

УДК 532.546

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ

ЗАЗОВСКИЙ А. Ф.

Предложенная ранее модель вытеснения нефти раствором активной примеси [1, 2] обобщается на случай зависимости относительных фазовых проницаемостей от скорости фильтрации и межфазного натяжения как функции концентрации примеси. Для этого кривые фазовых проницаемостей аппроксимируются функциями двух переменных — насыщенности и капиллярного числа. Дано аналитическое описание структуры зоны вытеснения в укрупненной трубке тока переменного сечения при непрерывной закачке раствора активной примеси и использовании его конечной порции (оторочки). Конечно-разностным методом [3] проведены расчеты коэффициента вытеснения нефти из прискважинной зоны и кольцевого элемента пласта для различных условий ведения процесса. Изложенный подход может быть полезен при анализе эффективности различных методов повышения нефтеотдачи.

1. Постановка задачи. Классическая теория двухфазной фильтрации, развитая применительно к процессам добычи нефти, основывается на представлении об относительных фазовых проницаемостях как универсальных функциях насыщенности, не зависящих от скорости фильтрации и отношения вязкостей фаз. Это представление, согласно экспериментальным данным [4], справедливо до тех пор, пока безразмерный параметр $N = k|\nabla p|/\gamma$, где k — проницаемость среды, ∇p — градиент давления в жидкости и γ — межфазное натяжение, не превышает значений порядка 10^{-5} (параметр N часто называется капиллярным числом, однако, вообще говоря, имеется более десяти различных определений капиллярного числа [5–8]).

Для обычных скоростей вытеснения нефти водой в типовом элементе пласта $N \approx 10^{-7} - 10^{-8}$. Действительно, при $k = 100$ мДарси, $|\nabla p| = 10$ кПа/м, $\gamma = 30$ мН/м имеем $N \approx 3 \cdot 10^{-8}$, поэтому показатели вытеснения нефти водой не зависят от скорости фильтрации даже при изменении ее на 2–3 порядка. Исключением являются процессы вытеснения в непосредственной близости от скважин; однако для них из-за больших скоростей нарушается линейный закон фильтрации Дарси.

Иная ситуация имеет место при вытеснении нефти растворами высокоактивных ПАВ, обладающих на границе с нефтью низкими межфазными натяжениями $\gamma \approx 0,1 - 0,001$ мН/м. В этом случае при тех же значениях k и $|\nabla p|$ получаем $N \approx 10^{-5} - 10^{-3}$, и потому гипотеза об относительных фазовых проницаемостях как универсальных функциях насыщенности, вообще говоря, нуждается в пересмотре.

Эксперименты показывают, что для пористых сред одинаковой структуры и жидкостей различных вязкостей, но имеющих одинаковый угол смачивания с поверхностью пор, относительные фазовые проницаемости могут быть аппроксимированы универсальными функциями насыщенности и капиллярного числа [9–11]. Наличие таких зависимостей позволяет применить теорию крупномасштабных процессов вытеснения нефти растворами активных примесей [1, 2] к исследованию процессов вытесне-

ния нефти при переменной скорости фильтрации, когда изменения скорости обусловлены геометрией течений.

Соответствующая теория вытеснения нефти водой из прискважинной зоны предложена в [12] и фактически совпадает с известным обобщением теории Баклея—Левретта на случай нелинейного закона фильтрации [13].

2. Аппроксимация относительных фазовых проницаемостей. Будем рассматривать двухфазные течения системы водный раствор ПАВ—нефть, считая относительные фазовые проницаемости функциями насыщенности водной фазой s и капиллярного числа N

$$f_i = f_i(s, N) \quad (i=1, 2), \quad N = k|\nabla p|/\gamma \quad (2.1)$$

Здесь и далее индекс $i=1$ отвечает водной фазе, а $i=2$ —нефтяной. Способы построения зависимостей (2.1) по экспериментальным данным рассматривались в [9–11]. Простейшие аппроксимации f_i имеют вид степенных функций приведенных насыщенностей S и $1-S$ [9, 10]

$$f_1(s, N) = k_1 S^{n_1(N)}, \quad f_2(s, N) = k_2 (1-S)^{n_2(N)} \quad (2.2)$$

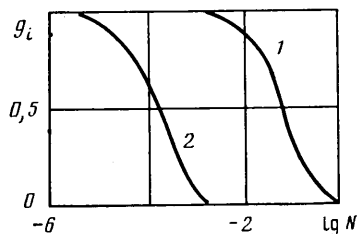
$$S = (s - s_1^*) / (1 - s_1^* - s_2^*), \quad s_i^* = s_i^*(N), \quad i=1, 2$$

Здесь s_i^* —остаточные насыщенности, а константы k_i и функции $n_i(N)$ подбираются экспериментально для пористых сред фиксированной структуры и жидкостей с постоянным углом смачивания поверхностей пор.

Зависимости остаточных насыщенностей от капиллярного числа $s_i^*(N)$ изучались экспериментально и теоретически [5, 7, 8, 10]; как правило, они представляются в нормализованном виде

$$s_i^*(N) = s_{i0}^* g_i(N) \quad (i=1, 2) \quad (2.3)$$

где s_{i0}^* —максимальные значения s_i^* и $0 \leq g_i(N) \leq 1$. Величины s_{i0}^* соответствуют вытеснению нефти водой и воды нефтью при обычных скоростях фильтрации; они определяются структурой пористой среды и характером смачиваемости, но не зависят от вязкостей жидкостей и межфазного натяжения. Типичный вид функций $g_i(N)$ для гидрофильной пористой среды показан на фиг. 1 [5]. Кривые 1 и 2 отвечают g_1 и g_2 и различаются тем сильнее, чем меньше краевой угол смачивания породы θ ; при $\theta = \pi/2$ (случай одинаковой смачиваемости породы водой и нефтью) $g_1(N)$ и $g_2(N)$ совпадают.



