

УДК 532.528

## О МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗВИТЫХ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБАХ

КАРЛИКОВ В. П., ХОМЯКОВ А. Н., ШОЛОМОВИЧ Г. И.

В рамках модели вязкой, невесомой, несжимаемой жидкости получена приближенная зависимость между числами кавитации в безграничном потоке и в рабочем участке гидротрубы, при которых обеспечивается равенство максимальных поперечных размеров каверн, образованных за одинаковыми кавитаторами.

На основе анализа известных и проведенных авторами численных расчетов развитых кавитационных течений для кавитаторов различной формы в плоском и осесимметричном случаях сделана оценка, показавшая, что при выполнении найденной связи между указанными числами кавитации оказываются равными в безграничном и ограниченном потоках также и относительные длины, относительные максимальные поперечные размеры и удлинения каверн. Равенство указанных величин в рассмотренных случаях с точностью до 6% имеет место для всех значений чисел кавитации в трубе, отличающихся от предельных не менее чем на 5%. Этот вывод подтверждается экспериментами авторов и других исследователей.

1. Во многих случаях исследования развитых кавитационных течений проводятся в гидродинамических трубах с закрытой рабочей частью, стенки которой могут оказать значительное влияние на полученные результаты — существенно изменить форму и размеры кавитационной полости, ограничить снизу значение числа кавитации и т. п. [1–2]. Эти эффекты усиливаются с ростом загромождения рабочего участка и уменьшением значений чисел кавитации, т. е. в условиях, специфических для современных кавитационных исследований.

Известно решение ряда плоских задач об обтекании кавитаторов различной формы в канале с твердыми границами [2].

Наиболее трудными оказались задачи об осесимметричном течении с развитой кавитацией в трубе. Значительные математические трудности решения этих задач в точной постановке способствовали появлению ряда приближенных подходов, позволивших выявить важные качественные особенности таких течений [3–6]. В [3] на основе использования известного выражения для потенциала источника интенсивности  $Q$ , расположенного на оси цилиндрической трубы, для кавитатора в форме диска в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости получены приближенные зависимости длины каверны  $L$  и ее максимального диаметра  $D$  от числа кавитации в трубе  $\sigma_T = 2(P_0 - P_K) / \rho V_0^2$  и загромождения кавитатором сечения трубы  $s_d = S_d / S_0$ , где  $V_0$  и  $P_0$  — скорость и давление на входе в рабочий участок гидротрубы,  $P_K$  — давление в каверне,  $\rho$  — плотность жидкости,  $S_d$  — характерная площадь кавитатора,  $S_0$  — площадь поперечного сечения рабочего участка гидротрубы. В этой же работе получена формула для определения минимального числа кавитации

$$\sigma_m = \frac{1}{(1 - \sqrt{C_{x_0} s_d})^2} - 1 \quad (1.1)$$

Здесь  $C_{x_0}$  — коэффициент сопротивления кавитатора при числе кавитации в безграничном потоке  $\sigma_\infty = 2(P_\infty - P_K) / \rho V_\infty^2$ , равном нулю, где  $P_\infty$  и  $V_\infty$  — давление или скорость на бесконечности в безграничном потоке.

В [4] из уравнений сохранения расхода и изменения импульса потока в интегральной форме при определенной схематизации течения были также получены соотношения для  $D$  и соотношение для  $\sigma_m$ , которое после преобразований совпадает с (1.1). В этой работе впервые был поставлен вопрос о нахождении связи между значениями чисел кавитации в безграничном потоке  $\sigma_\infty$  и измеренного в трубе  $\sigma_T$ , при которых максимальные поперечные размеры кавитационных полостей за кавитатором в безграничной жидкости и в трубе будут одинаковыми. Здесь же также впервые указан возможный способ учета влияния на каверну пограничного слоя на стенках трубы и показано, что в представляющем наибольший практический

интерес диапазоне малых чисел кавитации поправки, связанные с учетом пограничного слоя на стенках, могут иметь одинаковый порядок с поправками на влияние стенок в рамках идеальной жидкости и поэтому не могут не учитываться. В [6] поправки на влияние пограничного слоя внесены и в формулу для минимального числа кавитации.

