

УДК 533.695.5

**АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ПЛОСКИХ
РЕШЕТОК ТОНКИХ СЛАБОНАГРУЖЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ
ПРИ ИХ ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ В ДОЗВУКОВОМ
ПОТОКЕ ГАЗА**

БУТЕНКО К. К., ОСИПОВ А. А.

В рамках линейной теории малых возмущений решена задача о дозвуковом обтекании идеальным газом двух взаимно движущихся плоских решеток тонких слабонагруженных профилей. С помощью метода интегральных уравнений [1] задача сведена к бесконечной системе сингулярных интегральных уравнений для гармонических компонент колебаний в распределении неизвестной аэродинамической нагрузки на профилях решеток. Регуляризованная система интегральных уравнений для конечного числа учитываемых гармоник решается численно методом коллокаций.

К настоящему времени опубликован ряд работ, в которых задача взаимодействия решеток решалась в рамках модели несжимаемой жидкости. В случае решеток с равными шагами задача решалась методом конформных отображений [2] и методом интегральных уравнений [3]. В [3], кроме того, получена система интегральных уравнений для случая с произвольными шагами. Приближенное решение задачи в этом случае получено в [4] с использованием разложения скорости жидкости на профиле в ряд по степеням малого параметра, характеризующего расстояние между решетками. Расчеты по методу [4] проведены в [5] для случая решеток тонких профилей. Необходимо отметить, что перечисленные работы ограничиваются квазистационарным приближением, позволяющим пренебречь вихревыми следами за профилями. Решение нелинейной задачи с учетом вихревых следов представлено в [6], где проведено численное решение соответствующего нестационарного интегрального уравнения. Еще один подход [7] предусматривает использование метода последовательных приближений, который в принципе позволяет свести решение задачи к последовательности расчетов обтекания изолированной решетки с заданной неравномерностью внешнего потока, связанной с воздействием второй решетки. Задача, которая должна решаться на каждом шаге такого итерационного процесса, рассмотрена в [8].

Решение задачи о взаимодействии решеток при обтекании их сжимаемым газом к настоящему времени получено лишь прямым численным интегрированием уравнений газовой динамики [9, 10]. Такой подход сопряжен с большими затратами расчетного времени и памяти ЭВМ и вряд ли пригоден для исследования особенностей рассматриваемого явления и получения его количественных характеристик на существующих в настоящее время ЭВМ. В этом отношении предложенное в настоящей работе полуаналитическое решение обладает по сравнению с численным решением значительным преимуществом.

1. Рассмотрим обтекание однородным потоком идеального газа двух взаимно движущихся плоских решеток, профили которых представляют собой отрезки прямых линий, направленных вдоль линий тока невозмущенного течения в системе координат, где эти профили неподвижны. Схема такого течения показана на фиг. 1 в системе координат, связанной с решеткой, расположенной выше по потоку относительно другой решетки. Параметрам первой (второй) решетки будем приписывать нижний индекс 1 (2). Обозначим через V скорость набегающего потока, а через W — скорость перемещения второй решетки относительно первой. В случае, изображенном на фиг. 1, значение W отрицательное.

Пусть профили одной из решеток или обеих сразу слегка деформированы так, что деформация всех профилей каждой решетки одинакова и

фиксирована. В качестве такой деформации в данной работе будем рассматривать стационарное отклонение профилей от нулевого угла атаки и их искривление. Обтекание решеток деформированных профилей не может оставаться стационарным, так как возмущения, стационарные в системе координат, связанной с одной из решеток, становятся нестационарными в системе координат, связанной с другой решеткой. На установившемся режиме, не зависящем от начального состояния системы, соответствующего моменту ее запуска, рассматриваемое течение представляет собой периодические по времени колебания с периодом $T_1 = h_2/W$ в системе координат, связанной с первой решеткой, и $T_2 = h_1/W$ — со второй. Здесь h_1 и h_2 — шаги соответственно первой и второй решеток. Обозначим через H наименьший общий период решеток вдоль координаты y . Тогда $H = N_1 h_1 = N_2 h_2$, где N_1 и N_2 — числа лопаток первой и второй решеток, соответствующие их общему периоду.