Фиг. 1

Для функций $g_i(N)$ условно можно выделить диапазон значений капиллярного числа $N_i' < N < N_i''$ такой, что $g_i \approx 1$ при $N < N_i'$ и $g_i \approx 0$ при $N > N_i''$. Для функции $g_1(N)$ на фиг. 1 имеем $N_1' \approx 10^{-3}$. Так как такие значения капиллярного числа могут не реализовываться даже при вытеснении нефти растворами высокоактивных ПАВ ($\gamma \approx 0,01-0,001$ мН/м), то остаточную водонасыщенность s_1^* для гидрофильных пористых сред ($\theta < \pi/2$) часто можно считать постоянной, равной s_{10}^* .

Другой важный вывод, следующий из вида кривой $g_2(N)$, заключается в том, что основным фактором, за счет которого можно добиться значительного снижения остаточной нефтенасыщенности s_2^* , является межфазное натяжение γ . В соответствии с приведенными выше оценками для этого требуется увеличение капиллярного числа на 3–5 порядков, что, очевидно, не может быть достигнуто только путем увеличения скорости фильтрации U и вязкости водной фазы μ_1 .

Наконец, можно заметить, что с уменьшением γ диапазон U , в котором s_2^* изменяется от своего максимального значения s_{20}^* до нуля, сужается прямо пропорционально γ . Действительно, согласно закону Дарси, $U \sim k|\nabla p|/\mu_1$, поэтому из неравенства $N_2' \leq N \leq N_2''$ и определения N получаем $U' \leq U \leq U''$, где $U' = N_2' \gamma / \mu_1$ и $U'' = N_2'' \gamma / \mu_1$. При $U < U'$ и $U > U''$ имеем соответственно $s_2^* = s_{20}^*$ и $s_2^* = 0$. Разность $U'' - U' = (N_2'' - N_2') \gamma / \mu_1$ убывает с уменьшением γ , а отношение $U''/U' = N_2''/N_2'$ не зависит от γ . Полагая для кривой $g_2(N)$ на фиг. 1 $N_2' = 10^{-5}$, $N_2'' = 10^{-3}$ и принимая $\mu_1 = 1$ мПа·с, $\gamma = 0,01$ мН/м, находим $U' \approx 1$ см/сут и $U'' \approx 1$ м/сут. Эти значения скорости находятся в диапазоне реальных скоростей течения в площадных элементах разработки пластов. Поэтому полнота вытеснения нефти будет неодинаковой по площади.

Иногда вместо капиллярного числа N используется капиллярное число N_c [5], связанное с N соотношением

$$N = N_c / f_1^*, \quad N_c = U \mu_1 \gamma \quad (2.4)$$

где f_1^* — относительная проницаемость для водной фазы при наличии остаточной нефти.

Так как в силу (2.1) и (2.3) $f_1^* = f_1(1 - s_{20}^* g_2(N), N)$, то из (2.4) можно найти зависимость

$$s_2^* = s_{20}^* g(N_c) \quad (2.5)$$

где функция $g(N_c)$, очевидно, имеет тот же вид, что и $g_2(N)$.

3. Уравнения и их предварительный анализ. Рассмотрим фронтальное вытеснение нефти раствором активной примеси из укрупненной трубки тока площадью поперечного сечения $A(x)$, $0 \leq x \leq L$. В крупномасштабном приближении (т. е. в пренебрежении диффузионными, капиллярными и неравновесными эффектами) уравнения закона фильтрации фаз и баланса воды, нефти и примеси в потоке принимают вид [1, 2]

$$v_i = -k \frac{f_i}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (i=1, 2) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (mAs) + \frac{\partial}{\partial x} (Av_1) = 0, \quad -\frac{\partial}{\partial t} (mAs) + \frac{\partial}{\partial x} (Av_2) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [mA_s c + mA(1-s)\varphi(c) + Aa(c)] + \frac{\partial}{\partial x} [Av_1 c + Av_2 \varphi(c)] = 0$$

$$f_i = f_i(s, N), \quad N = \frac{k}{\gamma(c)} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|, \quad \mu_i = \mu_i(c)$$

Здесь m — пористость; c , φ и a — концентрации активной примеси в воде, в нефти и в сорбированном состоянии; μ_i и v_i — вязкость и скорость фильтрации i -й фазы; t — время.

Исключая v_i и давление из системы (3.1) и переходя к безразмерным переменным X и τ , приведем ее к виду

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \left[sc + (1-s)\varphi(c) + \frac{a(c)}{m} \right] + \frac{\partial}{\partial X} [Fc + (1-F)\varphi(c)] = 0 \quad (3.2)$$

$$N = \frac{UM}{\gamma(c)}, \quad U = v_1 + v_2 = \frac{Q(\tau)}{A(X)}, \quad 0 \leq X \leq 1$$

$$M(s, c, N) = \frac{\mu_1}{f_1 + \mu f_2}, \quad F(s, c, N) = \frac{f_1}{f_1 + \mu f_2}, \quad \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$X = \frac{1}{V_p} \int_0^x mA dx', \quad \tau = \frac{1}{V_p} \int_0^t Q dt', \quad V_p = \int_0^L mA dx \quad (3.3)$$

Здесь Q — расход жидкости через поперечное сечение пласта, а X и τ имеют смысл объема части пласта от его входного сечения $x=0$ и объема закачанной жидкости, отнесенных к поровому объему пласта V_p .