В [5] методом, аналогичным использованному в [4], но в рамках схемы Жуковского — Рошко для идеальной жидкости, были найдены зависимости максимального поперечного размера кавитационной полости от  $\sigma_T$  и  $s_d$  и формула для определения  $\sigma_m$ , совпадающая с (1.1).

Приближенное определение длины кавитационной полости при обтекании кавитатора в трубе с твердыми границами и в струе со свободными границами выполнено для идеальной жидкости в [7], где в случае осесимметричного течения используется метод, развитый в [3], но рассмотрен лишь частный случай — замена каверны источником и стоком.

Следуя методике [4, 5], авторы работы [8] приближенно определили максимальный поперечный размер каверны при обтекании кавитатора в трубе с перфорированными стенками при отсосе или вдуве жидкости через них. В этой работе учтено влияние трения на стенках.

Численные решения осесимметричных задач в точной постановке даны, например, в [9–10]. Наиболее полное исследование содержится в [10], где приведено численное решение задач об осесимметричных течениях с развитой кавитацией в цилиндрической трубе для диска и различных конусов.

Следует подчеркнуть, что практически все существующие в настоящее время точные численные решения осесимметричных задач о влиянии границ трубы получены только в рамках модели идеальной жидкости и лишь для немногочисленных частных случаев: относительного загромождения рабочего участка препятствиями в форме диска, сферы, конуса и т. п., причем полученные различными авторами результаты существенно зависят от принятой ими схематизации течений [7]. Все это ограничивает возможность практического использования таких работ, не говоря уже о том, что реализация численных методов для отличных от описанных в работах типов кавитаторов и режимов течений, часто встречающихся в практике экспериментальных исследований, не всегда доступна экспериментаторам и требует значительных затрат времени. Поэтому очевидна необходимость дальнейшей разработки достаточно простых и надежных приближенных методов учета влияния границ потока для использования их экспериментаторами при моделировании развитых кавитационных течений в гидродинамических трубах.

Настоящая работа содержит развитие предложенного в [4] приближенного метода учета влияния стенок и оценку области его применимости на основе сравнения с имеющимися точными решениями плоских и осесимметричных задач, а также с данными экспериментов.

2. Рассмотрим обтекание потоком вязкой невесомой жидкости расположенного в цилиндрическом рабочем участке гидротрубы насадка с образованием за ним кавитационной полости с максимальным поперечным сечением  $S$  (фиг. 1).

Выделим контрольный объем  $012340$  и будем считать, что в сечении  $00$  течение в трубе равномерное и толщина пограничного слоя равна нулю. Натекающий поток имеет здесь скорость  $V_0$  и давление  $P_0$ . В существующих гидродинамических трубах положение сечения  $00$  выбирается таким, чтобы обтекание модели не оказывало заметного влияния на измерение параметров натекающего потока. В сечении  $12$  профиль скоростей имеет вид, показанный на фиг. 1 сплошной линией. На границе каверны скорость равна  $V_K$ .

Для жидкости в контрольном объеме запишем уравнение расхода и в проекции на направление оси трубы уравнение изменения импульсов

$$S_0 V_0 = \int_{s_0-S} V dS \quad (2.1)$$

$$\rho \int_{s_0-S} V^2 dS - \rho V_0^2 S_0 = P_0 S_0 - \int_{s_0-S} P dS - P_K S - \int_{s_d} (P - P_K) dS - F - F_1$$