Рассмотрим какой-либо параметр течения, например давление p_v ($v = 1, 2$), в системе координат, связанной с v -й решеткой. Кинематика данного нестационарного процесса такова, что имеет место обобщенная пространственно-временная периодичность параметров течения, выражаемая равенствами

$$p_v(x_v, y_v, t) = p_v(x_v, y_v + h_v, t \pm h_v/W) \quad (1.1)$$

Знак плюс (минус) соответствует случаю $v=1$ ($v=2$).

При фиксированном x_v функция $p_v(y_v, t)$ периодична по y_v с периодом H и по t с периодом T_v . Такую функцию можно разложить в двойной ряд Фурье вида

$$p_v = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} p_{vjn} \exp[i(\beta_n y_v - \omega_{vj} t)] \quad (1.2)$$

$$\beta_n = \frac{2\pi n}{H}, \quad \omega_{1j} = 2\pi j \frac{W}{h_2}, \quad \omega_{2j} = 2\pi j \frac{W}{h_1}$$

Так как p_v — действительная величина, $p_{vjn} = p_{v,-j,-n}^*$, где звездочка означает комплексно-сопряженную величину.

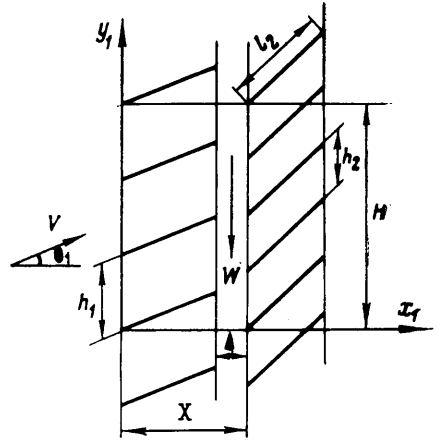
Условия (1.1) приводят тогда к следующим условиям обобщенной периодичности для гармонических компонент p_{vj} и получающимся из них выражениям для β_n :

$$p_{vj}(y_v + h_v) = p_{vj}(y_v) e^{i\sigma_{vj}}$$

$$\sigma_{1j} = 2\pi j \frac{N_2}{N_1}, \quad \sigma_{2j} = -2\pi j \frac{N_1}{N_2} \quad (1.3)$$

$$\beta_n = \beta_{vjk} = \frac{2\pi k + \sigma_{vj}}{h_v}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Отсюда следует, что параметр n в (1.2) может принимать лишь значения $n = kN_{1,2} \pm jN_{2,1}$, где верхний (нижний) знак и первый (второй) индекс соответствуют первой (второй) решетке. Окончательно для $p_{1,2}$ по-



Фиг. 1

лучим формулу

$$p_{1,2} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_{1,2jn} \exp \left\{ i \frac{2\pi}{h_{1,2}} \left[\left(n \pm j \frac{N_{2,1}}{N_{1,2}} \right) y_{1,2} - j \frac{N_{2,1}}{N_{1,2}} Wt \right] \right\} \quad (1.4)$$

При переходе из системы координат (x_1, y_1) , связанной с первой решеткой, в систему координат (x_2, y_2) , связанную со второй решеткой, имеем $y_1 = y_2 + Wt$. Поэтому, как видно из (1.4), n -я y -я компонента поля p_1 независимо от номера ее временной гармоники переходит в $-n$ -ю временную гармонику поля p_2 , а n -я y -я компонента поля p_2 — в n -ю гармонику поля p_1 .