Система уравнений (3.2) отличается от обычной [1, 2] тем, что функция распределения потоков F зависит не только от насыщенности s и концентрации примеси c , но и от скорости U , входящей в определение капиллярного числа N . При этом число $N=N(U, s, c)$, вообще говоря, заранее не известно и в каждой точке области фильтрации изменяется со временем.

Перепишем систему (3.2) в характеристической форме [14]

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_1 = F_s' - GF_N', \quad \frac{ds}{d\tau} = \frac{F_c' - EF_N'}{\xi_2 - \xi_1} \frac{dc}{d\tau} + HF_N' \frac{A_x'}{A} \quad (3.4)$$

$$G = \frac{M_s'}{K}, \quad E = \frac{M_c'}{K}, \quad H = \frac{M}{K}, \quad K = M_N' + \frac{M}{N}$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_2 = \frac{F + \omega_\Phi}{s + \omega_a}, \quad \frac{dc}{d\tau} = 0; \quad \omega_\Phi = \frac{\Phi_c'}{1 - \Phi_c'}, \quad \omega_a = \frac{\Phi_c' + m^{-1}a_c'}{1 - \Phi_c'} \quad (3.5)$$

Учет зависимости относительных фазовых проницаемостей от капиллярного числа приводит к изменению s -характеристик (3.4); c -характеристики (3.5) при этом остаются без изменений.

Далее ограничимся случаем линейных изотерм сорбции и распределения примеси между фазами: $a(c) = \Gamma c$, $\Phi(c) = \Phi c$, а расход закачиваемой жидкости Q будем считать не зависящим от времени. Тогда $U = U(X)$, величины $\omega_\Phi = \Phi/(1 - \Phi)$ и $\omega_a = (\Phi + \Gamma/m)/(1 - \Phi)$ — постоянные и скачки концентрации активной примеси распространяются в потоке без «размазывания» [15].

В соответствии с приведенными выше оценками зависимость относительных фазовых проницаемостей от капиллярного числа будем учитывать лишь в областях фильтрации нефти и раствора активной примеси, пренебрегая ею в областях совместного движения нефти и воды, т. е.

$$F_N' = 0 \quad (c=0), \quad F_N' < 0 \quad (c>0) \quad (3.6)$$

Тогда при $c=0$ соотношения (3.4) принимают обычный вид

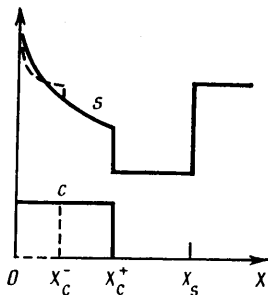
$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_1 = F_s'(s), \quad \frac{ds}{d\tau} = 0 \quad (c=0) \quad (3.7)$$

Здесь и далее при $c=0$ аргументы s и N функции $F(s, c, N)$ для краткости опускаются. Заметим, что явная зависимость функции распределения потоков F от концентрации c связана с изменениями вязкостей фаз $\mu_i(c)$. Поэтому если $\mu_i(c) \approx \text{const}$, то $F = F(s, N)$ и влияние примеси на распределение фаз в потоке обусловлено исключительно зависимостью капиллярного числа $N(U, s, c)$ от величины межфазного натяжения $\gamma(c)$. Если же эффекты изменения вязкостей фаз существенны, но можно пренебречь зависимостью величины M от N , т. е. $M = M(s, c)$, то капиллярное число явно выражается через U , s и c . В этом случае при $U = \text{const}$ и $\gamma(c) = \text{const}$ относительные фазовые проницаемости оказываются зависящими от вязкостей фаз [16].

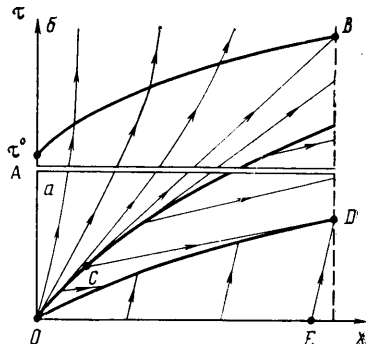
4. Фронтальное вытеснение. Аналитические решения. Рассмотрим сначала вытеснение нефти при непрерывном нагнетании раствора активной примеси. В этом случае начальные и граничные условия для системы уравнений (3.2) имеют вид

$$s(X, 0) = s_0, \quad c(X, 0) = 0, \quad s(0, \tau) = 1, \quad c(0, \tau) = c^0 \quad (4.1)$$

Здесь s_0 — начальная водонасыщенность пласта, а c^0 — концентрация активной примеси в закачиваемом растворе. Решение задачи (3.2), (4.1)



Фиг. 2



Фиг. 3

$s(X, \tau)$, $c(X, \tau)$, где $0 \leq X \leq 1$, очевидно, совпадает с решением для полу-бесконечного пласта $X \geq 0$.

