

УДК 532.516.5:519.63

## РАСЧЕТ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ГАЗА В БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ ЗА ТЕЛАМИ С КОРМОЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

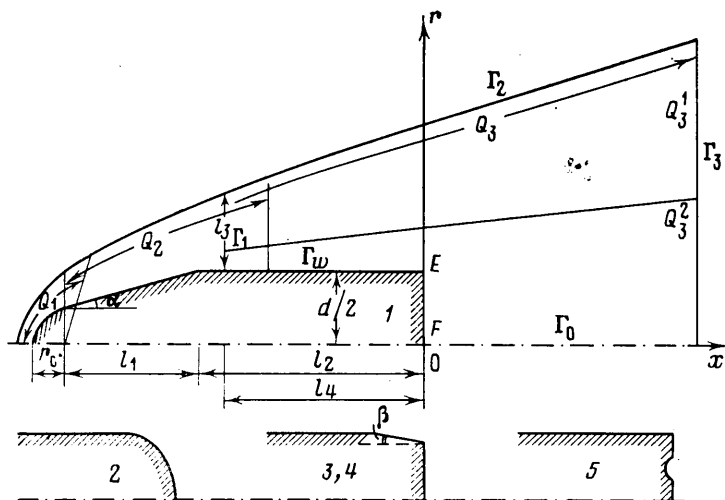
ЛУЗЯНИНА Т. Б., ПАСКОНОВ В. М.

Исследованию газодинамических характеристик хвостовых частей летательных аппаратов при обтекании их сверхзвуковым потоком вязкого газа посвящено достаточно много экспериментальных работ (например, [1–6]). В ряде случаев детальное исследование осесимметричных течений в следе за телами конечного размера может быть выполнено на основе численного решения полной системы уравнений Навье – Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа [7]. Расчеты течений в ближнем следе проводились в основном за цилиндрическими и коническими телами с плоским донным срезом. В то же время некоторые экспериментальные работы, например [3], показывают, что изменение формы кормовой части тела может существенно влиять на величину донного давления.

В настоящей работе на основе полной системы уравнений Навье – Стокса проводится численное исследование влияния формы кормы цилиндрического затупленного тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого теплопроводного газа, на структуру течения в ближнем следе и аэродинамические характеристики тела. Рассчитаны течения в следе за телами с кормой различных форм: полусферической, в виде усеченного конуса и с кольцевой выемкой. Для всех рассмотренных форм кормы установлено увеличение донного давления по сравнению с цилиндрическим телом с плоским донным срезом. Показана зависимость величины донного давления от угла полураствора усеченного конуса, качественно соответствующая результатам экспериментов. Получено, что кольцевая выемка на плоской корме увеличивает донное давление.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается стационарное течение в ближнем следе за затупленными телами конечного размера с достаточно произвольной формой кормы, обтекаемыми сверхзвуковым потоком под нулевым углом атаки. Учитывается взаимное влияние эффектов сжимаемости, вязкости и теплопроводности. Физико-химические процессы и эффект молекулярных взаимодействий не учитываются. Предполагается, что газ термически и калорически совершенный, набегающий на тело поток газа однороден и невозмущен, течение ламинарное и симметричное относительно оси симметрии тела. В качестве модели используется полная система нестационарных уравнений Навье – Стокса. Искомыми функциями являются плотность  $\rho$ , компоненты вектора скорости  $u$ ,  $v$ , температура  $T$ . Определяющие критерии подобия – числа Рейнольдса  $Re_\infty = \rho_\infty U_\infty d / \mu_\infty$ , Маха  $M_\infty = U_\infty / a_\infty$  и Прандтля  $Pr = c_p \mu_\infty / \lambda_\infty$ , где  $U_\infty$  – скорость,  $\rho_\infty$  – плотность,  $\mu_\infty$  и  $\lambda_\infty$  – коэффициенты вязкости и теплопроводности,  $a_\infty$  – скорость звука,  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $d$  – диаметр цилиндрической части тела (фиг. 1).

Система уравнений Навье – Стокса решается в одной из меридиональных полуплоскостей, проходящих через ось симметрии тела (фиг. 1). Для расчета обтекания затупленного тела конечного размера используется сегментация всей возмущенной телом области на ряд перекрывающихся областей  $Q_i (i=1, 2, \dots)$  с последовательным расчетом течения в каждой из них [7].



