

Итак, рассмотренным методом было установлено, что исследуемый ансамбль частиц в струе является двухскоростным и двунаправленным: часть частиц движется в горизонтальном направлении со средней скоростью  $4,9 \pm 0,4$  м/с, другие — под углом  $45^\circ$  от оси струи со скоростью  $0,56 \pm 0,05$  м/с.

В заключение отметим, что введение этапа фотографической регистрации восстановленного с голограммы изображения хотя и удлиняет процесс обработки, но позволяет получать более точно пространственную структуру поля скоростей. Проведение на ЭВМ спектрального анализа кривых фотометрирования дает возможность автоматизировать процесс измерения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ертанова О. Н., Лепешинский И. А., Решетников В. А. Голографический анализ дисперсной фазы двухфазного потока // Теплофизика высоких температур. 1979. Т. 17. № 4. С. 819—821.
2. Вакрунов А. О., Ертанова О. Н., Лепешинский И. А. и др. Голографический метод определения поля скоростей дисперсной фазы двухфазного потока // Изв. АН СССР. МЖГ, 1980. № 1. С. 182—184.
3. Бажанов В. И., Зуев Ю. В., Лепешинский И. А. Зондовый метод измерения параметров фаз двухфазного двухкомпонентного потока // Газотермодинамика многофазных потоков в энергоустановках. Харьков: Харьков авиац. ин-т. 1978. Вып. 1. С. 123—128.

Москва

Поступила в редакцию  
25.IV.1986

УДК 533.6.011

### СИЛЬНОЕ ИСПАРЕНИЕ ГАЗА С ТРЕХМЕРНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

АБРАМОВ А. А., ТЕЛЕГИН П. Н.

При помощи уравнения Больцмана методом прямого статистического моделирования решается задача о сильном испарении вещества с трехмерной периодической поверхности, имеющей неоднородности характерного размера порядка длины свободного пробега молекулы. Получены граничные условия скольжения для уравнений гидродинамики Эйлера, описывающих течение вне кнудсеновского слоя в зависимости от определяющих параметров. Решение задачи проводилось на двухпроцессорной ЭВМ в режиме параллельной обработки. Обсуждаются некоторые аспекты распараллеливания задач кинетической теории газов, решаемых методом прямого статистического моделирования на многопроцессорных ЭВМ.

В режиме сильного испарения (конденсации) газа, когда нормальная составляющая среднemasсовой скорости газа в кнудсеновском слое имеет порядок тепловой скорости молекулы  $C_T = (2kT/m)^{1/2}$ , функция распределения молекул по скоростям вблизи поверхности отличается от локально-равновесной (максвелловской) на свою величину. С целью получения граничных условий скольжения для уравнений газодинамики Эйлера необходимо в кнудсеновском слое решить нелинейное уравнение Больцмана. Обзор работ, в которых рассматривалась задача получения граничных условий в случае плоской поверхности, приведен в [1]. Влияние шероховатости поверхности рассматривалось для случая испаряющейся двумерной периодической поверхности с величиной шероховатостей порядка длины свободного пробега молекул [2]. Важным остается вопрос о влиянии трехмерных шероховатостей. В этом случае течение в кнудсеновском слое трехмерное, что приводит к усложнению решения уравнения Больцмана.

1. Рассмотрим трехмерную испаряющуюся поверхность (фиг. 1), представляющую собой бесконечную плоскость с периодически расположенными одинаковыми углублениями (порами), имеющими форму прямоугольного параллелепипеда. Характерные размеры пор и пространственных периодов имеют величину порядка длины свободного пробега молекулы  $l_w = (\sqrt{2}n_{ev}\sigma)^{-1}$ . Предположим, что функции распределения для испаренных и отраженных молекул имеют вид

$$f_{ev} = a_w n_{ev} F_w, \quad f_r = n_r F_w, \quad F_w = (h_w/\pi)^{3/2} \exp(-h_w \xi^2)$$

где  $n_{ev}$  — плотность насыщенного пара материала поверхности при температуре поверхности  $T_w$ ,  $a_w$  — коэффициент прилипания молекул к поверхности,  $\xi$  — скорость молекулы,  $h_w = m/2kT_w$ ,  $m$  — масса молекулы,  $k$  — постоянная Больцмана,  $n_r$  — плотность отраженных поверхностью молекул.