Типичные распределения водонасыщенности s и концентрации примеси c в потоке, а также траектории скачков и s -характеристик в плоскости (X, τ) показаны соответственно на фиг. 2 (сплошными линиями) и 3, а. Приведенное решение соответствует довытеснению остаточной нефти из пласта после его заводнения. Качественно оно имеет тот же вид, что и при постоянной скорости фильтрации [1, 2] — с двумя характерными разрывами, отвечающими фронтам концентрации и насыщенности. Однако в данном случае s -характеристики в плоскости (X, τ) остаются прямолинейными только в области фильтрации воды и нефти $X > X_c^+(\tau)$; в зоне вытеснения нефти раствором активной примеси $0 < X < X_c^+(\tau)$ s -характеристики, вообще говоря, криволинейны и значения насыщенности вдоль них уже не сохраняются. Искомое решение, таким образом, уже не является автомодельным; в частности, скорости обоих скачков и значения насыщенности на них изменяются со временем.

Найдем сначала параметры фронта концентрации $X_c^+(\tau)$ и $s_c^\pm(\tau) = s(X_c^\pm \pm 0, \tau)$. Они удовлетворяют соотношениям [17]

$$\frac{dX_c^+}{d\tau} = \frac{F(s_c^-, c^0, N) + \omega_\phi}{s_c^- + \omega_a} = \frac{F(s_c^+) - F(s_c^-, c^0, N)}{s_c^+ - s_c^-} = \xi_1(s_c^-, c^0, N) \quad (4.2)$$

$$N = QM(s_c^-, c^0, N) / A(X_c^+) \gamma(c^0), \quad X_c^+(0) = 0$$

Величины s_c^+ , s_c^- и N здесь связаны тремя трансцендентными уравнениями; выражая их через X_c^+ , подставляя в первое соотношение (4.2), а затем интегрируя, получаем закон движения фронта концентрации в параметрическом виде

$$s_c^\pm = s_c^\pm(X_c^+), \quad N = N(X_c^+), \quad \tau = \int_0^{X_c^+} \frac{[s_c^-(X) + \omega_a] dX}{F(s_c^-(X), c^0, N(X)) + \omega_\phi} \quad (4.3)$$

Если площадь поперечного сечения пласта $A(X) \neq \text{const}$, то фронт распространяется с переменной скоростью $V_c^+ = dX_c^+/d\tau$. В частности, при $A_x' > 0$ (например, в случае радиального вытеснения) базразмерная скорость $V_c^+(\tau)$ возрастает. Это связано с увеличением доли воды в потоке $F(s, c^0, N)$ как функции $N(X)$ при фиксированных значениях s по мере удаления от входного сечения пласта.

Перед фронтом концентрации $X > X_c^+(\tau)$ s -характеристики — прямые, вдоль которых сохраняются постоянные значения s . Для определения закона движения скачка насыщенности $X = X_s(\tau)$ достаточно, следуя [18], проинтегрировать первое уравнение (3.2) по области, ограниченной кон-

туром *OCDEO* (см. фиг. 3, а). Имеем

$$\int_0^{\tau_c} (F - \xi_2 s) d\tau = (\tau_D - \tau_C) [F(s_C^+) - \xi_1(s_C^+) s_C^+] + \tau_D [F(s_0) - \xi_1(s_0) s_0] - X_E s_0. \quad (4.4)$$

$$X_S(\tau_D) = X_E + \tau_D \xi_1(s_0) = X_C^+(\tau_C) + (\tau_D - \tau_C) \xi_1(s_C^+), \quad s_C^+ = s_C^+(\tau_C)$$

Здесь τ_i ($i=C, D, E$) — ординаты соответствующих точек плоскости (X, τ) , а переменные $S=S_C^-$ и $X=X_C^+$ в подынтегральном выражении связаны соотношениями (4.2). Если $X_C^+(\tau_C)$ и $s_C^+(\tau_C)$ известны, то $X_S(\tau_D)$, X_E и τ_D находятся из системы линейных уравнений (4.4).

Скачок насыщенности с самого начала вытеснения может распространяться с постоянной скоростью, равной скорости скачка в решении Баклея — Леверетта. Так будет, если соответствующее автомодельное решение, отвечающее асимптотике $\tau \rightarrow 0$, имеет участок непрерывного изменения насыщенности при $X > X_C^+$.

При очень большой начальной водонасыщенности s_0 возможна также ситуация, когда, начиная с некоторого момента времени $\tau = \tau_1 \geq 0$, $s_C^+(\tau) = s_0 > s_C^-(\tau)$ и s -скачок сливается с c -скачком, распространяющимся далее уже с постоянной скоростью V_c .

В зоне вытеснения нефти раствором активной примеси $0 < X < X_C^+$ насыщенности находятся путем интегрирования уравнений s -характеристик (3.4). Учитывая, что при этом $dc/d\tau = 0$, получаем

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_1(s, c^\circ, N), \quad \frac{ds}{d\tau} = H(s, c^\circ, N) F_N'(s, c^\circ, N) \frac{A_X'(X)}{A(X)} \quad (4.5)$$

$$N = QM(s, c^\circ, N) / A(X) \gamma(c^\circ), \quad 0 \leq X < X_C^+(\tau)$$

Исключение τ из (4.5) дает обыкновенное дифференциальное уравнение относительно X и s , которое должно интегрироваться численно, например методом Рунге — Кутты, вдоль всех характеристик в области $0 \leq X < X_C^+(\tau)$. После его решения τ находится из (4.5) в квадратурах.