Фиг. 1

При расчете течения в ближнем следе (область  $Q_3$ ) задаются следующие граничные условия.

Течение в ближнем следе оказывает влияние вверх по потоку на некоторое конечное расстояние. Поэтому на границе  $\Gamma_1$ , выбранной на соответствующем расстоянии от донного среза, задаются значения функций, полученные из решения задачи обтекания головной или боковой частей тела при соответствующих параметрах набегающего потока. На участках границы  $\Gamma_w$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_3$  области  $Q_3$  задаются следующие граничные условия:

$$u_w = v_w = 0, T_w = \text{const}, (x, r) \in \Gamma_w$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = v = \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0, (x, 0) \in \Gamma_0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0, (x, r) \in \Gamma_3$$

Для больших чисел Рейнольдса ( $Re_\infty \geq 10^3$ ), как показывают эксперименты, головная волна тонкая, поэтому можно считать ее поверхностью разрыва газодинамических параметров, на которой выполняются нестационарные условия Рэнкина – Гюгонио (граница  $\Gamma_2$ ).

**2. Метод расчета.** Для получения решения системы уравнений Навье – Стокса в областях со сложной конфигурацией границ используются сетки, адаптирующиеся к границам расчетной области [8]. При этом учитывается форма границ и их подвижность в процессе решения задачи методом установления. Методика построения сеток позволяет сгущать их в областях больших градиентов искомых функций. Отображение искомой области на прямоугольник осуществляется преобразованием вида  $x = x(\xi, \eta)$ ,  $r = r(\xi, \eta)$ , построенного с помощью кубических и рациональных сплайнов. Здесь  $x, r$  – цилиндрические координаты,  $\xi, \eta$  – координаты их образов на равномерной сетке в прямоугольнике. Методика построения сетки в расчетной области основана на выборе нескольких опорных линий в направлениях  $x, r$ , характеризующих форму границ рассматриваемой области и составляющих скелет будущей сетки. В качестве исходных данных задаются координаты точек пересечения опорных линий (опорные точки) и координаты их образов на равномерной сетке в прямоугольнике. Выбор опорных точек осуществляется в интерактивном режиме общения вычислителя с программой построения сетки, позволяющем конструировать расчетную сетку с учетом особенностей задачи. Это достигается путем пошагового последовательного изменения координат отдельных узлов и получения от программы информации о качестве сетки на каждом шаге процесса построения сетки. Метод прост в реализации, позволяет избежать трудностей, присущих вариационным методам построения сеток.

Система уравнений Навье – Стокса решается в новой системе координат  $(\xi, \eta)$

на равномерной сетке с помощью неявной разностной схемы метода переменных направлений. Схема имеет второй порядок аппроксимации на установленном решении. Система одномерных разностных уравнений решается методом скалярной прогонки. Для учета давления  $p$  в уравнениях движения на верхнем временном слое используется следующий порядок определения искомых функций:  $\rho$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $v$ .

Значения плотности на теле определяются из уравнения неразрывности с учетом условий прилипания. Для замыкания системы уравнений Рэнкина – Гюгионо плотность за ударной волной определялась линейной экстраполяцией по внутренним точкам.

При численном решении уравнений Навье – Стокса методом установления с учетом нестационарных условий Рэнкина – Гюгионо на ударной волне происходит процесс установления положения ударной волны. Подвижная сетка учитывает нестационарность верхней границы области интегрирования. В используемом алгоритме перестройка разностной сетки происходит автоматически на каждом полном временном шаге после вычисления значений всех искомых функций в узлах сетки и определения нового положения ударной волны. В расчетной области равномерная сетка не изменяется. В соответствии с изменением координат узлов сетки в физической области изменяются коэффициенты перехода от координат  $(x, r)$  к координатам  $(\xi, \eta)$ .

Как обычно, при численных расчетах для устранения колебаний решения применялась процедура регулируемого сглаживания.