С учетом периодичности течения и симметричной формы пор необходимо в пространстве, ограниченном поверхностями  $S_{ev}$ ,  $S_0$ ,  $S_\infty$  (фиг. 2), решить стационарное уравнение Больцмана (1.1) с граничными условиями (1.2)–(1.4)

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} + \xi_z \frac{\partial f}{\partial z} = J(f, f) \quad (1.1)$$

$$f(\mathbf{r}, \xi) = f_{ev} + f_r, \quad \mathbf{r} = (x, y, z) \in S_{ev}, \quad \xi \mathbf{n}_S > 0 \quad (1.2)$$

$$f(\mathbf{r}, \xi_n, \xi_\tau) = f(\mathbf{r}, -\xi_n, \xi_\tau), \quad \mathbf{r} \in S_0 \quad (1.3)$$

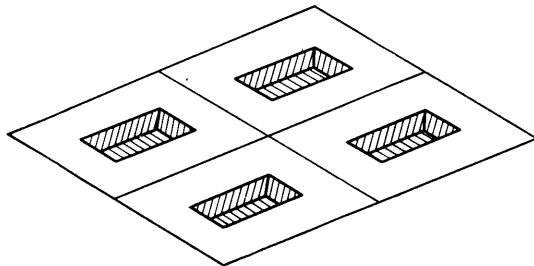
$$\begin{aligned} \xi_n &= \xi \mathbf{n}_S, & \xi_\tau &= \xi - \mathbf{n}_S \xi_n \\ f(\mathbf{r}, \xi) &= n_\infty \left( \frac{h_\infty}{\pi} \right)^{3/2} \exp\{-h_\infty (\xi - \mathbf{u}_\infty)^2\} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$h_\infty = \frac{m}{2kT_\infty}; \quad \mathbf{r} \in S_\infty, \quad \frac{x_{A1}}{l_w} \rightarrow \infty$$

$$S_0 = (ADKLB_1A_1, ABRPD_1A_1, PHC_1D_1, LHC_1B_1), \quad S_\infty = (A_1, B_1, C_1, D_1)$$

$$S_0 = (ADKLB_1A_1, ABRPD_1A_1, PHC_1D_1, LHC_1B_1), \quad S_\infty = (A_1, B_1, C_1, D_1).$$

Здесь  $J(f, f)$  – интеграл столкновений [3],  $\mathbf{n}_S$  – единичный вектор, направленный внутрь области течения, символом  $\infty$  обозначены макропараметры на внешней границе слоя Кнудсена. Предполагается, что молекулы являются твердыми сферами  $\sigma = \text{const}$ .



Фиг. 1

В граничное условие (1.4) входят пять макровеличин:  $n_\infty$ ,  $T_\infty$  и три компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}_\infty$ . При решении задачи необходимо задать одну из трех величин  $n_\infty$ ,  $T_\infty$ ,  $\mathbf{u}_\infty$  и равенство нулю касательной компоненты скорости  $\mathbf{u}_{\tau\infty} = 0$  [2]. Заметим, что в случае пор, расположенных под углом к оси  $x$  вдоль поверхности,  $\mathbf{u}_{\tau\infty} \neq 0$ . При этом  $\mathbf{u}_{\tau\infty}$  будет определяться одним из указанных параметров и геометрией пор.

2. Поставленная задача (1.1)–(1.4) решалась численно методом прямого статистического моделирования. Область течения, ограниченная поверхностями  $S_{ev}$ ,  $S_0$ ,  $S_\infty$ , разбивалась на ячейки с размерами, меньшими длины свободного пробега молекул, и заполнялась моделирующими течение молекулами.

Процесс моделирования осуществлялся в два этапа. На первом этапе молекулы свободно перемещаются в пространстве в течение промежутка времени  $\Delta t < \tau$ ,  $\tau$  – среднее время между столкновениями. На втором этапе осуществляется процесс столкновений молекул в ячейках – моделирование статистики и частоты столкновений [4]. Для этого [5] перебираются все возможные пары молекул в данной ячейке и разыгрывается процесс столкновения данной пары молекул  $(i, j)$  за время  $\Delta t$  с вероятностью  $P_{ij} = g_{ij} \sigma \Delta t / V_H$ , где  $V_H$  – объем ячейки,  $g_{ij} = |\xi_i - \xi_j|$ . В случае успеха испытания молекулы сталкиваются и их скорости после столкновения находятся по формулам

$$\xi_i' = 0,5(\xi_i + \xi_j + g_{ij}\mathbf{e}), \quad \xi_j' = 0,5(\xi_i + \xi_j - g_{ij}\mathbf{e})$$

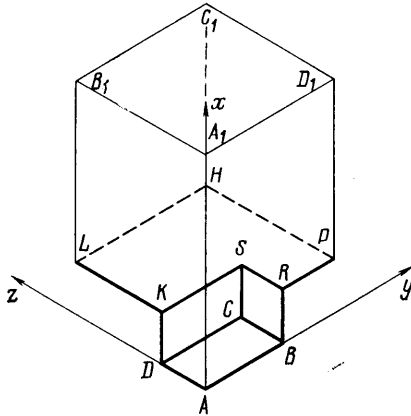
где  $\mathbf{e}$  – вектор, равномерно распределенный по поверхности единичной сферы. Макропараметры в ячейках определялись путем вычисления средних по времени вдоль траекторий молекул, пересекающих рассматриваемую ячейку [6].