Рассмотрим теперь другую задачу. Пусть примесь закачивается в пласт в течение ограниченного отрезка времени $0 < \tau < \tau^\circ$, т. е. в виде оторочки [19], а при $\tau > \tau^\circ$ закачивается вода и, следовательно, $c(0, \tau) = 0$. Для определения закона движения тыла оторочки $X = X_C^-(\tau)$ и насыщенностей на скачке $s_C^\pm(\tau) = s(X_C^\pm \pm 0, \tau)$ достаточно [18, 19] проинтегрировать уравнение баланса примеси в потоке по области *OABCO* плоскости (X, τ) (см. фиг. 3). Этот интеграл сводится к интегралу по контуру области от дифференциальной формы

$$\begin{aligned} \Omega_c &= [Fc + (1-F)\varphi] d\tau - [sc + (1-s)\varphi + a/m] dX = \\ &= c(1-\Phi) [F + \omega_\varphi] d\tau - (s + \omega_a) dX \end{aligned}$$

Вдоль траекторий скачков $X = X_C^\pm(\tau)$, совпадающих с c -характеристиками (3.5), $dX/d\tau = \xi_2 = (F + \omega_\varphi) / (s + \omega_a)$ и потому интегралы по участкам *AB* и *CO* равны нулю. Интеграл по отрезку *OA* равен $c^\circ(1-\Phi)(1+\omega_\varphi)\tau^\circ$. Таким образом, для определения $X_C^-(\tau)$ получаем уравнения

$$\int_{\tau_C}^{\tau_B} (\xi_2 - \xi_1) \frac{s + \omega_a}{1 + \omega_\varphi} d\tau = \tau^\circ, \quad X_C^-(\tau_B) - X_C^+(\tau_C) = \int_{\tau_C}^{\tau_B} \xi_1 d\tau \quad (4.6)$$

где переменные X , τ и s в подынтегральных выражениях связаны соотношениями (4.5). Заметим, что при некотором конечном значении τ_B точки *O* и *C* совпадают; это связано с существованием центрированной волны, выходящей из начала координат. Первое уравнение (4.6) позволяет найти τ_B , отвечающее фиксированной характеристике, а второе — $X_C^-(\tau_B)$.

В области $0 < X < X_c^-(\tau)$ характеристики — прямые, вдоль каждой из которых $s = s(X_c^-(\tau') - 0, \tau') = \text{const}$. Здесь τ' ($\tau^\circ \leq \tau' \leq \tau$) отвечает ординате точки пересечения соответствующей характеристики с траекторией тыла оторочки $X = X_c^-(\tau)$ в плоскости (X, τ) .

Качественный вид распределений насыщенности s и концентрации c показан штриховыми линиями на фиг. 2.

Таким образом, построение решения задачи о вытеснении нефти оторочкой раствора активной примеси из трубки тока переменного сечения сводится к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений (4.4) (соотношений на s -характеристиках) в зоне, занятой оторочкой; после этого решение во всей области течения достраивается аналитически в явном виде.

Особенно просто строится аналитическое решение задачи при $\tau^\circ \rightarrow 0$, т. е. в случае бесконечно тонкой оторочки [20]. При этом $X_c^- = X_c^+ = X_c(\tau)$ и оторочка вырождается в сдвоенный скачок насыщенности, а s -характеристики во всей плоскости (X, τ) прямолинейны. Решение сводится к отысканию закона движения оторочки из соотношений

$$\frac{dX_c}{d\tau} = \frac{F(s_c^+) - F(s_c^-)}{s_c^+ - s_c^-} = \frac{F(s_c^\pm) - F(s_c, c^\circ, N)}{s_c^\pm - s_c} = \xi_1(s_c, c^\circ, N) \quad (4.7)$$

$$N = QM(s_c, c^\circ, N) / A(X_c) \gamma(c^\circ), \quad X_c(0) = 0$$

где s_c^\pm — насыщенности на сдвоенном скачке, а s_c — насыщенность в оторочке.

Сравнивая (4.7) с (4.2), видим, что закон движения бесконечно тонкой оторочки оказывается точно таким же, как закон движения переднего фронта оторочки конечного объема, который находится в квадратурах.

Изложенная методика построения решений имеет естественные ограничения на начальное распределение водонасыщенности (оно должно быть однородным) и на режим закачки раствора активной примеси (либо непрерывное нагнетание, либо в виде оторочки при постоянной концентрации примеси). Если эти требования не выполняются, то задача должна решаться численно.

5. Численный метод и анализ результатов расчетов. Основная цель модельных расчетов, результаты которых приводятся ниже, заключалась в анализе чувствительности показателей процесса вытеснения по отношению к типу реагента и скорости вытеснения. Последняя, очевидно, определяется как темпом закачки, так и геометрией элемента течения. Рассматривались два кольцевых элемента течения ($r_0 \leq r \leq R$) в пласте единичной мощности при плоскорадиальной фильтрации, отвечающие при скважинной зоне ($r_0 = 1$ м, $R = 25$ м) и удаленной от скважины части пласта ($r_0 = 25$ м, $R = 100$ м). Площадь поперечного сечения соответствующей трубки тока выражается в виде $A(X) = 2\pi[r_0^2 + (R^2 - r_0^2)X]^{1/2}$, $X = (r^2 - r_0^2) / (R^2 - r_0^2)$.