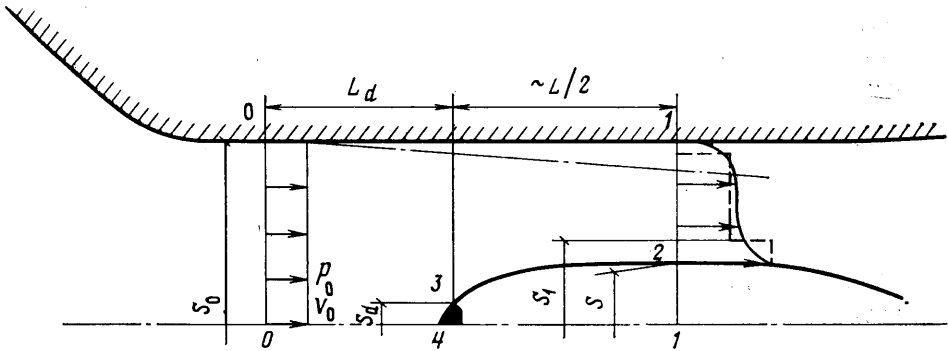
Здесь  $F$  и  $F_1$  — проекции сил трения, действующих на жидкость соответственно со стороны стенок трубы на участке  $01$  и кавитатора на участке  $34$ .

Для простоты вычисления интегралов по поверхности сечения 12 используем следующую схематизацию течения.

В сечении кольцевого слоя, непосредственно прилегающего к каверне, внешний контур которого ограничивает некоторую площадь  $S_1$ , скорость жидкости равна скорости на поверхности каверны  $V_k$ , а давление равно давлению в ней  $P_k$ .

В части сечения 12 от границы  $S_1$  до внешней границы пограничного слоя на стенках скорость постоянна и равна  $V_1$ , а давление —  $P_1$ , причем величины  $P_0$ ,  $V_0$ ,  $P_1$  и  $V_1$  связаны уравнением Бернулли.

В кольцевом слое с площадью сечения  $S_1$ , прилегающем к стенкам трубы, профиль скоростей соответствует профилю в пограничном слое, скорость  $V_1$  есть скорость на внешней его границе, а давление равно  $P_1$ .



Фиг. 1

Для вычисления в (2.1) интегралов в сечении пограничного слоя используем понятия площади вытеснения  $S^*$  и площади потери импульса  $S^{**}$

$$S^* = S_1 - \frac{1}{V_1} \int_{s_1} V dS, \quad S^{**} = S_1 - \frac{1}{V_1^2} \int_{s_1} V^2 dS$$

После введения безразмерных величин и использования полученных из интегралов Бернулли соотношений между  $P_0$ ,  $V_0$ ,  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $P_k$  и  $V_k$

$$v_i = \frac{V_i}{V_0}; \quad p_i = \frac{2P_i}{\rho V_0^2}; \quad s_i = \frac{S_i}{S_0}, \quad f = \frac{2F}{\rho V_0^2 S_0}$$

$$C_x = \frac{2}{S_d \rho V_0^2} \int (P - P_k) dS$$

$$p_1 - p_k = v_k^2 - v_1^2, \quad p_0 - p_k = v_k^2 - 1, \quad p_0 - p_1 = v_1^2 - 1 \quad (2.2)$$

уравнения (2.1) без учета пограничного слоя на кавитаторе, влияние которого во многих случаях незначительно, могут быть записаны в виде

$$(v_k - v_1) s_1 - v_k s + v - 1 = v_1 s^* \quad (2.3)$$

$$(v_k^2 - v_1^2) s_1 - 2v_k^2 s + (v_1^2 - 1) + C_x s_d = -f + 2v_1^2 (s^* + s^{**})$$

Правые части этих уравнений обусловлены учетом пограничного слоя на стенках трубы. Их величина зависит как от геометрических и режимных параметров трубы, так и от характеристик кавитационного обтекания насадка. Ограничимся случаем, когда наличие насадка с каверной оказывают слабое влияние на правые части уравнений (2.3). Тогда величину последних можно приближенно вычислить, рассмотрев течение в трубе без насадка и каверны за ним, т. е. при  $s = s_1 = s_d = 0$ . В этом случае, обозначая через  $\xi = p_0 - p_1$  коэффициент падения давления между сече-