Разностное решение считалось установившимся, если в расчетной области

$$\max_{i,j} \left| \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial t} \right| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon \leq 10^{-3}$$

**3. Результаты расчетов.** Исследуется течение в ближнем следе за сферически затупленным телом, состоящим из конуса и цилиндра (фиг. 1) при следующих основных параметрах:  $M_\infty=4$ ,  $Re_\infty=8 \cdot 10^4$ ;  $Pr=0,72$ ,  $\gamma=1,4$ ,  $\omega=0,75$ ,  $T_w=1$ . Геометрические параметры полного тела имели следующие размеры (фиг. 1): угол полураствора конуса  $\alpha=15^\circ$ , радиус затупления головной части  $r_c=0,25$ , длина конической части тела  $l_1=0,9$ , цилиндрической  $l_2=1,475$ . Длина цилиндрической части в расчетной области  $l_4=1,35$ . Значения газодинамических функций на левой границе области были взяты из расчета обтекания боковой поверхности рассматриваемого тела [9]. Отход головной ударной волны от оси симметрии тела на левой границе  $l_3=0,9675$ .

Система координат выбиралась следующим образом: ось  $x$  направлена вдоль оси симметрии тела, начало координат  $(x=0, r=0)$  соответствует центральной точке  $F$  кормы (фиг. 1).

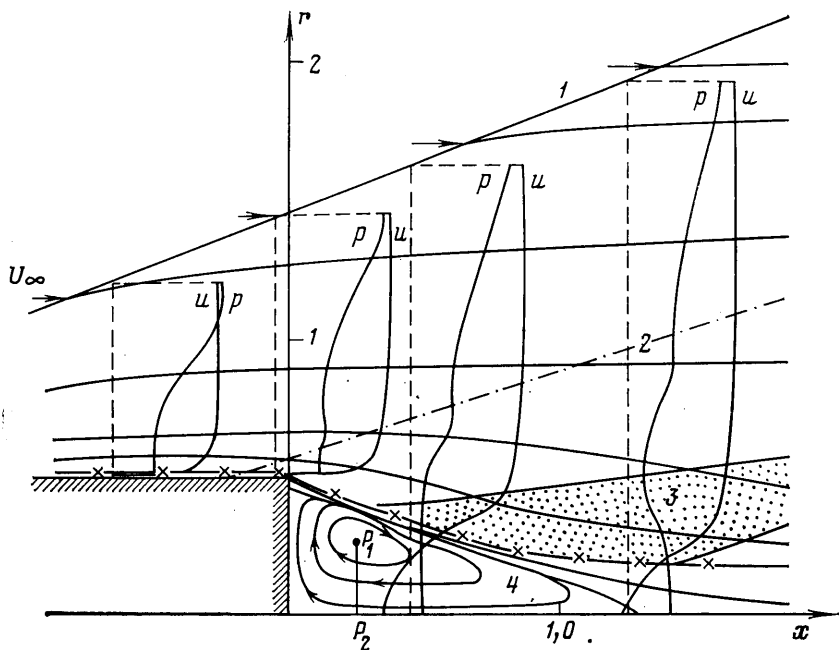
На фиг. 1 приведены все рассмотренные профили образующей кормы тела: 1 – плоская прямоугольная корма, 2 – полусферическая, 3, 4 – корма в виде усеченного конуса с углами полураствора конуса  $\beta=5^\circ$ ,  $\beta=10^\circ$  соответственно, 5 – плоская корма с кольцевой выемкой.

При больших числах Рейнольдса расчет течения в донной области осложнен наличием областей сильного изменения градиентов искомых функций и большими размерами области возвратно-циркуляционного течения. Методические расчеты показали, что вследствие ограниченности памяти ЭВМ достаточно точное решение можно получить путем деления всей области  $Q_3$  на подобласти и уточнения решения в этих областях на последовательности сеток. Расчет течения во всей области  $Q_3 = Q_3^1 \cup Q_3^2$  для прямоугольной кормы был проведен на сетке, содержащей  $(60 \times 45)$  узлов, из них 520 узлов приходилось на область  $Q_3^2$  (сетка 1), включающую область ближнего следа и пограничный слой у тела. Уточнение решения проводилось в этой области на последовательности сеток, содержащих 780 узлов (сетка 2), 940 (сетка 3) и 1200 (сетка 4).

Для оценки точности расчетов проверялось также выполнение интегрального закона сохранения массы газа в расчетном объеме. Погрешность в выполнении этого закона составляла при расчетах на сетке 1 примерно 2%, а на сетке 4 – 0,8%.

