

УДК 533.6.011.6

РАСЧЕТ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ
ПРИ ТРЕХМЕРНОМ ОБТЕКАНИИ ПО ЗАДАННОМУ
РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ДАВЛЕНИЯ

ЗНАМЕНСКИЙ В. В., ЗУБАРЕВ А. В.

Среди инженерных методов расчета конвективных тепловых потоков на поверхности тел, обтекаемых потоком газа, широкое распространение получил метод эффективной длины [1]. В случае плоского или осесимметричного течения для применения метода необходимо задание распределения давления по поверхности тела. Метод применим и в пространственном случае в рамках так называемой осесимметричной аналогии [2, 3], однако при этом кроме распределения давления по поверхности требуется знать невязкие линии тока [2, 3] или компоненты скорости на поверхности тела [4].

Если распределение давления на поверхности трехмерного тела известно, то компоненты скорости на поверхности могут быть рассчитаны. Методы решения этой задачи, предлагавшиеся ранее [5, 6], существенно используют поверхностные системы координат, расчет коэффициентов Ламэ которых представляет собой самостоятельную и для произвольной формы достаточно сложную задачу.

Идея определения компонент скорости на поверхности трехмерного тела по заданному распределению давления без привлечения поверхностной системы координат была высказана в [7], где были получены соответствующие уравнения для тела вращения, обтекаемого под углом атаки. В настоящей работе аналогичные уравнения получены для тела произвольной формы. Предложен метод расчета тепловых потоков, основанный на решении этих уравнений.

Представлены результаты методических расчетов для тел различной формы. Показано, что на лобовой поверхности влияние трехмерности растекания в пограничном слое на величину тепловых потоков невелико — определяющим фактором является зависимость теплового потока от местного давления. Сравнение с результатами расчетов по формулам линейной теории [8], применимость которой обоснована для тел, близких к осесимметричным, дает представление об области ее применимости.

Влияние энтропийного эффекта [9] на теплообмен в настоящей работе не исследовалось.

1. Метод осесимметричной аналогии [2, 3] состоит в следующем: тепловые потоки рассчитываются по обычным формулам метода эффективной длины для осесимметричных тел, в которых расстояние от рассматриваемой точки до оси r заменяется на величину h , определение которой дается ниже, а интегралы, входящие в выражение для эффективной длины, вычисляются вдоль невязких линий тока на поверхности. Соответствующие формулы (здесь используем простейшие из возможных) имеют вид

$$q_i = A_i p V h \xi_i^{-\frac{1}{2}}, \quad \xi_i = \int_0^s \Phi_i ds, \quad \Phi_i = p V h^2 \quad (1.1)$$

$$q_i = A_i p V h^{\frac{1}{2}} \xi_i^{-\frac{1}{3}}, \quad \xi_i = \int_0^s \Phi_i ds, \quad \Phi_i = p V h^{\frac{5}{4}} \quad (1.2)$$

Здесь p , V — давление и скорость на внешней границе пограничного слоя; s — длина, отсчитываемая от критической точки вдоль невязких ли-

ний тока на поверхности; A_l , A_t – коэффициенты, зависящие от параметров набегающего потока и температуры стенки [1]. Индексы l и t соответствуют ламинарному и турбулентному режимам теплообмена.

Величина радиуса эффективного тела вращения h определяется следующим образом [2, 3].

Пусть η , ζ – криволинейная ортогональная система координат на поверхности тела, такая, что линии $\zeta=\text{const}$ совпадают с невязкими линиями тока. Тогда h – коэффициент Ламэ, соответствующий ζ , т. е. элемент длины вдоль линии $\eta=\text{const}$ определяется формулой $dl=hd\zeta$. Очевидно, что ввиду произвола в выборе числовых значений ζ на поверхности величина h определена с точностью до множителя, являющегося произвольной функцией ζ . Однако формулы (1.1)–(1.2), как нетрудно видеть, имеют такую структуру, что указанная неопределенность в значении h не сказывается на величине тепловых потоков.