ниями 00 и 11, из (2.2) и (2.3) после исключения  $s_1$  найдем

$$\xi = (p_0 - p_1)_{s_d=0} = (v_1^2 - 1)_{s_d=0} = [-f + 2v_1^2(s^* + s^{**})]_{s_d=0} \simeq \simeq [-f + 2v_1^2(s^* + s^{**})]_{s_d \neq 0} \quad (2.4)$$

$$(\sqrt{1+\xi} - 1)_{s_d=0} = (v_1 - 1)_{s_d=0} = v_1 s^* |_{s_d=0} \simeq v_1 s^* |_{s_d \neq 0} \\ (v_k - 1)^2 + (v_k - v_1) [1 - v_k(1-s)] - C_x s_d = -\xi + (v_k + v_1) (\sqrt{1+\xi} - 1) \quad (2.5)$$

Соотношение (2.5) справедливо и в случае обтекания насадка с каверной в канале с параллельными стенками.

Используя далее, как это сделано в [4], формулу  $v_1 = \sqrt{1 + \sigma_T - \sigma_\infty}$ , известные выражения  $s = C_x/k\sigma_\infty$ ,  $C_x s_d = (\sqrt{1 + \sigma_m} - 1)^2$ ,  $v_k = \sqrt{1 + \sigma_T}$  и найденное соотношение (2.5), получим искомую связь между  $\sigma_\infty$  и  $\sigma_T$ , при выполнении которой обеспечивается равенство максимальных поперечных размеров каверн в ограниченном и безграничном потоках

$$(\sqrt{1 + \sigma_T} - 1)^2 + (\sqrt{1 + \sigma_T} - \sqrt{1 + \sigma_T - \sigma_\infty}) \left\{ 1 - \sqrt{1 + \sigma_T} \left[ 1 - \frac{(\sqrt{1 + \sigma_m} - 1)^2}{k\sigma_\infty} \right] \right\} - \\ - (\sqrt{1 + \sigma_m} - 1)^2 = -\xi + (\sqrt{1 + \sigma_T} + \sqrt{1 + \sigma_T - \sigma_\infty}) (\sqrt{1 + \xi} - 1) \quad (2.6)$$

Для представляющих наибольший практический интерес диапазонов значений  $\sigma_T \ll 1$ ,  $\sigma_m \ll 1$  и  $\xi \ll 1$  формула (2.6) преобразуется к виду

$$\sigma_\infty = (\sigma_T - \xi) - n \frac{\sigma_m^2}{(\sigma_T - \xi)}, \quad n = 1 - \frac{1}{2k} \quad (2.7)$$

Формула (2.7), справедливая для реальной жидкости, отличается от аналогичной формулы для идеальной жидкости [4] наличием коэффициента  $n$  и коэффициента потерь давления  $\xi$  между сечением, в котором измеряется статическое давление  $P_0$ , и сечением, соответствующим расположению максимального поперечного размера наблюдаемой каверны. Коэффициент  $\xi$  с достаточной точностью может быть найден на основании измерения распределения давления вдоль рабочего участка гидродинамической трубы при отсутствии в потоке модели.

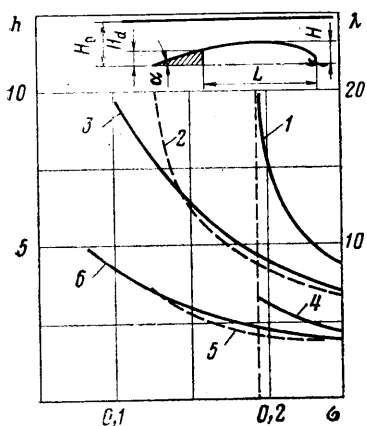
3. Перейдем к оценке точности и области применимости рассматриваемого приближенного метода учета твердых границ потока сначала на основе точных решений, полученных для идеальной невесомой несжимаемой жидкости. В рамках теории работы [2] авторами был выполнен по схеме Тулина численный расчет симметричных кавитационных течений для клина с углом полураствора  $\alpha = 15^\circ$  и для плоской пластинки при загромождениях  $s_d = 0$  и  $0,025$ . Определялись удлинение каверны  $\lambda = L/2H$  и относительная максимальная ширина ее  $h = H/H_d$ .

