

УДК 532.529

**О ВЛИЯНИИ РАЗМЕРА ЧАСТИЦ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ
НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЫ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ**

СЕРГЕЕВ Ю. А.

Исследовано влияние размера частиц (числа Архимеда) на распространение кинематической волны концентрации твердых частиц в псевдоожигенном слое. Определена зависимость характеристической скорости волны от пористости слоя (концентрации твердых частиц) и числа Архимеда (или числа Рейнольдса обтекания отдельных частиц дисперсной фазы). Исследована эволюция нелинейного возмущения пористости слоя и изучен характер формирования скачков концентрации дисперсной фазы в зависимости от размеров частиц (числа Архимеда). Показано, в частности, что в отличие от псевдоожигенного слоя мелких частиц в слое крупных частиц при квадратичном межфазном сопротивлении возможно формирование только скачков уплотнения. Полученные результаты позволяют проанализировать характер формирования неоднородностей (поршней и пузырей) в псевдоожигенном слое в зависимости от крупности твердых частиц.

Распространение нелинейных возмущений в псевдоожигенном слое мелких частиц, т. е. при линейном межфазном взаимодействии, рассматривалось ранее в [1-4]. В частности, уравнение распространения нелинейной кинематической волны в псевдоожигенном слое мелких частиц (при линейном межфазном взаимодействии) получено в [1] и анализировалось в [1, 2]; в [2] исследовано также распространение нелинейных волн в псевдоожигенном слое, состоящем из частиц двух различных размеров.

В [3, 4] исследовано распространение слабых нелинейных волн в псевдоожигенном слое. В частности, в [4] исследовались дисперсионные явления при распространении волн в псевдоожигенном слое. Отметим также исследование [5] слабых нелинейных волн в дисперсных системах.

Рассматривается распространение возмущений в однородном псевдоожигенном слое твердых частиц. Для описания движения дисперсной и дисперсионной фаз используется модель двух идеальных взаимопроникающих взаимодействующих жидкостей (см., например, [6]). Уравнения сохранения импульсов и масс фаз имеют для указанной модели вид

$$\begin{aligned}
 d_1 \varepsilon \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] &= -\varepsilon \nabla p + d_1 \varepsilon \mathbf{g} - \rho F(u, \varepsilon) \mathbf{u} \\
 d_2 \rho \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + (\mathbf{w} \nabla) \mathbf{w} \right] &= -\rho \nabla p + d_2 \rho \mathbf{g} + \rho F(u, \varepsilon) \mathbf{u} \\
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \operatorname{div}(\varepsilon \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\varepsilon + \rho = 1, \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{w}$$

Здесь d_1 и d_2 — плотности жидкой фазы и материала твердых частиц соответственно, ε и ρ — пористость слоя и объемная концентрация твердых частиц соответственно, \mathbf{v} и \mathbf{w} — средние скорости жидкой фазы в промежутках между частицами и средняя скорость твердых частиц соответственно, p — давление жидкой фазы, \mathbf{g} — ускорение силы тяжести, \mathbf{u} — скорость относительного движения фаз, t — время.

Функцию $F(u, \varepsilon)$, определяющую характер межфазного взаимодействия, удобно представить в виде

$$F = \frac{8}{9} \frac{\nu d_1}{D^2} \Phi(u, \varepsilon)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкой фазы, D — диаметр твердых частиц.

Перейдем к безразмерным переменным согласно соотношениям

$$\mathbf{r} = L\mathbf{r}', \quad t = \frac{L}{U}t', \quad \mathbf{v} = U\mathbf{v}', \quad \mathbf{w} = U\mathbf{w}', \quad p = d_1 U^2 \Pi$$

где L — характерный линейный масштаб возмущения, U — скорость газа на входе в слой в расчете на полное сечение слоя.

