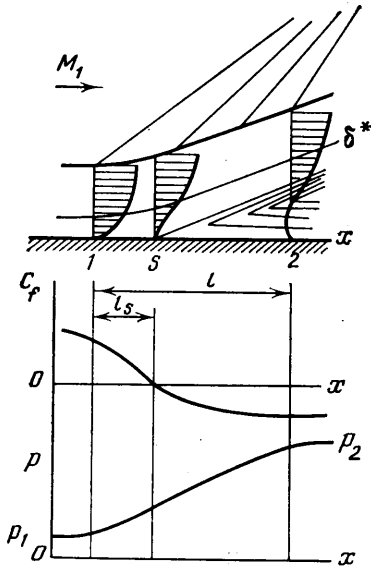


РАСЧЕТ ДЛИНЫ ОБЛАСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

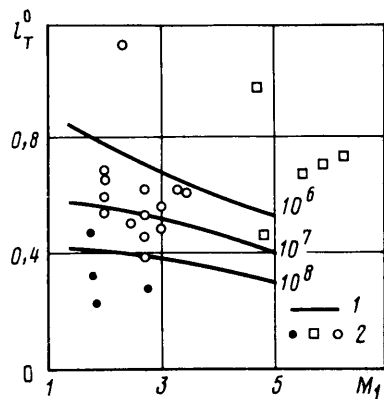
МАЛИК Т. И., ТАГИРОВ Р. К.

На основе анализа критерия отрыва пограничного слоя получено аналитическое соотношение для определения длины области взаимодействия скачка уплотнения с ламинарным или турбулентным пограничным слоем. Показано, что с ростом числа Маха потока длина взаимодействия уменьшается, а с ростом числа Рейнольдса она ведет себя немонотонным образом: в ламинарной области растет, при переходе к турбулентному режиму резко уменьшается и затем изменяется по кривой с максимумом. Результаты расчета удовлетворительно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Пограничный слой может передавать приложенное возмущение в виде местного повышения давления на некоторое расстояние l вверх по потоку даже при сверхзвуковой скорости основного потока [1-4]. Под l понимается длина возмущенной



Фиг. 1



Фиг. 2

области пограничного слоя, на которой давление в волне сжатия возрастает от p_1 до p_2 , причем $p_2/p_1 = P_k$ — критический перепад на самоиндуцированном скачке, возникающий при отрыве пограничного слоя. Длина l отсчитывается от начальной точки возмущения пограничного слоя — точки зарождающегося отрыва. В пределах длины l находится и точка отрыва пограничного слоя s , характеризуемая длиной l_s . Схема течения, распределение коэффициента трения C_f и давления p в окрестности области взаимодействия показаны на фиг. 1. Здесь δ^* — толщина вытеснения, 1 и 2 — сечения в начале и конце области взаимодействия, M_1 — число Маха набегающего невозмущенного потока. В настоящее время можно считать установленным, что с увеличением уровня возмущающего поток давления длина l увеличивается, а с увеличением числа Маха — уменьшается. Что касается влияния числа Рейнольдса Re_x , то по этому вопросу существовала не совсем правильная точка зрения, что l для турбулентного пограничного слоя с ростом Re_x увеличивается. Такие выводы делались на основе экспериментальных результатов, полученных при умеренных Re_x [2, 3], и на основе теоретических оценок [2].

В последнее десятилетие появились экспериментальные работы (в особенности подчеркнем [4]), в которых показывается, что влияние больших Re_x на длину l имеет обратный характер. Отсюда вытекает, что длина l , так же как величина критического перепада давления на скачке P_k [5], имеет немонотонный характер зависимости от Re_x . Это обстоятельство не отражает теоретические методы [6-8], основанные в той или иной мере на оценках работы [2].

Поэтому возникает необходимость в разработке такого метода определения длины l , хотя бы и приближенного, который бы не противоречил имеющимся экспериментальным результатам. Предположим, что область взаимодействия между сечениями 1 и 2, на которой давление повышается от p_1 до p_2 , представляет собой устой-

чивую структуру, сохраняющую подобный вид при изменении возмущающего давления.