Несмотря на то что приведенное выше определение величины h связано с введением поверхностной системы координат, при вычислении h использование какой-либо поверхностной системы координат не обязательно.

Пусть в произвольной ортогональной системе координат q_1 , q_2 , q_3 уравнение поверхности тела задано в виде $q_1=q_1(q_2, q_3)$, единичные векторы скорости на поверхности тела e_s и нормали к поверхности e_n представлены в виде

$$e_s = \frac{1}{V} (u, v, w), \quad e_n = \frac{1}{\Delta} (1, -n_2, -n_3)$$

$$\Delta = \sqrt{1+n_2^2+n_3^2}, \quad n_2 = \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial q_1}{\partial q_2}, \quad n_3 = \frac{h_1}{h_3} \frac{\partial q_1}{\partial q_3}$$

Здесь V – скорость на поверхности тела; u , v , w – компоненты скорости V по координатам q_1 , q_2 , q_3 ; h_1 , h_2 , h_3 – соответствующие коэффициенты Ламэ.

Как показано в [4], величина h вычисляется по формуле

$$h = \frac{v}{V} h_3 \Delta \exp f \quad (1.3)$$

а функция f определяется решением уравнения

$$\left(\frac{\partial f}{\partial q_2} \right)_{q_3} + a \left(\frac{\partial f}{\partial q_3} \right)_{q_2} = \left(\frac{\partial a}{\partial q_3} \right)_{q_2}, \quad a = \frac{w}{v} \frac{h_2}{h_3} \quad (1.4)$$

Дифференциальный оператор в левой части (1.4) соответствует дифференцированию вдоль линий тока на поверхности тела.

Вычисление криволинейных интегралов для ξ_j можно заменить решением уравнения

$$\frac{\partial \xi_j}{\partial q_2} + a \frac{\partial \xi_j}{\partial q_3} = h_2 \frac{V}{v} \Phi_j, \quad j=l, t \quad (1.5)$$

при условии $\xi_j=0$ в критической точке.

2. Вывод уравнений для расчета компонент скорости на поверхности трехмерного тела по заданному распределению давления приведем в декартовой системе координат ($q_1=x$, $q_2=y$, $q_3=z$).

Обозначим индексом s значения параметров на поверхности. Будем считать, что энтропия газа на всей поверхности постоянна, тогда плотность газа $\rho_s(y, z)$ является известной величиной.

На поверхности тела имеем

$$f_y = \frac{\partial f_s}{\partial y} - x_y f_x, \quad f_z = \frac{\partial f_s}{\partial z} - x_z f_x \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} f &= f(x, y, z) = p, u, v, w \\ u_s &= x_y v_s + x_z w_s \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь нижними индексами x, y, z обозначены соответствующие частные производные.

Рассмотрим уравнения движения Эйлера на поверхности. Возьмем такие линейные комбинации этих уравнений, чтобы в правой части сформировались (с учетом формул (2.1)) частные производные $\partial p_s / \partial y$ и $\partial p_s / \partial z$

$$\begin{aligned} L(u)x_y + L(v) &= -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial y}, \quad L(u)x_z + L(w) = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial z}, \\ L(f) &= uf_x + vf_y + wf_z \end{aligned} \quad (2.3)$$

Исключим из уравнений (2.3) частные производные $u_y, u_z, v_y, v_z, w_y, w_z$ с помощью (2.1). При этом, как легко убедиться, с учетом (2.2), члены, содержащие u_x, v_x и w_x , взаимно уничтожаются. Исключая из полученных соотношений производные $\partial u_s / \partial y$ и $\partial u_s / \partial z$ с помощью продифференцированного по y и по z условия непротекания (2.2), после элементарных преобразований получаем искомые уравнения для расчета $v_s = v_s(y, z)$ и $w_s = w_s(y, z)$ (индекс s в дальнейшем опускаем)

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{v} \frac{\partial v}{\partial z} &= \frac{1}{\Delta^2} \frac{\Omega_1}{v} \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{w}{v} \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{1}{\Delta^2} \frac{\Omega_2}{v} \\ \Omega_1 &= -(1+x_z^2) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + x_y x_z \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - x_y \Omega \\ \Omega_2 &= x_y x_z \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - (1+x_y^2) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - x_z \Omega \\ \Omega &= x_{yy} v^2 + 2x_{yz} vw + x_{zz} w^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Величина u , если требуется, находится из условия непротекания (2.2).

