

УДК 532.516.5

**СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА ВБЛИЗИ ЗАДНЕЙ
КРОМКИ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ**

ГРИДНЕВ Н. П.

На основе решения полной системы уравнений Навье – Стокса исследован характер течения вязкого теплопроводного газа в окрестности задней кромки плоской пластины. Задача решалась по разностной схеме 3-го порядка точности [1]. Расчет проводился при тех же условиях, что и эксперимент [2], в котором пластина конечных размеров ($L=12$ см) обтекалась сверхзвуковым потоком газа с $M=2$ и $Re_\infty=1000$. Для получения приемлемой для проведения измерений толщины пограничного слоя (порядка 2 см) невозмущенный газ был слабо разрежен.

При исследовании подобного рода задач [3–7] нужно использовать полную систему уравнений Навье – Стокса, так как в непосредственной окрестности задней кромки несправедливо одно из существенных предположений теории пограничного слоя $\partial^2 u / \partial y^2 \gg \partial^2 u / \partial x^2$. В результате течение вблизи задней кромки пластины вверх по потоку будет зависеть от течения непосредственно за кромкой, так как возмущения в этом случае распространяются как вверх, так и вниз по потоку. Разреженность газа создает дополнительные трудности при постановке граничных условий на обтекаемой пластине при численном исследовании этой проблемы.

1. Постановка задачи. Задача решалась в двумерном приближении на основе полной системы уравнений Навье – Стокса для вязкого теплопроводного газа

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0$$

$$\mathbf{f} = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{vmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^2 - \sigma_x \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ (E - \sigma_x)u - \tau_{xy}v - \\ -\lambda \partial T / \partial x \end{vmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 - \sigma_y \\ (E - \sigma_y)v - \tau_{xy}u - \\ -\lambda \partial T / \partial y \end{vmatrix}$$

$$E = C_p \rho T + \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2), \quad \sigma_x = -p - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_y = -p - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

Для того чтобы изучить характер течения в окрестности задней кромки плоской пластины, будем рассматривать всю область возмущенного течения в зоне пластины конечных размеров. Ввиду того что в [2] нет никаких данных относительно формы передней кромки и толщины пластины, возьмем ее в форме прямоугольника с поперечным размером $d=2$ мм. В этом случае пластину можно считать бесконечно тонкой, так как выполняется условие $d \ll \delta$, где δ – толщина пограничного слоя. Пластина находится под нулевым углом атаки к невозмущенному потоку, параметры которого взяты из эксперимента: $M=2$, $Re_\infty=1000$, $p=0,06$ мм Hg.

Не нарушая общности, можно полагать, что середина пластины расположена по линии $y=0$. В этом случае граничные условия на оси симметрии записываются обычным образом: $du/dy = dp/dy = dv/dy = v = 0$. На левой границе расчетной области поддерживаются параметры невозмущенного набегающего сверхзвукового потока. На правой и верхней границах в фиктивных слоях, окружающих расчетную область, параметры потока рассчитываются по схеме 1-го порядка точности с односторонней разностью. Такой подход избавляет от необходимости относить границы расчетной области на расстояния, значительно превышающие размеры обтекаемых объектов. Предполагалось также, что пластина теплоизолирована $\partial T/\partial n = 0$.

На поверхности пластины нормальная составляющая скорости $V=0$, а продольная u определялась из условия скольжения [8], записанного без учета «температурного крипа» в предположении справедливости диффузно-зеркальной модели отражения молекул от твердой стенки

$$u_w = \frac{2-\sigma}{\sigma} l \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w$$

где l — средняя длина свободного пробега молекул, σ — коэффициент диффузного отражения молекул.

Для определения коэффициента σ воспользуемся экспериментальными результатами из [2], взяв оттуда значения u_w , $(\partial u/\partial y)_w$, ρ_w . Плотность газа используется для определения средней длины свободного пробега, которая в нормальных условиях принималась равной 10^{-5} мм. Проведенные вычисления показали, что при заданных условиях коэффициент диффузного отражения молекул от стенки значительно отличается от единицы и равен 0,35. Это может быть связано с тем обстоятельством, что при рассматриваемых плотностях, скоростях и температурах на поверхности пластины возникает адсорбционный слой и время взаимодействия молекул с таким слоем становится достаточно малым. В этом случае молекулы, отраженные от адсорбционного слоя, будут сохранять часть своей продольной составляющей скорости. В рамках диффузно-зеркальной модели отражения это приведет к соответствующему уменьшению коэффициента σ .

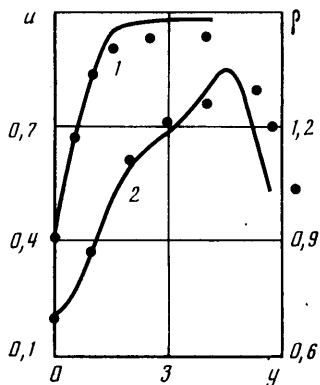
Ввиду того что на поверхности пластины $\partial \rho v_n/\partial t = 0$, $\partial \rho v_s/\partial t = v_s \partial \rho/\partial t$, то, привлекая уравнение неразрывности, из уравнений движения можно определить дополнительные условия, которые надо наложить на значения функций в фиктивной области, окружающей поверхность пластины изнутри. Если газ плотный, то на пластине $v_s = 0$, $\partial \rho v_n/\partial t = \partial \rho v_s/\partial t = 0$.