2. Ограничимся далее линейным анализом малых возмущений параметров течения. Тогда искомое решение линеаризованной задачи для возмущений давления можно представить как суперпозицию гармонических компонент вида (1.4), амплитуда p_{vj}' каждой из которых удовлетворяет уравнению

$$L_{vj}(p_{vj}') \equiv \{ \Delta - [(M_v \nabla) - i M_v \omega_{vj}]^2 \} p_{vj}' = 0 \quad (2.1)$$

Здесь и далее все параметры с размерностью длины отнесены к длине l_1 профиля первой решетки, скорости — к скорости невозмущенного потока V_v относительно v -й решетки, времени — к l_1/V_v . В уравнении (2.1) M_v — число Маха потока относительно v -й решетки, M_{vx} и M_{vy} — числа Маха, посчитанные соответственно по x -й и y -й компонентам скорости. Решение уравнения (2.1) запишем, опуская для простоты индекс v , в виде

$$p_j' = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_{jn} \exp [i (\alpha_{jn} x + \beta_{jn} y)] \quad (2.2)$$

$$\alpha_{jn}^{\pm} \equiv \lambda_{jn} \frac{M_x \mp \mu_{jn}}{1 - M_x^2}, \quad \mu_{jn}^2 > 0$$

$$\alpha_{jn}^{\pm} \equiv \frac{\lambda_{jn} M_x \pm i |\lambda_{jn}| |\mu_{jn}|}{1 - M_x^2}, \quad \mu_{jn}^2 < 0$$

$$\beta_{1jn} \equiv \frac{2\pi}{h_1} \left(n + j \frac{N_2}{N_1} \right), \quad \beta_{2jn} \equiv \frac{2\pi}{h_2} \left(n - j \frac{N_1}{N_2} \right)$$

$$\lambda_{jn} \equiv M (\beta_{jn} \sin \theta - \omega_j), \quad \mu_{jn} \equiv \sqrt{1 - \beta_{jn}^2 (1 - M_x^2) / \lambda_{jn}^2}$$

Верхний (нижний) знак в (2.2) соответствует волне, распространяющейся или затухающей в положительном (отрицательном) направлении оси x , а θ — угол между вектором скорости потока газа и осью x в соответствующей системе координат.

Решение (2.2) описывает акустические возмущения давления, а из линеаризованного уравнения движения легко получить соответствующие им амплитуды акустических возмущений x - и y -компонент скорости газа

$$u_{jn} = - \frac{\alpha_{jn} M p_{jn}}{\lambda_{jn} + \alpha_{jn} M_x}, \quad v_{jn} = - \frac{\beta_{jn} M p_{jn}}{\lambda_{jn} + \alpha_{jn} M_x} \quad (2.3)$$

Здесь и далее везде давление отнесено к ρV_v^2 , где ρ — плотность невозмущенного потока газа.

Помимо акустических возмущений (2.2), (2.3) линеаризованные уравнения газовой динамики допускают вихревые решения вида

$$\begin{aligned} p_j' &= 0, & u_j' &= u_{jn}^{\circ} \exp [i (\alpha_{jn}^{\circ} x + \beta_{jn} y)] \\ v_j &= v_{jn}^{\circ} \exp [i (\alpha_{jn}^{\circ} x + \beta_{jn} y)] \\ \alpha_{jn}^{\circ} &\equiv -\lambda_{jn} / M_x, & u_{jn}^{\circ} &= \beta_{jn} M_x v_{jn}^{\circ} / \lambda_{jn} \end{aligned} \quad (2.4)$$

3. Для решения задачи о взаимодействии решеток воздействие каждой из них на поток будем описывать с помощью дипольных особенностей, распределенных по отрезкам прямых линий, соответствующих невозмущенным профилям решеток. Следуя подходу [1], запишем сначала решение для решетки диполей, расположенных на линии $x=0$ с шагом h , интенсивность которых колеблется с частотой ω_j и амплитудой Γ_j и удовлетворяет условию обобщенной периодичности. Поле возмущений от такой решетки диполей представляется в виде суммы элементарных компонент (2.2)–(2.4), амплитуды которых определяются формулами [1]

$$p_{jn}^{\pm} = \frac{\alpha_{jn}^{\pm} \sin \theta - \beta_{jn} \cos \theta}{(1-M_x^2)(\alpha_{jn}^+ - \alpha_{jn}^-)} \frac{\Gamma_j}{h}$$

$$v_{jn}^{0+} = \frac{\omega_j \lambda_{jn} M}{\lambda_{jn}^2 + M_x^2 \beta_{jn}^2} \frac{\Gamma_j}{h} \quad v_{jn}^{0-} = 0$$
(3.1)