Легко видеть, что уравнения (2.4) имеют кратную характеристику, задаваемую соотношением $dy/dz = v/w$. Очевидно, что эти характеристики есть проекции линий тока на плоскость независимых переменных y, z . Условиями совместности вдоль этих характеристик являются сами уравнения (2.4).

Начальным условием для уравнений (2.4) служит условие $v=w=0$ в критической точке тела.

Заметим, что вместо одного из уравнений системы (2.4) можно использовать интеграл Бернуlli.

Уравнения в цилиндрической и сферической системах координат получаются аналогично и имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial q_2} + a \frac{\partial v}{\partial q_3} &= \frac{1}{\Delta^2} \frac{\Omega_1}{v}, \quad \frac{\partial w}{\partial q_2} + a \frac{\partial w}{\partial q_3} = \frac{1}{\Delta^2} \frac{\Omega_2}{v} \\ u &= n_2 v + n_3 w \end{aligned} \quad (2.5)$$

В цилиндрической системе координат ($q_1=x, q_2=r, q_3=\varphi$)

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= -\left(1 + \frac{x_\varphi^2}{r}\right) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{x_r x_\varphi}{r^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - x_r x_{rr} v^2 + \\ &+ 2 \frac{x_r}{r} \left(\frac{x_\varphi}{r} - x_{r\varphi}\right) v w + \left(1 + \frac{x_\varphi^2}{r^2} - \frac{x_r x_{\varphi\varphi}}{r}\right) \frac{w^2}{r} \end{aligned}$$

$$\Omega_2 = \frac{x_r x_\varphi}{r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1+x_r^2}{r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{x_{rr} x_\varphi}{r} v^2 - \\ - \left(1+x_r^2 + 2 \frac{x_{r\varphi} x_\varphi}{r} - \frac{x_\varphi^2}{r^2} \right) \frac{vw}{r} - \frac{x_\varphi}{r^2} \left(x_r + \frac{x_{\varphi\varphi}}{r} \right) w^2$$

В сферической системе координат ($q_1=R$, $q_2=\theta$, $q_3=\varphi$)

$$\Omega_4 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \left\{ - (g_\varphi^2 + \sin^2 \theta) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + g_\theta g_\varphi \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - g_\theta (g_\varphi^2 + \sin^2 \theta g_{\theta\theta}) v^2 + \right. \\ \left. + (g_\varphi \sin \theta (g_\theta^2 - 1) - g_\varphi^3 / \sin \theta + 2g_\theta (g_\varphi \cos \theta - g_{\theta\varphi} \sin \theta)) vw + \right. \\ \left. + ((g_\varphi^2 + \sin^2 \theta) (g_\theta + \operatorname{ctg} \theta) - g_\theta g_{\varphi\varphi}) w^2 \right\} \\ \Omega_2 = \frac{1}{\sin \theta} \left\{ g_\theta g_\varphi \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} - (1+g_\theta^2) \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + g_\varphi (1+g_\theta^2 - g_{\theta\theta}) v^2 - \right. \\ \left. - \left((\cos \theta + g_\theta \sin \theta) \left(1 + g_\theta^2 - \frac{g_\varphi^2}{\sin^2 \theta} \right) + \frac{2g_\varphi g_{\theta\varphi}}{\sin \theta} \right) vw - \right. \\ \left. - g_\varphi (g_\theta^2 + g_\theta \operatorname{ctg} \theta + g_{\varphi\varphi} / \sin^2 \varphi) w^2 \right\}, \quad g=g(\theta, \varphi) = \ln R(\theta, \varphi)$$

3. Дифференциальные операторы в левой части уравнений для расчета компонент скорости (2.5) и величин f и ξ (1.4), (1.5) совпадают, что делает естественным решение этих уравнений в рамках единого численного алгоритма. В настоящей работе расчеты проводились в цилиндрических и сферических координатах, при этом оси $r=0$ и $\theta=0$ проводились через критическую точку тела. Уравнения решались с помощью простейшей неявной схемы бегущего счета [10], использующей шаблоны типа «уголок», левый или правый в зависимости от направления линии тока в рассматриваемой точке. В малой окрестности критической точки использовались асимптотические (при $r \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow 0$) решения уравнений.