Рассмотрим далее одномерную задачу о распространении нелинейных волн в слое. В безразмерных переменных уравнения приобретают вид (x — координата вдоль слоя; штрихи далее опущены)

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial x} - G - \frac{R}{\alpha \varepsilon} \rho \Phi(|v-w|, \varepsilon) (v-w) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} &= -\alpha \frac{\partial \Pi}{\partial x} - G + R \Phi(|v-w|, \varepsilon) (v-w) \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon v)}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial x} = 0, \quad \varepsilon + \rho = 1 \\ \alpha &= \frac{d_1}{d_2}, \quad R = \frac{18\nu L d_1}{UD^2 d_2}, \quad G = \frac{Lg}{U^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Предположим, что: 1) ускорения движений фаз существенно меньше ускорения силы тяжести; 2) $\alpha \ll 1$; 3) $R \gg 1$. Последнее предположение справедливо при больших отношениях масштаба возмущения к размеру частиц.

В указанных предположениях аналогично [1, 2, 5] конвективные члены уравнений сохранения импульса (2) могут быть опущены. Тогда из (2) следует уравнение

$$\Phi(|v-w|, \varepsilon) (v-w) = K\varepsilon, \quad K = \frac{gD^2 d_2}{18d_1 U \nu} \quad (3)$$

Уравнение (3) определяет зависимость относительной скорости фаз $u = v - w$ от пористости слоя (концентрации твердых частиц) в виде

$$v - w = P(\varepsilon) \quad (4)$$

Отметим, что из (3) также следует $u = v - w \geq 0$. Вид функций $\Phi(u, \varepsilon)$ и $P(\varepsilon)$ конкретизируем ниже.

Аналогично [1, 2] при заданных скорости жидкой фазы и концентрации твердых частиц на входе в слой из уравнений неразрывности найдем связь между скоростью жидкой фазы и пористостью слоя в виде

$$v = 1 + (1 - \varepsilon)P(\varepsilon) \quad (5)$$

Из (4), (5) и уравнений неразрывности в (2) аналогично [2] следует уравнение распространения нелинейного возмущения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + c(\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} &= 0 \\ c &= 1 + (1 - 2\varepsilon)P + \varepsilon(1 - \varepsilon) \frac{\partial P}{\partial \varepsilon} \end{aligned} \quad (6)$$

В дальнейшем при $t=0$ полагается заданным возмущение пористости $\varepsilon = \varepsilon_0(x)$.

Конкретизируем теперь вид функций Φ и P . В [7] при помощи корреляции экспериментальных данных получена следующая зависимость безразмерной скорости жидкой фазы v от пористости в стационарном состоянии слоя:

$$v = \frac{K\sigma\varepsilon^{\theta-1}}{1+k\sqrt{Ar}\varepsilon^{\theta}}, \quad \sigma = \frac{d_2-d_1}{d_2}, \quad \theta = \frac{19}{4}, \quad k = \frac{1}{3} \cdot 10^{-2} \quad (7)$$

$$Ar = \frac{gD^3(d_2-d_1)}{v^2d_1}$$

Здесь Ar — число Архимеда, определяющее крупность псевдооживленных частиц. Для мелких частиц при линейном по относительной скорости фаз межфазном взаимодействии числа Архимеда лежат в интервале $Ar = 0-10^2$; величины числа Архимеда 10^6-10^8 соответствуют крупным частицам, т. е. квадратичному по относительной скорости фаз межфазному сопротивлению. Число Архимеда связано с числом Рейнольдса обтекания отдельных частиц дисперсной фазы соотношением $Re = 18Ar/(K\sigma)$. Зависимость (7) соответствует функции межфазного взаимодействия $\Phi(u, \varepsilon)$ вида

$$\Phi = \Phi_0 [1 + 0,01\varepsilon Re u + 0,1(0,01\varepsilon^2 Re^2 u^2 + 2\varepsilon Re u)^{1/2}] \quad (8)$$

$$\Phi_0 = \varepsilon^{-11/4}$$

Выражение (7) с высокой точностью описывает соотношение между скоростью жидкой фазы и пористостью во всем диапазоне значения ε и чисел Архимеда (или чисел Рейнольдса).