Верхний индекс плюс (минус) в (3.1) соответствует области $x > 0$ ($x < 0$). В области перед решетками режим дозвукового течения, осредненного по периоду колебаний, естественно считать заданным. Поэтому при $n=0$ и $j=0$ в дополнение к (3.1) получим

$$p_{00}^- = u_{00}^- = v_{00}^- = 0, \quad p_{00}^+ = \frac{\sin \theta}{1-M_x^2} \frac{\Gamma_0}{h}$$

$$u_{00}^+ = -\frac{M_x M_y}{1-M_x^2} \frac{\Gamma_0}{h}, \quad v_{00}^+ = -\frac{\Gamma_0}{h}$$
(3.2)

Воздействие каждого элементарного участка пластины на поток можно представить как воздействие нестационарного диполя, интенсивности различных гармонических компонент которого колеблются с частотами ω_j и неизвестными амплитудами Γ_j , где $j=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Тогда нормальная к невозмущенной линии тока газа компонента w' скорости, индуцируемой всеми j -ми гармоническими составляющими решетки диполей, согласно (2.2)–(2.3) определяется выражением

$$w'^{\pm} = \frac{1}{h} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Gamma_j e^{-i\omega_j t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{M}{(1-M_x^2)} \times \right.$$

$$\times \frac{(\alpha_{jn}^{\pm} \sin \theta - \beta_{jn} \cos \theta)^2}{(\alpha_{jn}^+ - \alpha_{jn}^-)(\lambda_{jn} + \alpha_{jn}^{\pm} M_x)} \exp[i(\alpha_{jn}^{\pm} x + \beta_{jn} y)] -$$

$$\left. - H(x) \frac{\omega_j^2 M^2 \cos \theta}{\lambda_{jn}^2 + M_x^2 \beta_{jn}^2} \exp[i(\alpha_{jn}^0 x + \beta_{jn} y)] \right\}$$
(3.3)

Здесь верхний (нижний) знак соответствует параметрам за (перед) решеткой, а функция $H(x)$ равна нулю перед решеткой и единице за ней. Второе слагаемое в фигурных скобках описывает вихревые следы за диполями и после суммирования по n дает потенциальное возмущение скорости, распространяющееся вместе с частицами газа и имеющее разрыв касательной компоненты на линиях тока, выходящих из диполей [11].

Рассмотрим поле возмущений от решетки диполей, соответствующей первой решетке профилей, в системе координат, связанной со второй решеткой профилей. Локальная система координат (x, y) , в которой записано выражение (3.3), выбрана так, что диполь с номером $m=0$ расположен в точке $(0, 0)$. Выберем теперь систему координат (x_v, y_v) , связанную с носиком профиля $m=0$ v -й решетки. Тогда $x = x_v - x_{v0}$, $y = y_v - y_{v0}$, где $v=1, 2, x_{v0}, y_{v0}$ – координаты диполя с номером $m=0$. Кроме того, имеют место соотношения $x_2 = x_1 - X$, $y_2 = y_1 - Wt$, где X – расстояние между фронтами решеток.

Введем систему координат (ξ_v, η_v) , начало которой совпадает с началом системы координат (x_v, y_v) , а оси направлены соответственно вдоль невозмущенной линии тока газа и по нормали к ней. Обозначим через w_v'' компоненту скорости, индуцированной v -й решеткой на поверхности другой решетки, нормальную к поверхности невозмущенных профилей этой решетки в системе координат, связанной с последней. Тогда для w_1'' можно получить выражение

$$w_1'' = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{2\pi n W t/h_1} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \{w_{1jn}'' \exp[i(\alpha_{1jn}^+ X + A_{1jn} \xi_2 - B_{1jn} \xi_{10})] + w_{1jn}^{\circ} \exp[i(\alpha_{1jn}^{\circ} X + A_{1jn}^{\circ} \xi_2 - B_{1jn}^{\circ} \xi_{10})]\} \quad (3.4)$$