Вязкость нефти считалась постоянной и принимала значения 2 и 16 мПа·с. Эти же значения принимала вязкость раствора активной примеси $\mu_1^\circ = \mu_1(c^\circ)$. Вязкость воды $\mu_1(0) = 1$ мПа·с. Зависимость остаточной нефтенасыщенности s_2^* от капиллярного числа задавалась в виде (1.5), где функция $g(N_c)$ в соответствии с данными [5] аппроксимировалась следующим образом:

$$g(N_c) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{z + 1,5}{4,5} \right) \right], \quad z = \lg N_c \quad (-6 \leq z \leq -1,5) \quad (5.1)$$

$$g(N_c) = 1 \quad (z < -6), \quad g(N_c) = 0 \quad (z > -1,5)$$

Остаточная водонасыщенность $s_{10}^* = s_{10}^*$ принималась равной 0,2; остаточная нефтенасыщенность при вытеснении нефти водой $s_{20}^* = 0,3$; пористость $m = 0,2$. Растворимость примеси в нефти не учитывалась ($\varphi = 0$).

Межфазное натяжение для нефти и закачиваемого раствора активной примеси γ_1 принимало значения 0,1; 0,01 и 0,001 мН/м; межфазное натяжение для воды и нефти $\gamma_0 = 30$ мН/м.

Относительные фазовые проницаемости вычислялись по формулам (1.1) при $k_1 = k_2 = 1$, $n_1 = 3,5$ и $n_2 = 3$.

Адсорбция примеси описывалась соотношениями

$$a = \Gamma c \quad (\partial c / \partial \tau > 0, c = c_m)$$

$$a = \alpha \Gamma c_m + (1 - \alpha) \Gamma c \quad (0 \leq c < c_m)$$

Здесь Γ — коэффициент Генри, а α — коэффициент, учитывающий частичную ($0 < \alpha < 1$) или полную ($\alpha = 1$) необратимость адсорбции; c_m имеет смысл максимальной концентрации примеси в воде в фиксированной точке пласта за весь рассматриваемый отрезок времени.

Рассматривались случаи «малой» ($\Gamma = 0,013$) и «большой» ($\Gamma = 0,067$) адсорбции примеси при ее полной обратимости ($\alpha = 0$) и необратимости ($\alpha = 0,95$). Величина начальной водонасыщенности пласта выбиралась равной 0,3 или 0,65, а скорость фильтрации на внешней границе пласта ($r = R$) $U_R = 0,3; 1; 3$ и 10 м/сут.

Расчеты проводились конечно-разностным методом [3], основанным на схеме «явный левый угол» с разделением временного шага по каждому из уравнений. Это позволяло с высокой точностью воспроизводить скачки концентрации примеси. Выбор временных шагов для каждого из уравнений $\Delta \tau_i$ осуществлялся таким образом, чтобы соответствующие числа Куранта $K_i = \xi_i^* \Delta \tau_i / h$ были близки к единице. Здесь h — шаг по X , а ξ_i^* — максимальные значения характеристических скоростей ξ_i по всем узлам сетки. Наряду с числами K_i находились их разностные аналоги K_i' , получаемые заменой производных в выражениях (3.4) и (3.5) для ξ_i разностными отношениями. Далее, из чисел K_i и K_i' выбиралось максимальное K_i^* , которое затем и использовалось для определения временного шага $\Delta \tau_i$ из условия $K_i^* = K$, где K обычно задавалось равным 0,9.

Остановимся на некоторых вычислительных трудностях. В ряде случаев расчеты сопровождались неуправляемыми изменениями насыщенности и концентрации — численной неустойчивостью. Для ее подавления величину K приходилось понижать до 0,6–0,8; при этом, естественно, несколько снижалась точность расчетов. Анализ показал, что неустойчивость развивается только на самой начальной стадии расчета в виде «выбросов» значений насыщенности и концентрации и, по-видимому, связана с сильной нелинейностью уравнений. При детальном изучении этого явления было замечено, что оно сопровождается быстрым увеличением разностных чисел Куранта K_i' по сравнению с K_i . Для предупреждения неустойчивости расчета насыщенности использовался следующий прием. За критерий качества численного решения принималось соотношение $K_i \approx K_i'$. При $K_i' > K_i$ проводилось автоматическое занижение временного шага $\Delta \tau_i$, сглаживающее решение и подавляющее таким образом возникновение выбросов. Для этого величина $K \approx 0,9$ умножалась на корректирующий множитель $\chi < 1$. После ряда экспериментов зависимость χ от K_i' и K_i была выбрана в виде $\chi = K_0 + (1 - K_0) (K_i' / K_i)^2$, где $K_0 \approx 0,6 - 0,7$. Это позволило полностью устранить выбросы насыщенности. Сходная модификация процедуры вычисления шага $\Delta \tau_2$ не привела к устранению выбросов концентрации, и определение шага $\Delta \tau_2$ полностью автоматизировать не удалось.

Шаг расчетной сетки h во всех случаях был равен 0,01. Зависимости вязкости раствора активной примеси и поверхностного натяжения при промежуточных значениях концентрации ($0 < c < c^0$) аппроксимировались следующим образом:

$$\mu_1(c) = \left\{ 1 + \frac{c}{c^0} [(\mu_1^0)^{\eta_1} - 1] \right\}^{\eta_1}$$

$$\gamma(c) = \left[\gamma_0^{-1} + \frac{c}{c^0} (\gamma_1^{-1} - \gamma_0^{-1}) \right]^{-1}$$

Вид этих зависимостей при качественном воспроизведении скачков концентрации слабо сказывается на результатах расчетов.