Приведем здесь соответствующие выражения в сферических координатах. Предполагается, что форма тела в окрестности критической точки такова, что может быть аппроксимирована поверхностью второго порядка, причем плоскость $\varphi=0$ совпадает с одной из плоскостей главных кривизн. Пусть α — угол между нормалью к телу в критической точке и осью $\theta=0$. Тогда при $\theta \ll 1$ имеем

$$R = 1 + \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi \cdot \theta + [1 + \lambda \cos^2 \varphi + \mu \sin^2 \varphi] \frac{\theta^2}{2} + \dots \\ \lambda = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{\cos^3 \alpha R_1}, \quad \mu = - \frac{1}{\cos \alpha R_2}$$

Здесь R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны, причем R_1 соответствует плоскости $\varphi=0$. Все длины отнесены к расстоянию от критической точки до полюса.

С учетом известного решения для компонент скорости

$$u = \beta_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi \theta \\ v = (\beta_1 \cos^2 \varphi + \beta_2 \sin^2 \varphi) \theta \\ w = (\beta_2 - \beta_1) \cos \varphi \sin \varphi \theta$$

$$\beta_1 = \sqrt{-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} - \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\theta^2} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)}_{\theta \rightarrow 0}, \quad \beta_2 = \sqrt{-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\theta^2} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)}_{\theta \rightarrow 0}$$

где β_1 , β_2 — градиенты скорости в плоскостях главных нормальных сече-

ний поверхности. Для функции f из (1.4) получим

$$\exp f = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sin^2 \varphi + \beta \cos^2 \varphi} \Lambda \left(\theta^{\beta-1} \frac{\sin^\beta \varphi}{\cos \varphi} \right), \quad \beta = \frac{\beta_1}{\beta_2}$$

Здесь $\Lambda(x)$ — произвольная функция. Заметим, что представляющееся естественным условие на осесимметричном теле $f=0$ (тогда $h=r$) еще не обеспечивает однозначного выбора функции Λ , а дает лишь условие

$$\lim_{\beta \rightarrow 1} \Lambda(x) = x + x^{-1} \quad (3.1)$$

и, следовательно, произвол в выборе функции $\Lambda(x)$ остается. В настоящей работе принималось, что

$$\Lambda(x) = x + x^{-1/\beta} \quad (3.2)$$

Для ξ_i при малых θ с учетом (3.2) справедливо разложение

$$\xi_i = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{\beta_2}{2(1+\beta)} \theta^4 (\theta^{\beta-1} \sin^{\beta+1} \varphi + \theta^{(1-\beta)/\beta} \cos^{(1+\beta)/\beta} \varphi)^2$$

4. В [8] показано, что при расчете тепловых потоков на телах, близких к осесимметричным и обтекаемым под небольшими углами атаки, вычисление интегралов вдоль линий тока можно приближенно заменить интегрированием в меридиональных сечениях $\varphi=\text{const}$ и тем самым свести процедуру вычисления тепловых потоков к практически двумерной. Соответствующие расчетные формулы элементарно получаются путем линеаризации уравнений разд. 2, 3 с использованием малого параметра, которым является степень отклонения распределения параметров от осесимметричных.