Сплошными линиями на фиг. 2 приведены результаты расчетов для клина. Кривые 1 и 4 показывают зависимости  $\lambda = \lambda(\sigma_T)$  и  $h = h(\sigma_T)$  при  $s_d = H_d/H_0 = 0,025$ , а кривые 3 и 6 — зависимости  $\lambda = \lambda(\sigma_\infty)$  и  $h = h(\sigma_\infty)$  при  $s_d = 0$ . Штриховые линии 2 и 5 демонстрируют результаты пересчета соответственно кривых 1 и 4 с использованием при  $\xi = 0$  формулы (2.7). Значение коэффициента  $n = 0,36$  определялось в результате аппроксимации кривой 6 с помощью формулы  $s = C_x/k\sigma_\infty$ . Сравнение показывает, что при  $\sigma_T \geq 1,05\sigma_m$  отличие кривых 2 и 5 от кривых 3 и 6, характеризующее погрешность приближенного определения относительных размеров каверн, не превышает 6%.

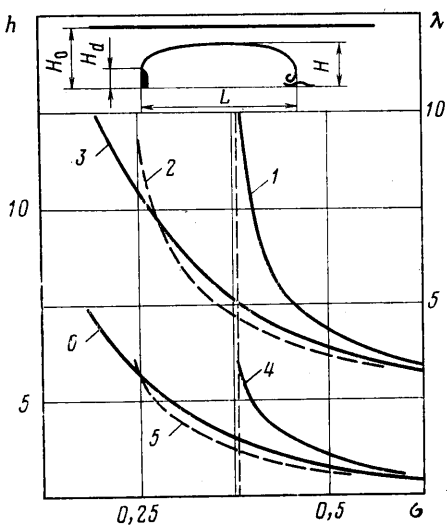
Результаты аналогичных расчетов для плоской пластины представлены на фиг. 3. Из сравнения зависимостей, полученных из точного решения (сплошные линии: 1 и 4 —  $s_d = 0,025$ ; 3 и 6 —  $s_d = 0$ ) с пересчитанными по формуле (2.7) (штриховые кривые 2 и 5), следует, что погрешность

приближенного определения габаритных размеров каверн здесь также не выходит за пределы 6% для  $\sigma_T \geq 1,05\sigma_m$ .

Проведем такое же сравнение для случая осесимметричных течений. Воспользуемся результатами численных расчетов для диска [10]. На фиг. 4 сплошными кривыми 1 и 4 нанесены соответственно зависимости  $\lambda = L/2R = \lambda(\sigma_T)$  и  $r = R/R_d = r(\sigma_T)$  при  $s_d = 0,0025$ , а 3 и 6 — зависимости  $\lambda = \lambda(\sigma_\infty)$  и  $r = r(\sigma_\infty)$  при  $s_d = 0$ . Аппроксимация кривой  $r = r(\sigma_\infty)$  формулой  $s = C_x/k\sigma_\infty$  дает значение коэффициента  $k = 0,9$ . Поэтому в формуле (2.7) для осесимметричного случая принималось  $n = 0,445$ . Результаты пересчета зависимостей  $\lambda(\sigma_T)$  и  $r(\sigma_T)$  с помощью формулы (2.7) изображены на фиг. 4 штриховыми линиями. Нетрудно увидеть, что отличие результатов



