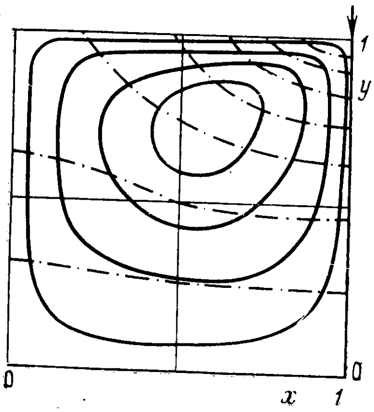
Следует обратить внимание на следующее обстоятельство. При конвекции в полости с нагревом через боковую стенку и линейным спадом температуры вдоль дна изотермы вблизи свободной поверхности с увеличением разности температур смещаются к холодной стенке [7]. К ней же приближается и центр вихря. В рассматриваемом случае асимметрия термокапиллярной ячейки имеет иной характер. Длина ячейки растет за счет вытягивания правых частей линий тока при практически неизменном положении центра вихря. Именно указанная привязка вихря к точке нагрева обусловливает возможность его отрыва от вертикальной стенки и образование уединенной термокапиллярной ячейки.

С ростом мощности источника тепла увеличиваются максимальная температура жидкости T_m и интенсивность конвекции. Ниже показано, как изменяются в зависимости от значения параметра Q величины T_m, v_m и объемного расхода циркулирующей в ячейке жидкости $\Delta\psi$ (для случая $\mathrm{Pr}=1$):

Q	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5
T_m	0,48	4,95	44,16	261,5	1280	6553
v_m	0,09	0,87	6,22	24,03	81,20	277,30
$\Delta\psi$	0,011	0,111	0,815	3,05	9,75	28,94

Увеличение скорости конвекции приводит, естественно, к увеличению конвективного переноса тепла. На фиг. 1, *в*, 2, *в* нанесена линия *3*, которая представляет в относительных единицах распределение плотности потока тепла в дно ванны q_w. При слабой конвекции (фиг. 1) профиль q_w подобен распределению температуры по свободной поверхности с максимумом в центре нагрева. При интенсивной конвекции (фиг. 2) значения q_w в плоскости симметрии и на расстоянии $10\,h$ от нее приблизительно одинаковы, а максимум потока тепла сдвинут примерно на $3\,h$ от области нагрева. Отношение возникающего в жидкости перепада температуры ΔT к разности температур в отсутствие конвекции при одинаковом нагреве легко оценить по формуле $\varkappa\Delta T/hq_0=T_m/Q$. При $Q=1-10$ оно составляет 0,5 и уменьшается до 0,07 при $Q=10^5$. Таким образом, при достаточно сильном нагреве доминирует конвективный теплоперенос.

Рассмотренная задача о термокапиллярной конвекции с недеформируемой свободной поверхностью в условиях взаимодействия потока с вертикальной стенкой подобна известной задаче о движении вязкой жидкости в прямоугольном канале с подвижной верхней крышкой. То обстоятельство, что касательные напряжения на свободной поверхности зависят от ее температуры, которая в свою очередь определяется конвекцией, не оказывает решающего влияния на картину движения [7]. При термокапиллярной конвекции в слое жидкости достаточной длины, когда отсутствует взаимодействие потока с вертикальной стенкой, указанная аналогия становится, вообще говоря, неверной. В задаче с подвижной крышкой градиент давления, необходимый для замыкания линий тока, возникает вследствие торможения потока вблизи боковых стенок. При наличии свободной поверхности и отсутствии преграды



Фиг. 3

на пути потока основным механизмом создания нужного противодавления может стать искривление способной к деформации границы жидкости [3]. При этом появляются поверхностное и (в поле силы тяжести) гидростатическое давления [12]. Поэтому определение поля давлений в задаче со свободной границей в приближении постоянной толщины слоя малоинтересно.

Особенно наглядно структура термокапиллярной ячейки проявляется, если поверхность жидкости нагревается в нескольких местах и, соприкасаясь, вихри начинают взаимодействовать друг с другом. На фиг. 3 сплошные и штриховые линии показывают линии тока и изотермы конвекции, обусловленной симметричным относительно плоскости $x=0$ нагревом двумя идентичными источниками тепла (показана только область $x>0$). Максимумы теплового потока приходятся на сечения $x=\pm 1$ (вертикальная стрелка сверху), $Q=10$. Ячейки, расположенные при $|x|>1$ (не показаны), напоминают ячейку, изображенную на фиг. 1. Циркуляция скорости в зеркальных ячейках имеет, очевидно, противоположное направление. Сравнение упомянутых рисунков демонстрирует изменение картины конвекции при сближении источников тепла на расстояние, равное примерно $^2/_3$ длины невозмущенной ячейки.