При решении использовался прием обратной задачи. Считалось, что все параметры на внешней границе слоя Кнудсена  $n_\infty$ ,  $\mathbf{u}_{x\infty}$ ,  $T_\infty$  заданы, а величины  $n_{ev}$ ,  $T_w$  подбирались из законов сохранения в процессе решения таким образом, чтобы на внешней границе кнудсеновского слоя реализовывались указанные величины. Такой подход позволяет в процессе вычислений осуществлять вброс молекул с внешней границы кнудсеновского слоя в рассматриваемую область течения с фиксированной функцией распределения. Это соответствует отсутствию возмущений, прихо-

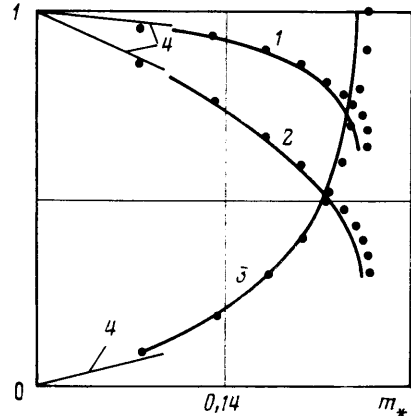
дящих из эйлеровой области течения, в которой они, как известно, не затухают. Возмущения поэтому идут со стенки, где отклонение от равновесия максимально и время установления порядка  $\tau$ .

Поскольку рассматриваемая задача трехмерная и требует больших машинных ресурсов (оперативная память и быстродействие), для ускорения решения рассматривалась возможность ее распараллеливания на два процесса. По-видимому, для задач, решаемых методом прямого статистического моделирования, наиболее эффективным подходом к распараллеливанию программ является разбиение массивов данных.

Область течения разбивается на две несимметричные области. В этом случае первый процесс имеет более сложную структуру и включает обработку верхней и нижней границ. Расчет проводится раздельно в двух областях. Информация о молекулах, перемещающихся из одной области в другую, передается между парал-



Фиг. 2



Фиг. 3

льными процессами с помощью почтовых ящиков вместе с управляющей информацией. Расчет задачи осуществляется на двухпроцессорной ЭВМ.

В наиболее выгодном режиме параллельного счета коэффициент ускорения, равный отношению времени счета последовательной и параллельной программ, равнялся 1,93. При этом издержки синхронизации составили 6%.

3. Наибольший интерес представляют параметры течения газа на внешней границе слоя Кнудсена в зависимости от величины безразмерного расхода испаряемого материала  $m_* = n_{\infty} u_{x\infty} / n_{ev} C_{T_w}$  и их сравнение со случаем испарения плоской поверхности. На фиг. 3 дано сравнение результатов расчета (1 —  $T_{\infty} / T_w$ , 2 —  $n_{\infty} / n_{ev}$ , 3 —  $M_{\infty}$ ). Сплошная кривая соответствует плоской поверхности [1], точки — поставленной выше задаче для случая  $h_x = l_w$ ,  $h_y = h_z = 0,6l_w$ ,  $H_y = H_z = l_w$ , где  $h_x$  — глубина поры,  $2h_y$  и  $2h_z$  — ее размеры по осям  $y$  и  $z$  соответственно,  $H_y$ ,  $H_z$  — пространственные полупериоды по соответствующим осям. Расчеты проведены при  $a_w = 1$ .

Сравнение результатов расчетов указанных величин с аналогичными величинами при испарении двумерной периодической поверхности дает очень близкое совпадение и поэтому на фиг. 3 не приводится. Вычисления показали, что при увеличении глубины отверстия пор при фиксированных  $h_y$ ,  $h_z$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  изменений в параметрах на внешней границе слоя Кнудсена практически не происходит. Предельное ( $M_{\infty} = 1$ ) значение величины безразмерного расхода  $m_*$  в приведенном примере 0,246, в плоском случае — 0,238. Кривые 4 — результаты расчета задачи о слабом испарении плоской поверхности, полученные в рамках модели БГК [7].