$$w_{1jn}'' = \frac{M_1}{1 - M_{1x}^2} \frac{(\alpha_{1jn}^+ \sin \theta_1 - \beta_{1jn} \cos \theta_1) (\alpha_{1jn}^+ \sin \theta_2 - \beta_{1jn} \cos \theta_2)}{(\lambda_{1jn} + \alpha_{1jn}^+ M_{1x}) (\alpha_{1jn}^+ - \alpha_{1jn}^-)} \frac{\Gamma_{1j}}{h_1}$$

$$w_{1jn}^{\circ} = \frac{\omega_{1j} M_1}{\lambda_{1jn}^2 + M_{1x}^2 \beta_{1jn}^2} (\lambda_{1jn} \cos \theta_2 - \beta_{1jn} M_{1x} \sin \theta_2) \frac{\Gamma_{1j}}{h_1}$$

$$A_{1jn} = \alpha_{1jn}^+ \cos \theta_2 + \beta_{1jn} \sin \theta_2, \quad B_{1jn} = \alpha_{1jn}^+ \cos \theta_1 + \beta_{1jn} \sin \theta_1$$

$$A_{1jn}^{\circ} = \alpha_{1jn}^{\circ} \cos \theta_2 + \beta_{1jn} \sin \theta_2, \quad B_{1jn}^{\circ} = \alpha_{1jn}^{\circ} \cos \theta_1 + \beta_{1jn} \sin \theta_1$$

Выражение для w_2'' получается из равенства (3.4), если в нем первый индекс 1 заменить на 2, а 2 — на 1, верхний индекс плюс заменить на минус везде, кроме разности $\alpha_{1jn}^+ - \alpha_{1jn}^-$ в w_{2jn}' , W заменить на $-W$ и положить $w_{2jn}'' = 0$.

Чтобы получить формулу для возмущений, создаваемых решеткой профилей, просуммируем вклад (3.3) и (3.4) от всех диполей, распределенных по профилю. Интегральные уравнения для определения неизвестных распределений интенсивности диполей $\Gamma_{vj}(\xi_v)$ получаются из условия непротекания на поверхности профилей.

Пусть стационарная деформация профилей описывается заданной функцией $\eta_v = Y_v(\xi_v)$, характеризующей смещение их поверхности по нормали к невозмущенному положению. Тогда величина нормальной к возмущенной поверхности профиля компоненты скорости невозмущенного потока газа, вычисленная в точках невозмущенного профиля в линейном приближении, равна $dY_v/d\xi_v$. Приравнявая ее к величине индуцированной на профилях каждой из решеток скорости, определяемой формулами (3.3) и (3.4), получим бесконечную систему интегральных уравнений, соответствующих каждой гармонической составляющей скоростей w_v' и w_v'' и интенсивностей диполей $\Gamma_v(\xi_v)$

$$\int_0^1 K_{1j}(\xi - \xi_0) \Gamma_{1j}(\xi_0) d\xi_0 + \int_0^{l_2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{2nj}(\xi, \xi_0) \Gamma_{2n}(\xi_0) d\xi_0 = \delta_{j0} \frac{dY_1}{d\xi} \quad (3.5)$$

$$\int_0^{l_2} K_{2j}(\xi - \xi_0) \Gamma_{2j}(\xi_0) d\xi_0 + \int_0^1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_{1n-j}(\xi, \xi_0) \Gamma_{1n}(\xi_0) d\xi_0 = \delta_{j0} \frac{dY_2}{d\xi},$$

$$j=0, \quad \pm 1, \quad \pm 2, \dots$$

Ядра $K_{vj}(\xi - \xi_0)$ уравнений (3.5) получаются из j -х слагаемых выра-

жения (3.3), а функции $Q_{vnj}(\xi - \xi_0)$ отвечают n -й временной гармонике и j -й y -компоненте суммы в выражения (3.4).