Поскольку уравнение (3) получено отбрасыванием конвективных членов в уравнениях сохранения импульса в (2), выражение (7) может быть непосредственно использовано для определения зависимости локального значения скорости относительного движения фаз от пористости, т. е. функция $P(\varepsilon)$ в выражении (7) может быть записана в виде

$$P = \frac{K\sigma\varepsilon^{\theta-1}}{1+k\sqrt{Ar}\varepsilon^{\theta}} \quad (9)$$

Это означает, что функция $v-w=P(\varepsilon)$ является решением уравнения (3) при функции межфазного взаимодействия $\Phi(v-w, \varepsilon)$, заданной выражением (8).

Из (6) и (9) для характеристической скорости волны $c(\varepsilon)$ следует выражение

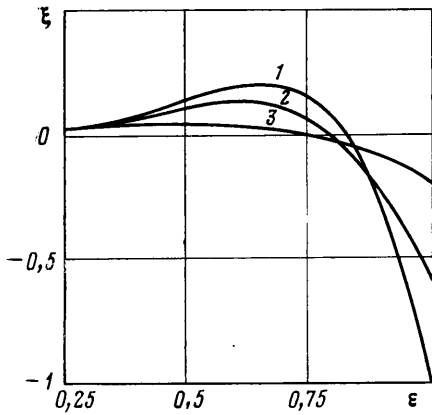
$$c = 1 + K\sigma\xi(\varepsilon) \quad (10)$$

$$\xi = \frac{\varepsilon^{\theta-1}}{(1+k\sqrt{Ar}\varepsilon^{\theta})^2} \left\{ k\sqrt{Ar}\varepsilon \left[\frac{\theta}{2} - \left(1 + \frac{\theta}{2}\right)\varepsilon \right] + \theta - (\theta+1)\varepsilon \right\}$$

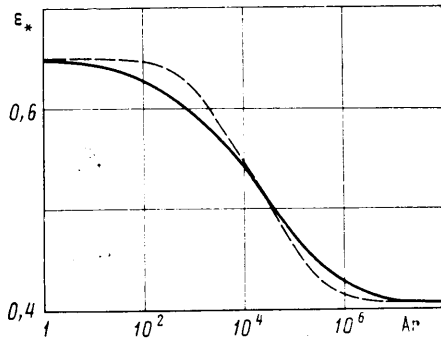
Зависимость $\xi(\varepsilon)$ при числах Архимеда $Ar=0, 5 \cdot 10^2, 2 \cdot 10^4$ представлена на фиг. 1 кривыми 1-3 соответственно. При $Ar=0$ характеристическая скорость $c(\varepsilon)$ совпадает с полученной в [2] для систем мелких частиц.

Для крупных частиц при больших числах Архимеда выражение для характеристической скорости приобретает простой вид

$$\xi = \frac{\varepsilon^{\theta/2-1}}{k\sqrt{Ar}} \left[\frac{\theta}{2} - \left(1 + \frac{\theta}{2}\right)\varepsilon \right]$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Функция $c(\varepsilon)$ имеет максимум при $\varepsilon = \varepsilon_*(Ag)$, где ε_* определяется из уравнения

$$\frac{1}{2} k \sqrt{Ag} \overline{\varepsilon_*}^{\theta/2} (k \sqrt{Ag} \overline{\varepsilon_*}^{\theta/2} + 3) \left[\frac{\theta}{2} - 1 - \left(\frac{\theta}{2} + 1 \right) \varepsilon_* \right] + \theta - 1 - (\theta + 1) \varepsilon_* = 0 \quad (11)$$

Зависимость $\varepsilon_*(Ag)$ приведена сплошной кривой на фиг. 2. При $Ag = 0$ $\varepsilon_* \approx 0,652$, что совпадает со значением, полученным в [2] для систем мелких частиц.