Первая серия расчетов была выполнена для прискважинной зоны при непрерывном нагнетании раствора активной примеси и начальной водонасыщенности пласта $s_0 = 0,65$ (случай «довытеснения» нефти). Значения коэффициента вытеснения η приведены в табл. 1. Безразмерное время вытеснения было порядка 1,7; при $\tau > 1,5$ величина η практически уже не менялась. Предварительные расчеты процесса вытеснения нефти водой при $s_0 = 0,3$ показали, что коэффициент вытеснения η не зависит от скорости U_R в данном диапазоне ее изменения, а определяется исключительно вязкостью нефти: $\eta = 0,46$ и $0,34$ при $\mu_2 = 2$ и 16 мПа·с соответственно.

При довытеснении нефти раствором активной примеси влияние скорости фильтрации оказывается заметным только при $\gamma_1 = 0,1$ мН/м и малой вязкости раствора активной примеси μ_1^0 . При $\gamma_1 = 0,01$ мН/м η практически не зависит от U_R и определяется соотношением вязкостей μ_1^0 и μ_2 . Это согласуется с отмеченным в разд. 2 фактом сужения диапазона значений скорости фильтрации, в пределах которого она существенно влияет на показатели вытеснения. Последние в данном случае не зависят от величины коэффициента Генри.

Вторая серия расчетов была проведена для удаленной части пласта; безразмерный объем оторочки τ^0 составлял 0,1. Результаты представлены в табл. 2, где η и η' —

Таблица 1

γ_1	μ_1°	μ_2	η	
			$U_R = 3$	10
0,1	2	2	0,449	0,535
	2	16	0,166	0,234
	16	2	0,786	0,817
	16	16	0,578	0,603
0,01	2	2	0,589	0,590
	2	16	0,275	0,289
	16	2	0,818	0,819
	16	16	0,607	0,607

коэффициенты вытеснения при полностью обратимой и необратимой адсорбции ($\Gamma=0,067$).

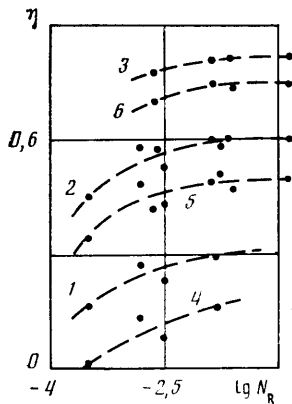
Сопоставление значений η при $s_0=0,65$ и $\gamma_1=0,01$ с приведенными в табл. 1 позволяет проследить влияние скорости на показатели вытеснения в более широком диапазоне ее изменения. В частности, при $\mu_1^\circ=2$ мПа·с, $\mu_2=16$ мПа·с и $U_R=0,3$ м/сут величина η оказывается примерно в 20 раз меньше, чем при $U_R=3$ и 10 м/сут, а при $\mu_1^\circ=\mu_2$ и $U_R=3$ м/сут коэффициент вытеснения в 1,5–1,7 раза больше, чем при $U_R=0,3$ м/сут. Вообще говоря, влияние скорости и межфазного натяжения на коэффициент вытеснения тем больше, чем меньше отношение вязкостей $\mu=\mu_1^\circ/\mu_2$, т. е. чем менее благоприятны условия вытеснения нефти водой.

Из табл. 2 видно, что потери активной примеси в пласте из-за ее необратимой сорбции приводят к значительному уменьшению коэффициента вытеснения ($\eta' < \eta$), а иногда, в случае довытеснения нефти после заводнения ($s_0=0,65$), — к безрезультатности активного воздействия на пласт. В последнем случае влияние скорости и межфазного натяжения на коэффициент вытеснения также возрастает.

Для исследования влияния геометрии течения на показатели вытеснения проводились расчеты для случая линейного потока при постоянной скорости во всей области фильтрации. При этом для сопоставления выбирался вариант, в котором скорость фильтрации U равнялась U_R — скорости фильтрации на внешней границе кольцевого элемента пласта $r=R$. Так, для первых четырех вариантов, указанных в табл. 1 ($r_0=1$ м, $R=25$ м, $\gamma_1=0,1$, $U_R=3$), получены следующие значения η : 0,41; 0,132; 0,77 и 0,56.

Как видно, расхождения между результатами не велики и тем меньше, чем более выгодными являются условия вытеснения. Это связано с тем, что объем прискважинной части пласта, в которой скорость меняется сильно, не велика по сравнению с объемом всего рассматриваемого элемента пласта. Для его удаленной от скважины части ($r_0=25$ м, $R=100$ м) различия оказываются еще меньше, что объясняется видом зависимости остаточной нефтенасыщенности от капиллярного числа. Действительно, если в прискважинной зоне скорость увеличивается в 25 раз за счет расширения потока, то в кольцевом элементе пласта — всего в 4 раза. Но из фиг. 1 и зависимости (5.1) следует, что изменение капиллярного числа N_C меньше, чем на полпорядка, не должно сильно влиять на показатели вытеснения.