Для определения искомой величины попытаемся получить приближенные расчетные формулы на основе теоретических результатов [9] и имеющихся экспериментальных данных. На основе локальных свойств течения и теории размерности, а также разложения полученного функционального соотношения по степеням $1/Re$ и сохранения главных членов в [9] для сечения отрыва ламинарного пограничного слоя получено

$$\frac{dp}{dx} \frac{z}{\rho_e u_e^2} = \varphi_1(M_e) \frac{\mu_e}{\rho_e u_e z}$$

Здесь принято, что температурный фактор $T_w=1$. Возьмем в качестве характерного размера z толщину вытеснения δ^* и предположим, что указанное соотношение можно написать в виде конечной разности для всей области взаимодействия

$$\frac{\Delta p}{l} \frac{\delta_1^*}{\rho_1 u_1^2} \approx \varphi_1 f_1(Re_x) \frac{x}{\delta^* Re_x}$$

В правую часть дописана некоторая функция f_1 от числа Рейнольдса, которая может появиться при распространении исходного уравнения, полученного только для сечения отрыва, на конечную длину l . Перепишем соотношение в следующем виде:

$$\frac{l_L}{\delta_1^*} \approx C_p \frac{\delta_1^*}{x} \frac{Re_x}{2f_1(Re_x)\varphi_1} \quad (1)$$

Здесь нижний индекс L означает ламинарный режим. Для критического коэффициента давления и толщины вытеснения ламинарного пограничного слоя в [10, 11] получены соотношения

$$C_p \approx 1,86 / [(M_1^2 - 1) Re_x]^{0,25}, \quad \frac{\delta^*}{\bar{x}} = \frac{1,74}{\sqrt{Re_x}} [1 + 0,686(\gamma - 1) M_1^2] \quad (2)$$

Из условия согласования l_L с экспериментальными данными, приведенными в [7], примем $\varphi_1 \approx [1 + 0,686(\gamma - 1) M_1^2] / 3f_1$. Окончательно уравнение для определения длины области взаимодействия ламинарного пограничного слоя на основе соотношений (1) и (2) получаем в следующем виде:

$$l_L / \delta_1^* \approx 2,6 C_p \sqrt{Re_x} \quad (3)$$

Для сечения отрыва турбулентного пограничного слоя в [9] получено

$$\frac{dp}{dx} \frac{z}{\rho_e u_e^2} = \varphi_0(M_e)$$

Делая предположения как при рассмотрении ламинарного режима, напишем это выражение в виде конечной разности для всей области взаимодействия

$$\frac{\Delta p}{l_T} \frac{\delta_1^*}{\rho_1 u_1^2} \approx \varphi_0(M_1) f_0(Re_x)$$

Функция φ_0 слабо зависит от числа Маха [11], поэтому считаем $\varphi_0 = \text{const}$. Из условия удовлетворения найденному в эксперименте [4] характеру зависимости l_T от Re_x приближенно примем, что $f_0 \sim C_{f_1}^{0,5}$. Степень 0,5 величины коэффициента трения C_f нуждается в уточнении, но отсутствие соответствующих экспериментальных данных не позволяет это сделать в настоящее время.

В результате подстановок в исходное соотношение находим для турбулентного пограничного слоя

$$\frac{l_T}{\delta_1^*} \approx k \frac{P_k - 1}{\gamma M_1^2} \sqrt{C_{f_1}} \quad (4)$$

На основе сравнений с экспериментальными данными [3, 4] примем $k = 5,5 \cdot 10^3$. Для сравнения рассчитанных величин l_T с экспериментальными данными, собранными в [7], запишем уравнение (4) в следующем виде:

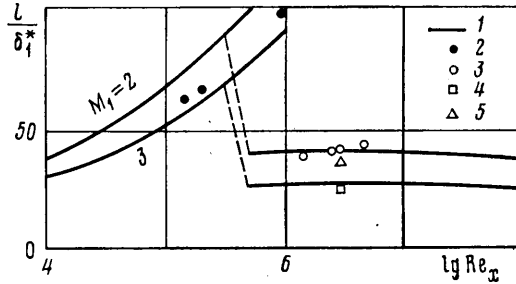
$$\frac{l_T}{x} Re_x^{0,1} = 5,5 \cdot 10^3 \frac{\delta_1^*}{x} \frac{P_k - 1}{\gamma M_1^2} \sqrt{C_{f_1}} Re_x^{0,1}$$