Число итераций до установившегося решения существенно зависит от начального поля и составляет 1500–2000.

На фиг. 2 приведена общая картина течения в расчетной области за телом с плоским донным срезом. Номерами отмечены некоторые характерные линии и области течения, определенные по линиям тока, профилям давления и продольной составляющей скорости.



Фиг. 2

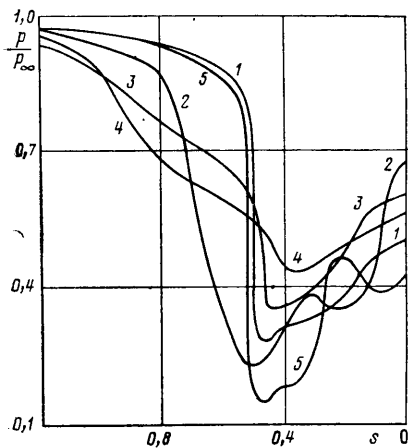
Расчеты показали, что положение тонкой головной ударной волны  $I$  от формы кормы практически не зависит.

Вследствие разворота потока после угловой точки давление сверху вниз падает, образуя веер волн разрежения, и в ближайшей окрестности под угловой точкой происходит перерезание (2 — верхняя граница веера волн разрежения). Величина и положение области перерезания существенно зависят от типа донного среза. Вниз по потоку от кормы перерезание уменьшается и постепенно исчезает. Поперек зоны возвратного течения давление постоянно и резко изменяется в области сжатия, находящейся в сверхзвуковом потоке над задней критической точкой. Серия волн сжатия возникает вниз по потоку от кормы и переходит в «размытый» хвостовой скачок 3. Положение и угол наклона хвостового скачка уплотнения отличаются от различных форм кормы незначительно. Интенсивность хвостового скачка  $I_p$  ( $I_p = \Delta p / \Delta r$ , где  $\Delta p$  — величина перепада давления,  $\Delta r$  — длина отрезка вдоль оси  $r$ , на котором наблюдается этот перепад давления) для различных вариантов колебалась в пределах 6—9%.

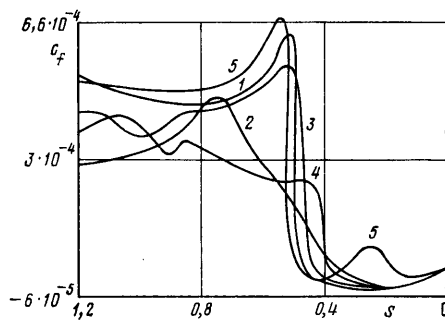
Для всех рассмотренных форм кормы за телом наблюдается развитая зона возвратно-циркуляционного течения 4. Размеры области возвратного течения зависят от величины и направления полной скорости потока вблизи угловой точки тела. Для прямоугольной кормы скорость потока перед угловой точкой максимальная, но направлена примерно параллельно оси симметрии тела. Для кормы в виде усеченного конуса более существенный вклад в полную скорость вносит поперечная составляющая, т. е. поток разворачивается сильнее. Причем для кормы с профилем 3 величина полной скорости вблизи угловой точки почти в 2 раза больше, чем для кормы с профилем 4. Поэтому для данной кормы поток газа, сходя с кромки с большей скоростью, увеличивает размеры области отрыва. Так, задняя критическая точка для прямоугольной кормы находится при  $x=1,2$ , для кормы с профилями 3 и 4 — при  $x=1,55$ ;  $1,50$  соответственно. Поэтому интенсивность возвратно-циркуляционного течения для кормы с профилем 3 на 10% больше по сравнению с другими рассмот-

ренными формами кормы. Соответственно для этой же кормы наблюдается и максимальная протяженность дозвуковой области за телом.

На фиг. 3 приведено распределение давления  $p/p_\infty$  вдоль боковой поверхности и кормы тела для всех рассматриваемых профилей кормы. Номер линии соответствует номеру профиля образующей кормы (см. фиг. 1). Ось  $s$  направлена вдоль кормы тела и образующей боковой поверхности, начало отсчета для  $s$  совпадает с центральной точкой кормы тела. Такой выбор точки отсчета для  $s$  и различные длины образующих всех рассматриваемых типов кормы приводят к тому, что левые концы графиков для различных форм кормы расходятся. Если взять за начало отсчета для  $s$  левую границу расчетной области, то значения функций



Фиг. 3



Фиг. 4

вблизи точки отсчета будут совпадать, но сравнение поведения функций вдоль кормы тел будет затруднено.