Как и в [2], из вида функции $c(\varepsilon)$ следует, что при $\varepsilon < \varepsilon_*$ образование скачков пористости (концентрации твердых частиц) происходит на участке возмущения, соответствующем убыванию ε вдоль потока, т. е. для волн разрежения, а при $\varepsilon > \varepsilon_*$ — на участке возрастания ε , т. е. для волн сжатия.

При увеличении крупности частиц (возрастания Ag) значение ε_* убывает. Следовательно, увеличение крупности частиц приводит к существенному уменьшению области значений ε , в которой возможно образование скачков разрежения концентрации твердых частиц. Асимптотическое значение ε_* при $Ag \rightarrow \infty$ (в области квадратичного межфазного взаимодействия) имеет вид

$$Ag \rightarrow \infty, \quad \varepsilon_* = \frac{\theta - 2}{\theta + 2} \approx 0,407 \quad (12)$$

Известно (см., например, [8]), что минимальное значение пористости псевдооживленного слоя равно 0,47. Тогда из полученных результатов следует, что в псевдооживленном слое крупных частиц возможно образование только скачков сжатия. Напомним, что полученные результаты справедливы только для кинематических волн, т. е. при большой величине параметра R в (2).

Как правило, для описания межфазного взаимодействия в дисперсных средах используются квадратичные по относительной скорости фаз аппроксимации функции $uF(u, \varepsilon)$. Соответствующая аппроксимация функции $\Phi(u, \varepsilon)$, правильно описывающая силу межфазного взаимодействия при малых и больших числах Рейнольдса, имеет вид

$$\Phi = \Phi_0 (1 + k_1 \varepsilon \text{Re } u), \quad k_1 = 0,02 \quad (13)$$

Из (3), (4), (13) для $P(\varepsilon)$ имеем

$$P = \frac{K\sigma}{Ag_* \varepsilon} \left[-1 + \left(1 + \frac{2 Ag_* \varepsilon^2}{\Phi_0} \right)^{1/2} \right], \quad Ag_* = 36 k_1 Ag \quad (14)$$

Для характеристической скорости волны из (6) и (14) следует

$$\xi = \frac{1}{Ag_* (1 + 2 Ag_* \varepsilon^{\theta})^{1/2}} \{ Ag_* \varepsilon^{\theta - 1} [\theta - (2 + \theta) \varepsilon] - 1 \} \quad (15)$$

Из (15) получим уравнение для ε_* вида

$$Ag_* \varepsilon_*^3 [(\theta+2)\varepsilon_* - \theta + 2] + 2(\theta+1)\varepsilon_* - 2(\theta-1) = 0$$

Зависимость ε_* от числа Архимеда для функции межфазного взаимодействия (13) приведена штриховой линией на фиг. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голо В. Л. Параметр взаимодействия в кипящем слое // Успехи мат. наук. 1975. Т. 30. № 1. С. 233–234.
2. Сергеев Ю. А. Распространение нелинейных волн в бидисперсном псевдооживленном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 49–58.
3. Fanucci J. B., Ness N., Yen R.-H. On the formation of bubbles in gas – particulate fluidized beds // J. Fluid Mech. 1979. V. 94. № 2. P. 355–367.
4. Голо В. Л., Мясников В. П. Дисперсионные явления в кипящем слое // ПММ, 1975. Т. 39. С. 747–751.
5. Kluwick A. Small-amplitude finite-rate waves in suspensions of particles in fluids // Z. angew. Math. und Mech. 1983. В. 63. № 3. S. 161–171.
6. Бородуля В. А., Гупало Ю. П. Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника, 1976. 207 с.
7. Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения // Изв. вузов. Нефть и газ. 1958. № 1. С. 125–131.
8. Ханпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.

Москва

Поступила в редакцию
30.VI.1986