С помощью [11] заменим C_f и δ^*/x и получим

$$l_T^\circ = \frac{l_T}{x} \text{Re}_x^{0,1} = 68F(M_1) (P_k - 1) \text{Re}_x^{-0,2}$$

$$F(M_1) = \frac{\delta^*}{\delta} \left(\frac{\delta^{**}}{\delta} \right)^{-0,7} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{-0,67} M_1^{-2}$$

Результаты расчета по этой формуле, полученные в предположении о степенном законе профиля скорости с показателем 1/7, показаны на фиг. 2 сплошными линиями 1 для чисел $\text{Re}_x = 10^6; 10^7; 10^8$. Экспериментальные данные работы [7] (точки 2) имеют большой разброс, поэтому из сравнения с ними можно сделать лишь вывод о совпадении общего уровня величин.



Фиг. 3

Проведем исследование влияния числа Re_x на величину l/δ_1^* при $\gamma=1,4, T_w=1, M_1=2$ и 3. Для этого будем использовать уравнение (3) и (4). При этом предположим, что уравнение (4) применимо не только для развитого турбулентного режима, но и на части переходного режима, для которой в [5] дано соответствующее соотношение для определения критического перепада P_k . Результаты расчета l/δ_1^* для ламинарного и турбулентного областей течения приведены на фиг. 3 (линии 1, штриховой линией условно обозначен переход от ламинарного к турбулентному режиму). Для сравнения были использованы экспериментальные данные. Поскольку в [2] толщина вытеснения пограничного слоя на пластине не измерялась, то был использован приближенный пересчет данных с применением соотношений для δ^*/x и C_f [11, 12]. Полученные в результате такого пересчета экспериментальные точки приведены на фиг. 3 (точки 2 для $M_1=2,3, 3 - M_1=2, 4 - M_1=3$). Наблюдается удовлетворительное соответствие, причем величина l/δ_1^* в турбулентной области изменяется немонотонно. В случае неразвитого турбулентного режима ($5 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 2 \cdot 10^6$) l/δ_1^* увеличивается с ростом Re_x , а в случае развитого турбулентного режима уменьшается (как $l/\delta_1^* \sim \text{Re}_x^{-0,03}$).

Проведем приближенное сравнение рассчитанных величин l/δ_1^* с экспериментальными данными для турбулентного режима течения [4]. В указанной работе приведена зависимость длины b от угла поворота потока в падающем на пластину скачке уплотнения. При этом b представляет расстояние вдоль пластинки от основания падающего скачка до первого скачка системы, полученное при $M_1=2,15, \text{Re}_x=3,2 \cdot 10^6, \gamma=1,4, T_w=1$. В это расстояние входят области отрыва и присоединения. В результате измерений установлено, что угол отклонения потока в первом скачке, где реализуется критический перепад давлений, равен приблизительно $12,5^\circ$. Возьмем режим, когда угол отклонения потока в падающем скачке также равен $\sim 12,5^\circ$. Предположим, что на этом режиме половина измеренной полной длины $b=18$ мм приходится на область отрыва, т. е. $l \approx b/2 = 9$ мм. Согласно [1], толщина пограничного слоя в невозмущенном потоке $\delta_1 \approx 1$ мм. Предполагая, что профиль скорости описывается степенным законом, можно определить, что $\delta_1^* \approx 0,24$ мм. Следовательно, экспериментальная величина искомой длины будет равна $l/\delta_1^* \approx 37$. Эта величина хорошо согласуется с расчетными данными, приведенными на фиг. 3 (точка 5 для $M_1=2,15$).