Фиг. 2



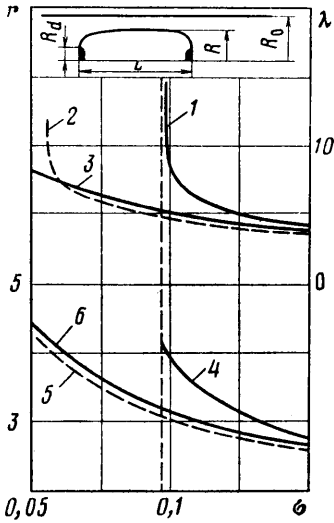
Фиг. 3

приближенного пересчета габаритных размеров каверн от точного решения составляет при  $\sigma_T \geq 1,03\sigma_m$  не более 5%.

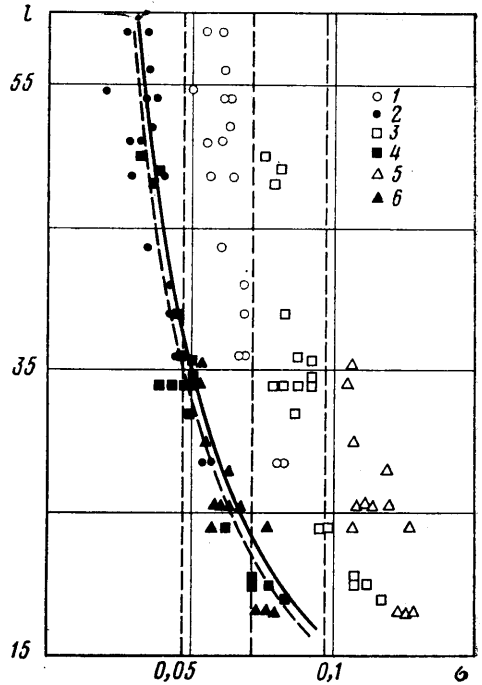
Таким образом, выполненный анализ точных численных решений и в плоском и в осесимметричном случаях для идеальной жидкости свидетельствует о том, что формула (2.7) при  $\xi = 0$  позволяет с погрешностью, не превышающей 6%, определить значение  $\sigma_\infty$ , при котором каверна в безграничном потоке будет иметь те же габаритные размеры и удлинения, что и каверна за тем же кавитатором в трубе или канале при  $\sigma = \sigma_T$ .

4. Оценка эффективности рассматриваемого метода в случае  $\xi \neq 0$  может быть сделана на основе результатов экспериментальных исследований кавитационных течений в гидродинамических трубах. При пересчете способом, аналогичным рассматриваемому, зависимостей  $r = r(\sigma_T)$ , полученных экспериментально при различных относительных загромождениях в гидродинамической трубе Института механики МГУ, имеется хорошее согласие с результатами экспериментов в неограниченном потоке [4]. Ниже представлены результаты экспериментальных исследований, показывающие, что этот вывод может быть сделан и для относительных длин каверн.

Рассмотрим сначала осесимметричный случай. Для экспериментального определения длины каверны за дисками была проведена серия экспериментов в гидродинамической трубе Института механики МГУ. В круглой рабочей части гидротрубы диаметром  $D_0 = 0,4$  м на кормовых державках длиной 0,8 и 0,6 м с диаметром 0,012 м, устанавливались кавитаторы — диски с диаметрами  $D_d = 0,010, 0,015$  и  $0,02$  м (загромождения  $s_d = 0,000625, 0,0014, 0,0025$ ). Каверны создавались путем поддува газа за



Фиг. 4



Фиг. 5

кавитаторы. В экспериментах измерялось число кавитации  $\sigma_T$  и проводилось фотографирование каверн. По фотографиям находилась длина каверн  $L$ . Масштаб длины определялся по специальным меткам, нанесенным на поверхность кормовой державки. Опыты проводились при числах Фруда  $Fr = V_0 / \sqrt{gD_d} \geq 15$ , что обеспечивало достаточную осевую симметрию кавитационных полостей (малое влияние весомости жидкости).