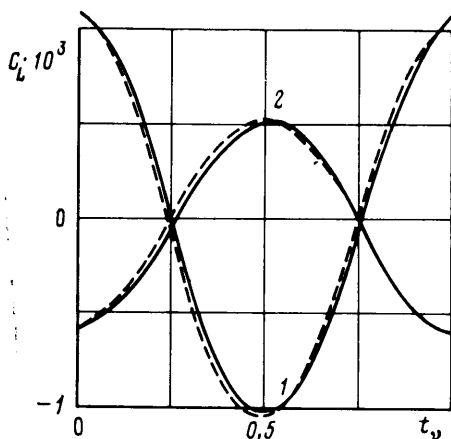
Каждое из ядер K_{vj} уравнений (3.5) совпадает с соответствующим ядром интегрального уравнения в задаче о нестационарном обтекании дозвуковым потоком одиночной решетки пластины, колеблющихся с частотой ω_{vj} и постоянным сдвигом фаз σ_{vj} , и содержит особенность Коши и логарифмическую особенность. Кроме того, имеется еще одна особенность, возникающая вследствие взаимодействия решеток. Дело в том, что нестационарные тангенциальные разрывы, сходящие с задних кромок передней решетки, вследствие относительного перемещения второй решетки периодически пересекают ее профили. В точках пересечения, перемещающихся вдоль профилей, индуцируется разрыв нормальной к их поверхности компоненты скорости. Данное обстоятельство может привести к ухудшению точности численных результатов, получаемых с использованием гармонического анализа.

В случае двух взаимодействующих решеток особенности течения вблизи передних кромок профилей второй решетки определяют условия обтекания задних кромок профилей первой решетки. Если зазор между решетками достаточно мал, то сингулярное поведение решения вблизи передних кромок профилей второй решетки перестает быть локальным и приводит к ухудшению сходимости разложений (1.2) во всем поле течения. Использование условий Чаплыгина — Жуковского, как и всё решение в целом, в этой ситуации, по-видимому, теряет физический смысл.

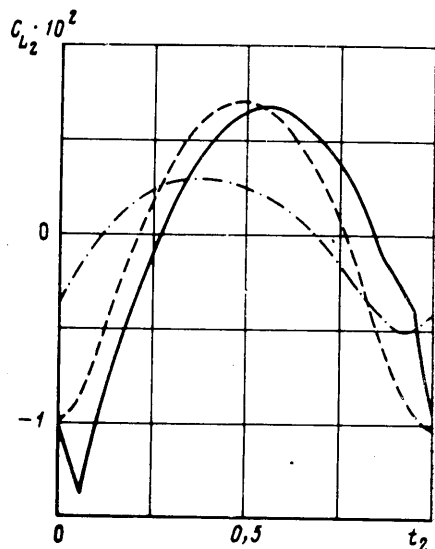
4. При численном решении задачи ограничимся конечным числом $2(2L+1)$ уравнений и неизвестных системы (3.5), что соответствует сохранению $2L+1$ слагаемых в каждой из бесконечных сумм в левых частях уравнений. Соответствующая конечная система сингулярных интегральных уравнений с помощью регуляризующего оператора (оператора обращения [12]) с явным выделением особенности решения в передних кромках профилей позволяет свести задачу к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, удобной для численного решения. Дискретизация неизвестной нагрузки $\Gamma_{vj}(\xi)$ в k_v точках профиля и использование затем метода коллокаций приводят к конечной линейной алгебраической системе, которая решалась методом исключения Гаусса. С использованием данной дискретизации вычисление интегралов производилось по методу трапеций. Значения параметров L и k_v выбирались, исходя из требуемой точности расчетов, и изменялись соответственно в диапазонах от 4 до 8 и от 5 до 10. Погрешность вычисления коэффициента подъемной силы C_L при этом не превышала нескольких процентов. При фиксированных L и k_v точность расчетов ухудшается с увеличением скорости относительного движения решеток W и с уменьшением осевого зазора Δ между решетками. Увеличение W приводит к усилению высокочастотных компонент акустического поля и возрастанию интенсивности вихревых следов, сходящих с задних кромок профилей. При уменьшении Δ возрастает нестационарное воздействие особенностей течения вблизи передних кромок задней решетки на обтекание передней решетки. Оба фактора ухудшают гладкость искомого распределения нагрузки.