Была сделана попытка построения параметрических зависимостей коэффициента вытеснения от основных безразмерных параметров: капиллярного числа, отношения вязкостей, безразмерного объема оторочки, степени необратимости адсорбции примеси. На фиг. 4 сведены результаты расчетов, представленные в табл. 1 и 2 для случая довытеснения остаточной нефти ($s_0=0,65$). В качестве капиллярного числа использовалось $N_R=U_R\mu_1^\circ/\gamma_1$. Кривые 1–3 отвечают непрерывному нагнетанию раствора активной примеси, 4–6 — закачке оторочки объемом $\tau^\circ=0,1$; для кривых 1 и 4, 2 и 5, 3 и 6 отношение вязкостей $\mu=\mu_1^\circ/\mu_2$ составляет соответственно 1/8, 1 и 8. Видно, что чем ниже показатели вытеснения, тем больше разброс результатов вокруг аппроксимирующих кривых $\eta=\eta(N_R)$. Это обстоятельство не является неожиданным, так как локальное капиллярное число $N=U\mu_1/\gamma$, определяющее эффективность вытеснения нефти, переменна в элементе течения и изменяется в ходе вытеснения. При учете необратимости адсорбции разброс результатов становится еще более существенным, поэтому соответствующие данные на фиг. 4 не приводятся.



Фиг. 4

Таблица 2

s_0	γ_1	μ_1°	μ_2	η		η'	
				$U_R = 0,3$	1,0	0,3	1,0
0,3	0,01	2	2	0,676	0,724	0,550	0,586
		2	16	0,517	0,552	0,419	0,444
		16	2	0,855	0,873	0,607	0,647
		16	16	0,740	0,751	0,481	0,509
	0,001	2	2	0,750	0,762	0,640	0,679
		2	16	0,574	0,583	0,477	0,505
		16	2	0,881	0,879	0,692	0,718
		16	16	0,754	0,754	0,540	0,571
0,65	0,01	2	2	0,347	0,434	0,096	0,182
		2	16	0,014	0,086	0	0
		16	2	0,704	0,742	0,234	0,311
		16	16	0,424	0,471	0	0,031
	0,001	2	2	0,491	0,519	0,290	0,348
		2	16	0,136	0,160	0	0
		16	2	0,753	0,753	0,356	0,448
		16	16	0,493	0,499	0,046	0,114

Тем не менее аппроксимирующие кривые на фиг. 4 позволяют делать качественные оценки влияния различных факторов на показатели вытеснения. В частности, с уменьшением отношения вязкостей переход от непрерывного нагнетания реагента к закачке оторочки приводит к увеличению потерь нефти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Енгов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов) // Успехи механики. 1981. Т. 4. № 3. С. 41–79.
2. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
3. Алишайева О. М. К методике численного расчета задач вытеснения нефти раствором активной примеси // Функциональный анализ: Теория функций и их приложения. Махачкала: Изд-во Дагестан. ун-та, 1982. С. 12–17.
4. Эфрос Д. А. Исследование фильтрации неоднородных систем. М.: Гостоптехиздат, 1963. 351 с.
5. Stegemeier G. L. Mechanisms of entrapment and mobilization of oil in porous media // Improved oil recovery by surfactant and polymer flooding. N. Y.: Acad. Press, 1977. P. 55–91.
6. Taber J. J. Research on enhanced oil recovery: past, present, and future // Surface phenomena in enhanced oil recovery. N. Y.: Plenum Press, 1981. P. 13–52.
7. Larson R. G., Davis H. T., Scriven L. E. Displacement of residual nonwetting fluid from porous media // Chem. Eng. Sci. 1981. V. 36. № 1. P. 75–85.
8. Chatzis I., Morrow N. R. Correlation of capillary number relationships for sandstone // Soc. Petrol. Eng. J. 1984. V. 24. № 5. P. 555–562.
9. Larson R. G., Hirasaki G. J. Analysis of the physical mechanisms in surfactant flooding // Soc. Petrol. Eng. J. 1978. V. 18. № 1. P. 42–58.
10. Gupta S. P., Trushenski S. P. Micellar flooding – compositional effects on oil displacement // Soc. Petrol. Eng. J. 1979. V. 19. № 2. P. 116–128.
11. Fulcher R. A., Jr., Erteckin T., Stahl C. D. Effect of capillary number and its constituents on two-phase relative permeability curves // J. Petrol. Technol. 1985. V. 37. № 2. P. 249–260.
12. Sun Chang ming, Lu Ping. The mechanism of two-phase flow in porous media // Acta Petrolei Sinica. 1982. V. 8. № 1. P. 53–62.
13. Бернадинер М. Г., Енгов В. М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.

14. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 592 с.
15. *Алишайева О. М., Ентово В. М., Зазовский А. Ф.* О структуре сопряженных скачков насыщенности и концентрации в задачах вытеснения нефти раствором активной примеси // ПМТФ. 1982. № 5. С. 93–102.
16. *Downie J., Crane F. E.* Effect of viscosity on relative permeability // Soc. Petrol. Eng. J. 1961. V. 1. № 2. P. 59–60.
17. *Зазовский А. Ф.* О неизотермическом вытеснении нефти водой из нетеплоизолированных пластов // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 5. С. 91–98.
18. *Бедриковецкий П. Г., Лурье М. В., Филинов М. В.* Вытеснение нефти из пористого коллектора водой при наличии в зоне водонефтяного контакта буферной жидкости // Инж.-физ. журн. 1982. Т. 43. № 4. С. 674–675.
19. *Бедриковецкий П. Г.* О вытеснении нефти оторочками растворов активных примесей // Докл. АН СССР, 1982. Т. 262. № 1. С. 49–53.
20. *Ентово В. М., Зазовский А. Ф.* О динамике вытеснения нефти тонкой оторочкой раствора активной примеси // Тр. Моск. ин-та нефтехим. и газ. пром-сти им. И. М. Губкина. 1985. Вып. 181. С. 32–52.

Москва

Поступила в редакцию
6.I.1986