Для прямоугольной кормы давление особенно быстро падает от угловой точки примерно до точки отрыва потока. Чем больше область перереза, тем сильнее падает давление в этой области. Для кормы с профилем 4 точка отрыва потока почти совпадает с угловой точкой. Поэтому для этой кормы область перереза наименьшая и величина минимального донного давления выше по сравнению с другими формами кормы. Примерно от точки отрыва потока до оси симметрии давление увеличивается. Степень увеличения давления зависит от массы газа, поступающего на дно в области возвратного течения.

По полученным значениям искомых функций была определена масса газа  $M$ , проходящего через круг с радиусом  $P_1P_2$  (фиг. 2), где  $P_1$  — центр вихря, а плоскость круга ортогональна оси симметрии тела. Очевидно, что чем больше масса газа, проходящего на корму, тем больше донное давление. Для прямоугольной кормы  $M=0,00602$ , при срезе кормы на угол  $\beta=5^\circ$   $M=0,00619$  и  $M=0,00567$  при срезе на угол  $\beta=10^\circ$ . Соответственно величина донного давления  $p_b/p_\infty$  принимает следующие значения для этих форм кормы: 0,154; 0,243; 0,216. Таким образом, при срезе прямоугольной кормы на угол  $\beta=10^\circ$  донное давление уменьшается, что качественно соответствует результатам натурного эксперимента [3], проведенного для углов среза кормы  $0^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$  при параметрах набегающего потока  $M_\infty=2,71$ ,  $Re_\infty=3 \cdot 10^6$ . Этот эксперимент показал, что максимальная величина донного давления наблюдается для кормы со срезом на угол  $\beta=6^\circ$ .

Коэффициент напряжения трения, распределение которого приведено

на фиг. 4, вычислялся по формуле

$$c_f = \frac{1}{\text{Re}_\infty} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial n} \right) \Big|_w$$

где  $n$  — нормаль к поверхности тела,  $U$  — проекция скорости потока на касательную к образующей тела. Перед донным срезом в пограничном слое поток ускоряется, вследствие чего напряжение трения возрастает. Затем  $c_f$  падает до точки отрыва потока и в области возвратного течения меняет знак.

Для сравнения влияния формы кормы тела на величину сопротивления в качестве эталона используется хвостовая часть тела ( $0 \leq x \leq 1,05$ ), максимально учитывающая влияние течения в следе для всех рассмотренных форм кормы. Таким образом, сопротивление эталона  $R$  включает сопротивление боковой цилиндрической поверхности  $R_1$  и сопротивление кормы тела  $R_2$  и вычисляется следующим образом:

$$R = R_1 + R_2, \quad R_1 = \int_{S_1} \mu \frac{\partial U}{\partial n} \sin \theta ds_1$$

$$R_2 = R_c - R_p = \int_{S_2} \mu \frac{\partial U}{\partial n} \sin \theta ds_2 - \int p \cos \theta ds_2$$

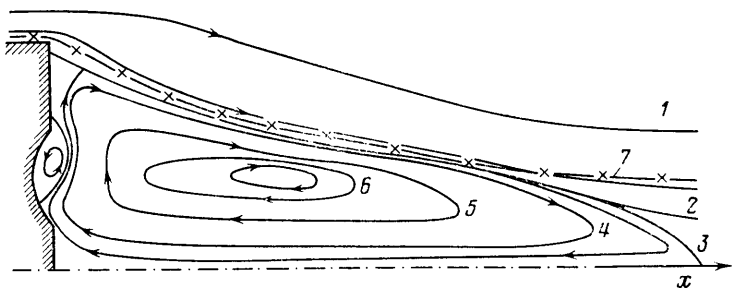
Здесь  $\theta$  — угол между нормалью к поверхности тела  $n$  и направлением набегающего потока,  $S_1$  — боковая цилиндрическая поверхность тела,  $S_2$  — поверхность кормы (полусфера, усеченный конус либо соответствующий плоский донный срез для тела с профилем кормы  $I$ ),  $R_c$  — сопротивление трения,  $R_p$  — сопротивление давления кормы.