Уравнение (4) является приближенным, особенно в отношении показателя степени величины C_f . Для уточнения этого показателя необходимы подробные экспериментальные исследования при больших числах Re_x . Они были бы важны и для получения представления о характере изменения длины l_s в зависимости от Re_x . Можно бы попытаться получить соотношение для определения l_s/δ_1^* тем же способом, каким было получено уравнение (4). Однако в этом случае потребовалось бы знание давления в сечении отрыва, которое неизвестно.

Влияние градиента давления на критический перепад давлений P_k , возникающий при отрыве пограничного слоя, можно учесть на основе теоретических результатов

$$P_k - 1 = (P_k - 1)_0 (1 - \xi / \xi_k), \quad \xi = \frac{dp}{dx} \frac{\delta^*}{\rho_e u_e^2} \quad (5)$$

Здесь ξ — для турбулентного режима, ξ_k — критерий отрыва, индекс 0 соответствует течению с $dp/dx=0$. Основываясь на этом линейном соотношении, запишем зависимость P_k от dp/dx в несколько другом виде

$$P_k = P_{k0} - \left(\frac{dp}{dx} \right)_1 \frac{l}{p_1} \quad (6)$$

Здесь P_{k0} — критический перепад давлений для безградиентного течения на пластине. Если в уравнение (6) подставить выражение для lT , то оно совпадет с уравнением (5) с тем отличием, что ξ_k будет представлять собой не константу, а некоторую функцию коэффициента трения.

Таким образом, полученное в [5] соотношение для P_k , основанное на использовании отношения чисел Маха на скачке: $M_2/M_1 = 1,42C_{f_1}^{0,1}$, и уравнение (4) для lT/δ_1^* позволяют приблизительно определить основные параметры области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Г. И., Лихущин В. Я., Некрасов И. П., Соркин Л. И. Влияние вязкости на сверхзвуковой поток со скачками уплотнения. — Тр. ЦИАМ, 1952. № 224. 28 с.
2. Charman D. A., Kuehn D. M., Larson H. K. Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition. — NASA, Rep. 1958, № 1356, 40 p.
3. Spaid F. W., Frisheit J. C. Incipient separation of a supersonic, turbulent boundary-layer, including effects of heat transfer. — AIAA Journal, 1972, v. 10, № 7, p. 915–922.
4. Settles G. S., Bogdonoff S. M. Scaling of two- and three-dimensional shock/turbulent boundary-layer interactions at compression corners. — AIAA Journal, 1982, v. 20, № 6, p. 782–789.
5. Тагиров Р. К. Расчет критического перепада давлений на скачке уплотнения, возникающего при отрыве турбулентного пограничного слоя. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 4, с. 38–45.
6. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979.
7. Erdos J., Pallone A. Shock-boundary layer interaction and flow separation. — Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Washington, 1962, Stanford, Calif., Univ. Press, p. 239–254.
8. Gai S. L. On the upstream influence associated with the critical pressure rise in shock-boundary layer interactions. — Z. Flugwissenschaften, 1970, № 1, p. 8–12.
9. Бам-Зеликович Г. М. Расчет отрыва пограничного слоя. — Изв. АН СССР. ОТН, 1954, № 12, с. 68–85.
10. Herbert M. V., Herd R. J. Boundary-layer separation in supersonic propelling nozzles. — Aeronaut. Res. Couns., Rep. and Mem., 1966, № 3421, 71 p.
11. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969. 824 с.
12. Sasman P. K., Cresci R. J. Compressible turbulent boundary layer with pressure gradient and heat transfer. — AIAA Journal, 1966, v. 4, № 1, p. 19–25.

Москва

Поступила в редакцию
13.III.1986

УДК 532.527

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЛАМИНАРНЫХ ВИХРЕВЫХ ПАР В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

ИВАНОВ А. В., ЛЕБЕДЕВ А. В., ОСТРОВСКИЙ Л. А., ПИСКАРЕВ А. Л.

К задаче о движении пары двумерных вихрей приводит изучение спутных самолетных следов [1–3], процессов всплытия термиком [4], выброса продуктов горения и сточных вод [5]. Однако трудности экспериментального исследования вихревых пар, связанные, в частности, с трехмерной неустойчивостью, не позволяли до сих пор достичь полной ясности даже в отношении их качественного поведения [1].