Для определения коэффициента потерь давления  $\xi$  были проведены специальные опыты в трубе без кавитатора и державки. Был измерен при различных скоростях потока  $V_0$  градиент давления  $\nabla P = \Delta P / \Delta x$  в рабочем участке гидротрубы. Это позволило определить зависимость безразмерного градиента давления  $\xi_0 = 2 \nabla P D_0 / \rho V_0^2$  от числа Рейнольдса  $Re = V_0 D_0 / \nu$  ( $\nu$  — кинематическая вязкость воды)

$$\xi_0 = [0,008 + 7,42 \cdot 10^{-10} (Re - 4,9 \cdot 10^6)] \pm 0,0002$$

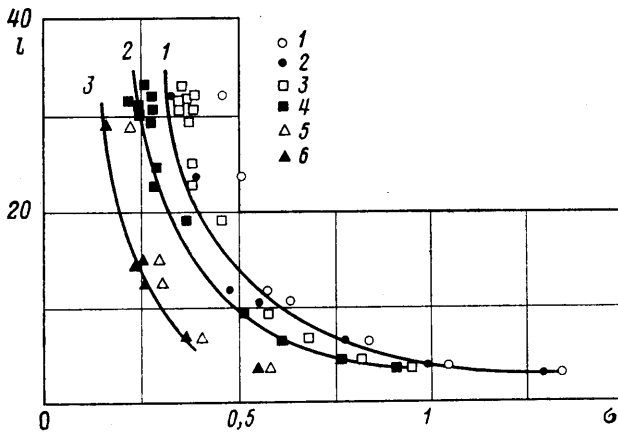
$$1,5 \cdot 10^6 \leq Re \leq 4 \cdot 10^6$$

Поправочный коэффициент  $\xi$  в (2.7) находился по формуле (обозначения см. на фиг. 1):

$$\xi = \xi_0 \frac{2L_d + L}{2D_0} \quad (4.1)$$

На фиг. 5 представлены результаты экспериментов по определению зависимости  $l = L / 2R_d = l(\sigma_T)$ . Точками 1, 3 и 5 на графике показаны экспериментальные данные для загромождений соответственно  $s_d = 0,000625$  ( $\sigma_m = 0,047$ ),  $s_d = 0,0014$  ( $\sigma_m = 0,0715$ ) и  $s_d = 0,0025$  ( $\sigma_m = 0,097$ ). Затем аргумент  $\sigma_T$  пересчитывался по формуле (2.7) с учетом коэффициента потерь давления  $\xi$ , найденного из (4.1). Результаты пересчета представлены на фиг. 5 точками 2, 4 и 6. На этой же фигуре нанесена зависимость

$$l = \frac{K}{\sigma_\infty} \sqrt{C_x |\ln \sigma_\infty|} \quad (4.2)$$



Фиг. 6

для  $K=1,0925$  (сплошная линия) и для  $K=1,03$  (штриховая линия). Значения  $K$  определены соответственно в [12] на основе анализа численных расчетов для диска и в [7] на основе аппроксимации экспериментальных результатов различных исследователей.

Штриховые вертикальные прямые указывают предельные значения чисел кавитации  $\sigma_m$  для рассматриваемых загромождений потока.

В приведенной серии экспериментов поправки на потерю давления за счет трения на стенках изменялись в пределах  $0,005 \leq \xi \leq 0,017$ .

Из фиг. 5 видно, что пересчет экспериментальных зависимостей с помощью формулы (2.7) для различных загромождений  $s_d$  обеспечивает достаточно хорошее совпадение их с кривыми (4.2).