Предполагалось, что в начальный момент времени пластина мгновенно вводится в равномерный поток с удовлетворением вышеупомянутых граничных условий на ее поверхности. Расчеты проводились при числе Прандтля $Pr=0,7$, отношении теплоемкостей $\gamma=1,4$ и в предположении, что коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности имеют степенную зависимость от температуры: $\mu = \mu_0 (T/T_0)^{0,75}$, $\lambda = \lambda_0 (T/T_0)^{0,75}$. Расчетная сетка имела в продольном направлении 55 расчетных узлов, а в поперечном 62 узла при $\Delta x = 5$ мм и $\Delta y = 1$ мм.

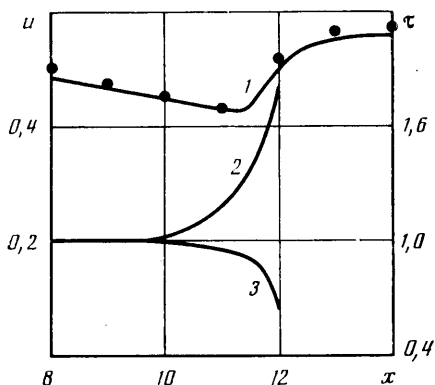
2. Результаты расчета. Результаты расчета, передающие основные особенности вязкого течения газа в окрестности задней кромки плоской пластины, представлены на фиг. 1, 2. Для сравнения на графиках точками нанесены результаты экспериментальных исследований, взятые из [2]. Значения продольной составляющей скорости u , плотности ρ , местного коэффициента трения τ на фиг. 1, 2 даны в безразмерном виде и отнесены к u_∞ , ρ_∞ , τ_0 . Величины x , y по оси ординат отложены в см. Конец пластины расположен при $x=12$ см. Распределения скорости, (кривая 1), плотности (кривая 2) на фиг. 1 и скорости (кривая 1) на фиг. 2 приведены соответственно при $x=12$ и 8,5 см. $y=3$ мм.

Как следует из фиг. 1 (кривая 1), толщина пограничного слоя к концу пластины достигает 2 см. Так же как в [2], изменение параметров потока вблизи задней кромки пластины имеет ступенчатый характер (фиг. 2). Зона ступенчатого изменения параметров потока в окрестности задней кромки и определяет зону ее обратного влияния вверх по потоку. Как и в эксперименте, протяженность этой области h составляет 1 см (фиг. 2). В этом случае зависимость величины h от числа Рейнольдса имеет следующий вид $h/L = 1/12 \infty Re_\infty^{-3/8}$.

Приведенное соотношение находится в соответствии с теоретическими исследованиями [3, 4], показавшими, что область влияния задней



Фиг. 1



Фиг. 2

кромки пластины вверх по потоку имеет порядок $O(Re^{-3/8})$. Такая же оценка получена в [9], где изучено влияние вверх по потоку малого возмущения.

В [2] впервые было обнаружено, что по мере приближения к задней кромке пластины местный коэффициент трения убывает. Эти данные находились в противоречии с взятыми для сравнения результатами теоретических исследований [5], полученными при условии отсутствия скольжения на поверхности пластины. Проведенный расчет подтвердил экспериментальный факт. Это хорошо видно из фиг. 2 (кривая 3). В случае же, когда в расчете скорость на поверхности пластины бралась равной нулю (плотный газ), напряжение трения к концу пластины так же, как в [5], возрастало (фиг. 2, кривая 2).

Отмеченное различие в характере течения плотного и слабо разреженного газа связано с ускорением потока вблизи задней кромки, что приводит и к увеличению скорости скольжения на поверхности пластины. В свою очередь происходит уменьшение $(\partial u / \partial y)_w$ по сравнению со случаем, когда скорость на пластине равна нулю (плотный газ). Полученный результат хорошо согласуется с выводами, приведенными в [10], где в рамках теории пограничного слоя показано, что при наличии скольжения в областях с отрицательным градиентом давления $-(\partial p / \partial x)_w$ трение уменьшается.

Результаты расчета, приведенные на фиг. 1, 2, брались на момент установления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гриднев Н. П. Разностная схема 3-го порядка точности для расчета сложных газодинамических и магнитогазодинамических течений // Вопросы магнитной газодинамики. Новосибирск, 1979. С. 94–119.
2. Готтесдинер Л. Экспериментальное исследование течения разреженного газа вблизи задней кромки плоской пластины // Ракетная техника и космонавтика. 1979. Т. 17. № 11. С. 11–15.

3. *Stewartson K.* On the flow near the trailing edge of a flat plate. II. *Mathematika*. 1969. V. 16. № 1. P. 106–121.
4. *Messiter A. F.* Boundary-layer flow near the trailing edge of a flat plate // *SIAM J. Appl. Math.* 1970. V. 18. № 1. P. 241–257.
5. *Daniels P. G.* Numerical and asymptotic solutions for the supersonic flow near the trailing edge of a flat plate // *Quart. J. Mech. and Appl. Math.* 1974. V. 27. № 2. P. 175–191.
6. *Talke F. E., Berger S. A.* The flat plate trailing edge problem. // *J. Fluid Mech.* 1970. V. 40. № 1. P. 161–189.
7. *Боголенов В. В.* Решение уравнений Навье – Стокса в окрестности задней кромки пластины // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1985. № 4. С. 173–176.
8. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
9. *Lighthill M. J.* On boundary layers and upstream influence. I. A comparison between subsonic and supersonic flows // *Proc. Roy. Soc. Lond.* 1953. V. A217. № 1130. P. 344–357.
10. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию
7.III.1986