С целью проверки точности численного решения целесообразно сопоставить результаты расчета по данному методу и методу работы [4] в тех случаях, когда можно пренебречь влиянием вихревых следов и конечным временем распространения акустических возмущений. Рассмотрим решетки с параметрами $h_1=1$, $l_2=1$, $N_1=10$, $N_2=9$, $\theta_1=0$, $W=-0,01$, обтекаемые потоком с $M_1=0,01$. Соответствующее значение частоты основной гармоники колебаний газа в первой решетке приблизительно равно 0,063. Исходным возмущением течения, приводящим к колебаниям потока газа через решетки, было отклонение набегающего потока от невозмущенного направления $\theta_1=0^\circ$, что соответствует линейным функциям $Y_v(\xi)$. Ниже приведены значения коэффициента подъемной силы C_L , отнесенные к величине $|dY_v/d\xi|$.

На фиг. 2 показана зависимость C_L от времени $t_v \equiv t/T_v$, $v=1, 2$, на одном периоде колебаний в случае $\Delta=0,5$. Нулевому моменту времени соответствует совпадение ординат передних кромок профилей первой и второй решеток. Сплошные кривые соответствуют результатам по методу на-



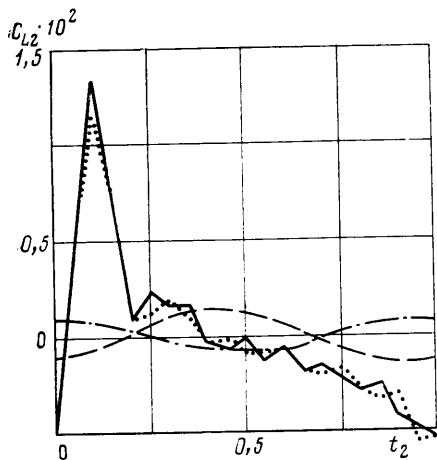
Фиг. 2



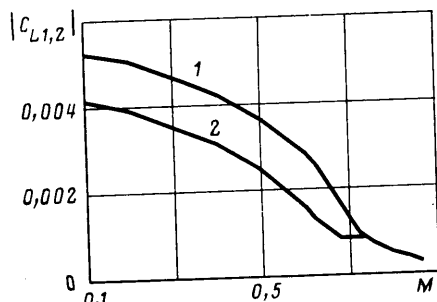
Фиг. 3

стоящей работы. Результаты, полученные с учетом $L=4, 6$ и 8 гармоник в масштабе графика совпадают. Штриховыми кривыми показаны результаты расчета по методу [4, 5], причем учет четырех и шести слагаемых в разложении по параметру Δ дает практически совпадающие зависимости. Представленные данные демонстрируют малое отличие результатов, полученных с учетом и без учета сжимаемости газа и вихревых следов. Как показали расчеты, десятикратное увеличение значения W приводит к небольшому возрастанию указанного отличия главным образом на второй решетке и ухудшению сходимости по числу гармоник L . Сказанное, по-видимому, следует отнести к влиянию возросшей интенсивности вихревых следов, которые, однако, еще не приводят в этом случае к росту уровня нестационарных нагрузок. Рост уровня нагрузок на второй решетке при уменьшении зазора Δ показан на фиг. 3 при $\Delta=0,05$, $W=-0,1$ и тех же значениях остальных параметров, что и на фиг. 2. Данные, полученные для $L=6$ и 8 , практически совпадают и представлены сплошной линией. Штриховой линией показаны, как и на фиг. 2, результаты расчета по методу [4, 5] с учетом шести членов разложения. Увеличение нагрузки в данном случае произошло вследствие усиления потенциального взаимодействия решеток при их сближении. Вклад вихревых следов демонстрирует отличие сплошной кривой от штрихпунктирной кривой, полученной решением системы (3.5) без учета воздействия вихревых следов за первой решеткой на вторую решетку, т. е. без учета второго слагаемого в выражении (3.4) для w_1'' . Видно, что расчет аэродинамического взаимодействия без учета вихревых следов приводит к большему отличию от точного решения (сплошная кривая), чем расчет течения несжимаемой жидкости [4, 5] (штриховая кривая), где вихревые следы не учитываются вообще и, в частности, не учитывается обратное воздействие вихревых следов за первой решеткой на потенциальное поле ее обтекания. Уменьшение погрешности расчета в этом случае, по-видимому, связано с тем, что пренебрежение указанным воздействием приводит к такой перестройке потенциального поля обтекания первой решетки, которая частично компенсирует отсутствие кромочных следов при расчете взаимодействия решеток.