Эти формулы имеют вид

$$v^2 = \frac{2(i_0 - i)}{1 + n_2^2}, \quad w = -\frac{1}{h_3} \int_0^{q_2} \left(\frac{h_2}{v} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q_3} + Q \right) dq_2 \quad (4.1)$$

$$f = f^* + \int_{q_2}^{q_2} \frac{h_2}{h_3} \frac{1}{v} \frac{\partial w}{\partial q_3} dq_2, \quad h = h_3 \exp f, \quad \xi_j = \int_0^{q_2} \Phi_j dq_2$$

В цилиндрических координатах ($q_1=x$, $q_2=r$, $q_3=\varphi$)

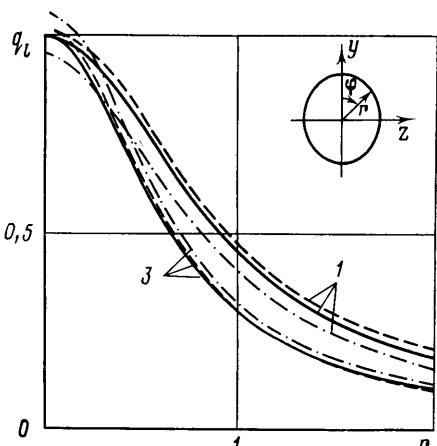
$$Q = x_\varphi \frac{\partial(vx_r)}{\partial r}$$

В сферических координатах ($q_1=R$, $q_2=\theta$, $q_3=\varphi$)

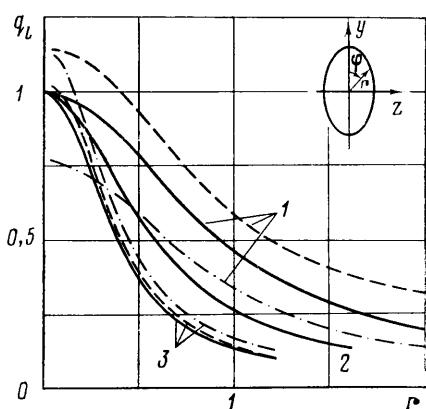
$$Q = R g_\varphi \left[\frac{\partial(g_\theta v)}{\partial \theta} - v \right]$$

Здесь r^* и θ^* — ближайшие к критической точке значения r и θ , в которых вычисляются тепловые потоки. Заметим, что формулы (4.1) дают $f \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 0$ и $\theta \rightarrow 0$ и обоснование линейной теории здесь, вообще говоря, нарушается. Однако в [8] показано, что формальное применение формул (4.1) дает правильное с точностью до члена второго порядка малости значение теплового потока в окрестности критической точки. При произвольных β_1 , β_2 и $\alpha=0$ формулы (4.1) дают следующее выражение для теплового потока в этой окрестности:

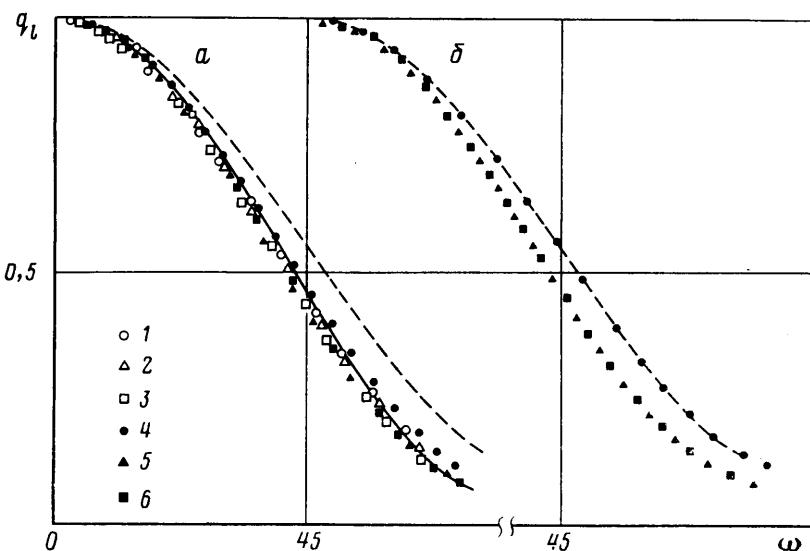
$$q_i = B^{\beta_1} \left(1 + \frac{\beta_2^2 - \beta_1^2}{2B} (\beta_1^2 \cos^4 \varphi - \beta_2^2 \sin^4 \varphi) \right)^{\beta_2}, \quad B = \beta_1^2 \cos^2 \varphi + \beta_2^2 \sin^2 \varphi \quad (4.2)$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