Для выяснения влияния теплофизических свойств жидкости на конвекцию были проведены расчеты при $\mathrm{Pr}=10^{-2}$. Удалось получить решение вплоть до значений $Q=10^3$. Качественно структура термокапиллярной ячейки при $\mathrm{Pr}=10^{-2}$ подобна изображенной на фиг. 1, 2. Характеристики конвекции T_m, v_m и другие для обоих значений чисел Прандтля при одинаковых Q не сильно отличаются друг от друга. Однако, поскольку параметр Q зависит от q_0 и $\varkappa$, для сравнения течений разных жидкостей при одинаковой мощности нагрева нужно выбирать решения с различными Q. Пусть жидкости отличаются друг от друга только величиной коэффициента теплопроводности. Тогда отношение соответствующих различным жидкостям параметров Q равно отношению их чисел Прандтля.

Q	$(T_m)_1/(T_m)_{0,01}$	$(v_m)_1/(v_m)_{0,01}$	$(\Delta\psi)_1/(\Delta\psi)_{0,01}$	$(l_*)_1/(l_*)_{0,01}$
1	82	62	68	1,5
10	49	25	22	2,2
10^2	24	8,5	8,2	3,5
10^3	12	4,3	3,6	>5

Для указанного случая в таблице даны отношения некоторых параметров ячеек в жидкости с $\mathrm{Pr}=1$ к соответствующим характеристикам в жидкости с $\mathrm{Pr}=10^{-2}$. Числа, касающиеся длин l_* термокапиллярных ячеек, следует рассматривать как ориентировочные.

Полученные для жидкости с $\mathrm{Pr}=10^{-2}$ решения описывают режим слабой конвекции, когда отвод тепла посредством теплопроводности играет важную роль и длина ячейки почти не меняется. В жидкости развиваются значительно меньшие перепады температур. Различия в значениях скорости и расхода не столь велики, поскольку длина ячейки также оказывается меньше. В то же время с ростом нагрева непрерывно увеличивается влияние конвективного теплоотвода.

Остановимся на вопросе об области применимости решений [8—10], полученных в приближении пограничного слоя. При достаточно сильном нагреве длина термокапиллярной ячейки равна приблизительно длине зоны замедления потока на свободной поверхности и значительно превосходит толщину слоя жидкости. Для упомянутых решений характерны примерно линейный и параболический законы спада скорости и температуры на поверхности соответственно. Подобное изменение указанных величин, как показывает численное моделирование, имеет место в части зоны замедления справа от точки перегиба на соответствующих распределениях при отсутствии взаимодействия потока с вертикальной стенкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Pearson J. R. A.* On convection cells induced by surface tension // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. № 5. P. 489—500.
2. *Бирих Р. В.* О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. № 3. С. 69—72.
3. *Пшеничников А. Ф., Токменина Г. А.* Деформация свободной поверхности жидкости термокапиллярным движением // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 3. С. 150—153.
4. *Кирдяшкин А. Г.* Термокапиллярная и термогравитационная конвекция в горизонтальном слое жидкости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Свердловск: Изд-во УНЦ АН СССР, 1983. С. 126—135.
5. *Бердников В. С., Забродин А. Г., Марков В. А.* Тепловая гравитационно-капиллярная конвекция в прямоугольной полости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Свердловск: Изд-во УНЦ АН СССР. 1983. С. 136—151.
6. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
7. *Бабский В. Г., Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д. и др.* Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976. 504 с.
8. *Саночкин Ю. В.* Термокапиллярная конвекция в тонком слое жидкости, локально нагреваемом сверху // ПМТФ. 1983. № 6. С. 134—137.
9. *Саночкин Ю. В.* Установившееся термокапиллярное движение в горизонтальном слое жидкого металла, локально нагреваемом сверху // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 146—152.
10. *Выборнов С. И., Саночкин Ю. В.* Термокапиллярная ячейка в слое тяжелой жидкости, подогреваемой сверху // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 176—180.
11. *Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др.* Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М.: Мир, 1972. 324 с.
12. *Chia-Shun Yih.* Fluid motion induced by surface-tension variation // Phys. Fluids. 1968. V. 11. № 3. P. 477—484.

Москва

Поступила в редакцию
6.X.1986