При данных параметрах набегающего потока основной вклад в сопротивление эталона  $R$  вносит сопротивление давления кормы  $R_p$  ( $N$  — номер профиля кормы):

$N$	1	2	3	4	5
$R_c \cdot 10^3$	0,73	0,58	0,68	0,41	0,76
$R_p \cdot 10^3$	6,83	11,05	14,85	16,34	7,15
$R_2 \cdot 10^3$	-6,13	-10,47	-14,17	-15,93	-6,39
$R_1 \cdot 10^3$	0,93	0,30	0,76	0,67	1,07
$R \cdot 10^3$	-5,20	-10,17	-13,41	-15,26	-5,32

Для полусферической кормы сопротивление эталона в 1,96 раз меньше, чем для прямоугольной кормы. Хотя донное давление для кормы с профилем 3 больше, чем для кормы с профилем 4, для данных параметров набегающего потока составляющая давления, влияющая на сопротивление конического среза для кормы с профилем 4, существенно больше, чем для кормы с профилем 3. Поэтому сопротивление эталонного участка для кормы с профилем 4 наименьшее, его величина в 2,93 раза меньше соответствующего сопротивления для прямоугольной кормы. Корма с профилем 3 уменьшает сопротивление эталона в 2,60 раз.

В [5] уменьшение сопротивления осесимметричного цилиндрического тела достигается за счет круговых канавок на корме тела, расположенных в зоне больших продольных градиентов давления перпендикулярно поверхности тела. С целью численного исследования влияния подобных типов кормы на структуру течения в ближнем следе и величину сопротивления тела был проведен расчет обтекания плоской кормы с кольцевой выемкой (фиг. 1). Выемка располагалась на расстоянии  $\Delta r = 0,0882$  от оси симметрии тела и на расстоянии  $\Delta r = 0,1868$  от боковой поверхности, глубина выемки составляла 0,05. Характерной чертой течения за такой кормой является наличие двух вихрей (фиг. 5). На фиг. 5 приведены линии тока (кривые 1-6 — соответственно  $\psi = 10^{-2}$ ,  $10^{-4}$ ,  $-10^{-4}$ ,  $-4 \cdot 10^{-4}$ ,  $-8 \cdot 10^{-7}$ ; 7 — звуковая линия). Второй вихрь, сравнительно сла-



Фиг. 5

бой интенсивности, образуется в районе выемки. Отрывное течение не симметрично относительно центра выемки, второй вихрь сдвинут вверх, точка присоединения выходит за пределы выемки. Наличие выемки несколько увеличивает донное давление и соответственно уменьшает сопротивление тела.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Швец А. И., Швец И. Т. Газодинамика ближнего следа. Киев: Наук. думка, 1976. 382 с.
2. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1973. Т. 3. 333 с.
3. Баланин Б. А., Максимов В. Ф., Абросимова Т. Ю. Донное сопротивление тел, имеющих коническую хвостовую часть // Вестн. ЛГУ. 1983. № 7. Вып. 2. С. 46-49.
4. Лаврухин Г. Н. Внешнее сопротивление и донное давление хвостовых частей фюзеляжей различной формы // Уч. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 3. С. 105-111.
5. Howard F. G., Goodman W. L., Walsh M. J. Axisymmetric bluffbody drag reduction using circumferential grooves // AIAA Pap. 1983. № 1788. 10 p.
6. Физико-газодинамические баллистические исследования. Л.: Наука, 1980. 236 с.
7. Косошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом. М.: Изд-во МГУ, 1980. 247 с.
8. Лузянина Т. В. Программа построения разностной сетки с помощью кубических сплайнов // Алгоритмы пакета прикладных программ по аэрогидродинамике. М.: Изд-во МГУ, 1984. С. 33-42.
9. Белова О. Н., Косошинская Н. С., Пасконов В. М. Расчет обтекания вязким газом боковых поверхностей удлиненных тел с изломами образующей // Библиотека программ по аэрогидродинамике. М.: Изд-во МГУ, 1984. С. 24-37.

Москва

Поступила в редакцию  
19.VI.1986