Ниже представлены результаты расчета безразмерных величин  $n_{\infty} / n_{ev}$ ,  $m_*$  в зависимости от  $a_w$  при  $M_{\infty} = 0,6$  и указанных выше  $h_x$ ,  $h_y$ ,  $h_z$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ :

$a_w$	1,0	0,5	0,3	0,1
$n_{\infty} / n_{ev}$	0,466	0,311	0,224	0,102
$m_*$	0,227	0,151	0,108	0,049
$(n_{\infty} / n_{ev})_p$	0,466	0,308	0,212	0,083
$m_{*p}$	0,227	0,149	0,103	0,040

Различие между испарением плоской и трехмерной поверхностей (сравниваемых при одном и том же числе Маха  $M_{\infty}$ ) становится заметным при малых значениях коэффициента прилипания  $a_w$ . При заданном  $M_{\infty}$  в случае сильного испаре-

ния в диапазоне  $0,3 \leq a_w < 1$  можно пользоваться приближенными формулами пере-  
счета

$$m_{*p}(a_w) = m_*(1) \gamma^{-1}, \quad T_\infty(a_w) = T_\infty(1)$$

$$n_{\infty p}(a_w) = n_\infty(1)$$

$$\gamma = 1 + 2\sqrt{\pi}(1/a_w - 1)(1-F)m_*(1)$$

$$F = h_y h_z / H_y H_z$$

Здесь  $F$  — относительная площадь отверстий пор. При малых значениях  $a_w$  те-  
чение в кнудсеновском слое носит ярко выраженный трехмерный характер (газ  
при выходе из пор испытывает сильное расширение) и приведенные формулы пере-  
счета несправедливы.

Влияние размеров и формы ячеек  $h_y, h_z$  при фиксированном  $M_\infty$  сказывается  
главным образом на величине безразмерного расхода  $m_*$  и приведено ниже для  
 $M_\infty = 0,6$ ;  $a_w = 1$ ;  $h_x = l_w$ ;  $H_y = H_z = l_w$ :

$h_z/l_w$	0,4	0,6	0,8	1,0
$h_y/l_w$	0,4	0,6	0,8	1,0
$m_*$	0,225	0,227	0,230	0,233
$h_y/l_w$	0,4	0,4	0,4	0,4
$m_*$	0,225	0,226	0,227	0,228

Таким образом, сравнение результатов исследования сильного испарения по-  
верхностей показывает, что шероховатости начинают играть роль при малых зна-  
чениях коэффициента прилипания  $a_w$ . При значениях  $a_w \geq 0,3$  для практических це-  
лей могут использоваться результаты, полученные для испарения плоской поверх-  
ности.

В заключение авторы выражают благодарность М. П. Коношенко за оказанную  
помощь в работе по распараллеливанию программы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов А. А.* Решение задачи о сильном испарении одноатомного газа методом Монте-Карло // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 1. С. 185—188.
2. *Абрамов А. А.* Сильное испарение газа с двумерной периодической поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 2. С. 132—139.
3. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
4. *Берд Г.* Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 319 с.
5. *Белоцерковский О. М., Яницкий В. Е.* Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа. I. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1975. Т. 15. № 5. С. 1195—1208.
6. *Абрамов А. А.* О вычислении макропараметров в методе прямого статистического моделирования Монте-Карло // Докл. АН СССР. 1983. Т. 271. № 2. С. 315—318.
7. *Макашев Н. К.* Испарение, конденсация и гетерогенные химические реакции при малых значениях числа Кнудсена // Уч. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 3. С. 49—62.

Москва

Поступила в редакцию  
31.III.1986

УДК 532.612

### О ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОВЕРХНОСТНОЙ СИЛЫ

СЯНОЧКИН Ю. В.

Представляет интерес рассмотреть стационарное движение несжимаемой жид-  
кости, вызываемое приложенной к ее плоской поверхности тангенциальной силой,  
направленной в противоположные стороны от линии (точки) растекания. Оно напо-  
минает течение вблизи критической точки. В случае свободной поверхности жидко-  
сти речь идет о капиллярной силе. Если жидкость граничит с телом и выполня-  
ются условия прилипания, то имеется в виду увлечение жидкости при растяжении  
(как, например, в некоторых задачах биомеханики или технологии) поверхности  
тела в своей плоскости относительно системы закрепленных точек.

Рассмотрим вначале плоский случай и введем декартову систему координат,  
совместив с поверхностью жидкости плоскость  $y=0$ , на которой в сечении  $x=0$  на-  
ходится линия растекания. Жидкость заполняет полупространство  $y>0$ . В зависимо-  
сти от физических условий при  $y=0$  могут задаваться касательное напряжение  
или тангенциальная компонента скорости потока  $u$ . Будем предполагать, что ука-  
занные величины суть нечетные функции  $x$ . В их разложениях вблизи линии рас-