5. На фиг. 1–3 представлены результаты расчетов ламинарных тепловых потоков $q_l(r, \varphi)$, отнесенных к значению в критической точке, на поверхности обтекаемых без угла атаки эллиптических параболоидов

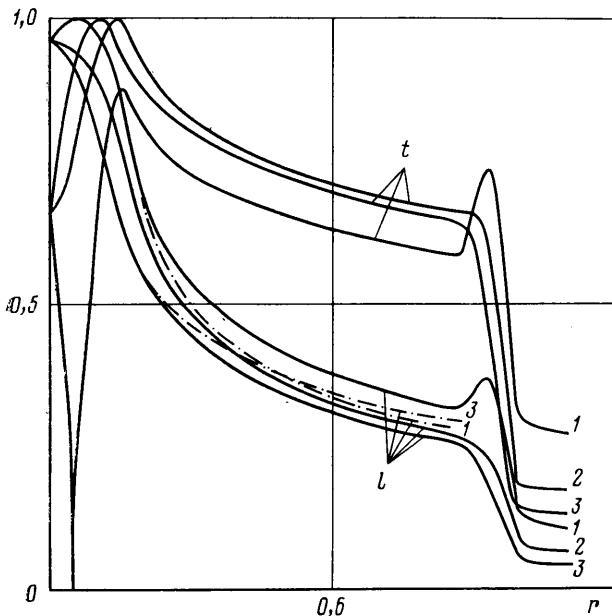
$$x = \frac{1}{2} (y^2 + a^2 z^2), \quad a = \text{const}$$

Расчеты выполнены для гиперзвуковых условий обтекания ($M_\infty = 20$, $\gamma = 1,2$), распределение давления определялось по формуле местных сфер [11], которая в рассматриваемых условиях дает приемлемую точность [11, 12].

Сплошные линии на фиг. 1 и 2 соответствуют расчету по методике, описанной в разд. 1, 2, штриховые линии – расчет по линейной теории, штрихпунктир – расчет без учета трехмерности растекания: тепловые потоки в каждом меридиональном сечении $\varphi = \text{const}$ рассчитываются, как на соответствующем осесимметричном теле, но при трехмерном распределении давления ($1 - \varphi = 0$, $2 - \varphi = \pi/4$, $3 - \varphi = \pi/2$).

Данные на фиг. 1 соответствуют значению $a = 1, 2$. Видно, что при такой формально большой несимметрии тела линейная теория все еще дает удовлетворительные результаты. Расчеты без учета трехмерности растекания дают, естественно, существенно различные значения тепловых потоков в критической точке при различных φ .

Данные на фиг. 2 соответствуют $a = 1, 6$ – видно, что при столь большой несимметрии тела линейная теория дает значительную погрешность. При $r \rightarrow 0$ расчеты



Фиг. 4

по линейной теории дают заметно различающиеся значения тепловых потоков для разных φ . Эти значения находятся в полном соответствии с формулой (4.2).

Распределение тепловых потоков в зависимости от угла ω между нормалью к поверхности и вектором скорости набегающего потока представлено на фиг. 3, а. Точки 1–3 соответствуют значению $a=1, 2$; 4–6 – значению $a=1, 8$. Точки 1 и 4; 2 и 5; 3 и 6 соответствуют меридиональным сечениям $\varphi=0, \pi/4, \pi/2$.