Для проверки возможности пересчета экспериментальной зависимости  $l=L/2H_d=l(\sigma_T)$  с помощью формулы (2.7) в случае плоских течений были использованы описанные [1] результаты экспериментов, показанные на фиг. 6. Точки 1, 3 и 5 относятся соответственно к плоской пластине и клиньям с углами раствора  $2\alpha=90$  и  $30^\circ$  при относительном загромождении  $s_d=0,027$ . Точки 2, 4 и 6 соответствуют пересчету экспериментальных данных на условия обтекания безграничным потоком по формуле (2.7). Наконец, на этой же фигуре сплошными линиями нанесены теоретические зависимости  $l=l(\sigma_\infty)$  [4] (при численном расчете геометрии каверны использовалась схема Рябушинского). Кривые 1–3 соответствуют значениям  $\alpha=90, 45, 15^\circ$ .

Приведенные результаты показывают, что и в случае плоских течений пересчет экспериментальных точек с помощью формулы (2.7) также достаточно эффективен.

Следует заметить, что при использовании формулы (2.7)  $\sigma_m$  может определяться по формуле (1.1), если для кавитатора известна величина  $C_{x_0 s_d}$ . Если же значение  $C_{x_0 s_d}$  неизвестно, то  $\sigma_m$  может быть найдено по формулам  $\sigma_m = \sigma_{Tm} - \xi_1$ ,  $\xi_1 = \sigma_{Tm}^e - \sigma_m^e$ , где  $\sigma_{Tm}$  определяется из опыта в трубе или канале с исследуемым кавитатором [6], а  $\sigma_{Tm}^e$  и  $\sigma_m^e$  — из аналогичного опыта с эталонным кавитатором, т. е. кавитатором с известным значением  $C_{x_0 s_d}$ .

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что при моделировании развитых кавитационных течений в гидродинамических трубах необходимо выбирать такие размеры кавитаторов, чтобы требуемые удлинения кавитационных полостей получались при  $\sigma_T \geq 1,05\sigma_m$ . В этом случае рассматриваемая приближенная методика обеспечивает достаточную точность пересчета характеристик наблюдаемого в гидродинамической трубе течения на течение в безграничном потоке.

Результаты настоящей работы должны учитываться также при использовании предложенного в [11] на основе [4] эффективного способа определения коэффициента сопротивления кавитатора, не требующего применения силоизмерительной аппаратуры.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хеммит Ф. Кавитация. М.: Мир, 1974. 687 с.
2. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
3. Campbell J. I., Thomas G. E. Water tunnel boundary effects on axially symmetric fully developed cavities // Aeronaut. Res. Council. Current Pap. 1956. № 278. 14 p.
4. Карликов В. П., Шоломович Г. И. Метод приближенного учета влияния стенок при кавитационном обтекании тел в гидродинамических трубах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 4. С. 89–93.
5. Эпштейн Л. А. О минимальном числе кавитации и ширине каверны в плоском и осесимметричном каналах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 5. С. 78–81.
6. Шоломович Г. И. О влиянии стенок на минимальное число кавитации при осесимметричном кавитационном обтекании тел в трубе // Вестн. МГУ. 1966. № 5. С. 126–127.
7. Эпштейн Л. А., Лапин В. М. Приближенный расчет влияния границ потока на длину каверны в плоской задаче и за осесимметричным телом // Тр. ЦАГИ. 1980. Вып. 2060. С. 3–24.
8. Ивченко В. М., Кулак А. П. О размерах каверны в трубах со сплошными и перфорированными стенками // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 2. С. 163–167.
9. Амромин Э. Л., Иванов А. Н. Осесимметричное кавитационное обтекание тел в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 4. С. 50–55.
10. Гузевский Л. Г. Влияние стенок на плоские и осесимметричные кавитационные течения // Пристенные течения со свободными поверхностями. Новосибирск: Изд-е Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1980. С. 5–17.
11. Карликов В. П., Шоломович Г. И. Об определении коэффициента сопротивления симметричных тел при нулевом числе кавитации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 2. С. 88–89.
12. Гузевский Л. Г. Численный анализ кавитационных течений. Новосибирск, 1979. 36 с. (СО АН СССР. Ин-т теплофизики. Препринт № 40–79).

Москва

Поступила в редакцию  
15 IX 1986