Возрастание уровня нестационарной нагрузки на второй решетке при увеличении скорости относительного движения решеток до значения $W=-1,0$ при исходной величине зазора $\Delta=0,5$ показано на фиг. 4. При этом точность решения на второй решетке, полученного с учетом шести гармоник ($L=6$, пунктирная кривая), значительно снижается. Точность ре-



Фиг. 4



Фиг. 5

пения с $L=6$ на первой решетке остается хорошей, а кривая $C_{L1}(t)$ остается плавной и близкой к синусоиде, как и на фиг. 2. Возрастание нестационарных нагрузок на обеих решетках, а также нерегулярное поведение кривой $C_{L2}(t)$ и ухудшение сходимости на второй решетке связаны прежде всего с увеличившейся интенсивностью вихревых следов за первой решеткой. Это видно из сравнения с расчетом без учета вихревых следов (штрихпунктирная кривая). Отличие от квазистационарных расчетов для несжимаемой жидкости (штриховая кривая) в этом случае резко увеличивается на обеих решетках. Как показали расчеты, при уменьшении зазора Δ до 0,05 указанное отличие, как и сами нестационарные нагрузки, возрастает на два порядка.

В качестве иллюстрации влияния числа Маха набегающего потока газа на нестационарные характеристики решеток на фиг. 5 показана зависимость от M , амплитуды основной гармоники колебаний подъемной силы на первой (кривая 1) и на второй (кривая 2) решетках в случае $\Delta=0,05$ и $W=-0,1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ни Р. Анализ периодических возмущений потока в сверхзвуковой решетке // Энергетические машины и установки. 1979. Т. 101. № 3. С. 140–151.
2. Feindt E.-G. Berechnung der instationären Strömung des vielstufigen destaffelten Plattengitters // Ingr.-Arch. 1962. В. 31. Н. 4. S. 258–267.
3. Kazimierski Z. Płaski przepływ przez osiowy stopień maszyny przepływowej o dowolnych parametrach geometrycznych // Arch. Budowy Maszyn. 1966. V. 13. № 2.
4. Сапен В. Э. О гидродинамическом взаимодействии решеток профилей в потенциальном потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 4. С. 75–84.
5. Сапен В. Э., Юдин В. А. Возбуждающие силы при гидродинамическом взаимодействии решеток тонких профилей в потенциальном потоке // Пробл. прочности. 1977. № 9. С. 104–109.
6. Куляев Р. Л. Расчет гидродинамического взаимодействия решеток тонких профилей с учетом эволюции вихревых следов // ПМТФ. 1976. № 4. С. 61–65.
7. Самойлович Г. С. Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М.: Наука, 1969. 444 с.
8. Самойлович Г. С., Нитусов В. В., Костеж М. К. Влияние геометрических параметров и режимов работы ступени на возбуждающие силы // Теплотехника. 1984. № 7.
9. Erdos J. I., Alzner E., McNally W. Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage // AIAA Journal. 1977. V. 15. № 11. P. 1559–1568.
10. Гнесин В. И. Аэродинамическое взаимодействие движущихся решеток профилей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1982. № 1. С. 102–109.
11. Бутенко К. К., Осипов А. А. Расчет нестационарного сверхзвукового обтекания плоской решетки пластин при воздействии на нее вихревых неоднородностей набегающего потока // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 152–160.
12. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М.: Физматгиз, 1958. 543 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.11.1986