Видно, что при $0 \leq \omega \leq 80^\circ$ для эллиптических параболоидов имеет место практически универсальная зависимость (сплошная линия на фиг. 3, а)

$$q_l = 0,53 + 0,47 \cos 2\omega$$

Для сравнения там же штриховой линией показана известная зависимость для q_l на сфере [13]

$$q_l = 0,55 + 0,45 \cos 2\omega \quad (5.1)$$

На фиг. 3, б приведены результаты расчетов тепловых потоков на эллипсоидах, задаваемых в виде

$$x^2 + y^2 + a^2 z^2 = 1$$

для значения $a=1,8$; штриховая линия – зависимость (5.1). Видно, что для тел этого класса зависимости $q_l(\omega)$ в различных меридиональных сечениях $\varphi=\text{const}$ «расслаиваются» существенно сильнее, чем для параболоидов с такой же несимметрией.

На фиг. 4 приведены результаты расчетов тепловых потоков на притупленном по сфере биконусе, обтекаемом под углом атаки $\alpha=10^\circ$ ($\Theta_1=60^\circ$, $\Theta_2=10^\circ$, $r_1/r_0=0,3$, $r_2/r_0=0,2$, где Θ_1, Θ_2 – углы полураствора конических участков, r_1 – радиус притупления, r_2 – радиус скругления между коническими участками, r_0 – расстояние от оси тела до начала второго конического участка). Давление вычислялось по формуле местных сфер [11]. Значения тепловых потоков для ламинарного и турбулентного режимов отнесены к значениям соответственно в критической и звуковой точках сферы радиуса r_1 .

Сплошные линии на фиг. 4 – расчет по методике разд. 1, 2. Кривые 1–3 соответствуют меридиональным сечениям $\varphi=0$ (наветренная образующая), $\pi/2$, π . Из фиг. 4 видно, что на лобовой поверхности турбулентные тепловые потоки на подветренной образующей больше, чем на наветренной, а для ламинарных тепловых потоков имеет место обратная ситуация. Это объясняется тем, что величина pV в рассматриваемом случае больше на подветренной образующей, и это обстоятельство оказывается определяющим для турбулентных тепловых потоков, слабо зависящих от эффективной длины.

Штрихпунктирными линиями на фиг. 4 показаны ламинарные тепловые потоки, рассчитанные без учета трехмерности растекания, для наветренной (1) и подвет-

ренной (β) образующих. Аналогичные кривые для турбулентного режима практически сливаются со сплошными линиями и на фиг. 4 не приведены.

Авторы благодарят В. В. Лунева и Б. А. Землянского за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975. 624 с.
2. *Vaglio-Laurin R.* Laminar Heat transfer on three-dimensional bluntnosed bodies in hypersonic flow // ARS Journal 1959. V. 29. № 2. P. 123–129.
3. *Авдуевский В. С.* Приближенный метод расчета трехмерного ламинарного пограничного слоя // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1962. № 2. С. 11–16.
4. *Rakich J. V., Mateer G. G.* Calculation of metric coefficients for streamline coordinates // AIAA Journal. 1972. V. 10. № 11. P. 1538–1540.
5. *Майканар Г. И.* Вычисление линий тока по известному распределению давления по поверхности твердого тела // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 2. С. 381–382.
6. *Лей Д. К., Росс Б. Б.* Геометрия линий тока в трехмерном невязком гиперзвуковом течении // Ракетн. техника и космонавтика. 1969. Т. 7. № 1. С. 145–152.
7. *Землянский Б. А., Степанов Г. Н.* О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 173–177.
8. *Лунев В. В., Сенкевич Е. А.* Метод меридиональных сечений в задачах пространственного пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 67–73.
9. *Землянский Б. А., Шманенкова Г. А.* Метод среднемассовых величин для трехмерного пограничного слоя в завихренном потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 1. С. 80–87.
10. *Рождественский Е. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968. 592 с.
11. *Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. Г.* Гиперзвуковое обтекание сферы равновесно диссоциирующим воздухом // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1966. Т. 6. № 1. С. 121–129.
12. *Любимов А. Н., Русаков В. В.* Течения газа около тупых тел. М.: Наука, 1970. Т. 1. 287 с.; Т. 2. 379 с.
13. *Мурзинов И. Н.* Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равновесно диссоциирующего воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 2. С. 184–188.

Москва

Поступила в редакцию
9.VII.1986