

УДК 532.5.013.4:536.25

## О ТИПАХ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ БИНАРНОЙ СМЕСИ С КОНЦЕНТРАЦИОННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

ЕРЕМИН Е. А., ШИХОВ В. М., ЯКУШИН В. И.

Определение условий неустойчивости конвективных течений сред с внутренним тепловыделением проводилось ранее в предположении, что внутренние источники тепла распределены в среде однородно, а сама среда однокомпонентна (см. обзор [1]). Однако в многих практически интересных процессах тепловыделение, как правило, неоднородно, а сама среда представляет многокомпонентную смесь. Интенсивность тепловыделения при этом можно считать пропорциональной концентрации активной компоненты.

Условия возникновения конвекции в средах с концентрационными источниками тепла заметно отличаются от таковых для обычных жидкостей [2, 3]. Эти отличия вызваны иным характером распределения в среде температурных градиентов, возможностью термоконцентрационной неустойчивости и диффузионным перераспределением внутренних источников. Естественно ожидать, что и картина неустойчивости конвективных течений таких сред будет также обладать рядом особенностей.

В настоящей работе рассматривается устойчивость конвективных течений бинарной смеси в плоском вертикальном слое, в котором поддерживается постоянный горизонтальный градиент концентрации тепловыделяющей компоненты. В отсутствие перекрестных эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности исследована устойчивость стационарных распределений скорости, температуры и концентрации по отношению к плоским нормальным возмущениям. Для характерных значений чисел Прандтля и Шмидта, соответствующих газовым смесям, жидким металлам и неорганическим жидкостям, методами пошагового интегрирования построены нейтральные кривые и определены структуры возмущений, приводящих к неустойчивости.

Рассмотрим конвекцию двухкомпонентной смеси с концентрационными источниками тепла. Смесь заполняет вертикальный слой, ограниченный твердыми непроницаемыми плоскостями  $x=0$  и  $x=h$ , на которых заданы значения концентрации  $C=0$  и  $C=C^0$  тепловыделяющей компоненты. Будем считать, что плотность смеси линейно зависит от температуры и концентрации  $\rho=\rho_0(1-\beta_1 T-\beta_2 C)$ , где  $\beta_1$  — обычный коэффициент теплового расширения, а  $\beta_2$  определяет зависимость  $\rho(C)$ .

Система уравнений, описывающая термоконцентрационную конвекцию двухкомпонентной смеси в приближении Буссинеска, включает уравнения движения, теплопроводности, диффузии и непрерывности [4]. Наличие концентрационных источников приводит к появлению в уравнении теплопроводности члена  $QC/\rho_0 C_p$ , где  $Q$  — удельная мощность тепловыделения,  $C_p$  — теплоемкость.

Стационарное решение этой системы для скорости  $v_0$ , температуры  $T_0$  и концентрации  $C_0$  имеют вид

$$v_0 = \frac{g\beta_1 q h^4}{\nu} \left[ \frac{x}{360} (3x^4 - 10x^2 + 9x - 2) - Ax(x-1)(2x-1) \right] \quad (1)$$

$$T_0 = 1/6 q h^2 x (1-x^2), \quad C_0 = C^0 x$$

$$q = QC^0 / \rho C_p \chi, \quad A = \beta_2 C^0 / \beta_1 q h^2$$

Здесь  $g$  — ускорение свободного падения,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\chi$  — температуропроводность среды,  $q$  — безразмерная мощность источников,  $A$  — величина, характеризующая отношение архимедовых сил, возникающих в жидкости из-за концентрационных и температурных изменений плотности.

В плоском вертикальном слое с линейным распределением концентрационных источников тепла устанавливается профиль температуры в виде кубической параболы и конвективное течение, состоящее из трех потоков разной интенсивности: вблизи стенок жидкость опускается вниз, а в центре канала поднимается вверх. Такое движение, удовлетворяющее условию замкнутости потока, реализуется в средней части достаточно протяженного канала при  $A \approx 0$ . С увеличением  $A$  концентрационная конвекция начинает преобладать над тепловой и профиль скорости постепенно переходит к известному виду кубической параболы [4].

Исследуем устойчивость стационарных распределений (1) относительно нормальных плоских возмущений функции тока конвективного течения  $\psi$ , температуры и концентрации

$$(\psi', T', C') = (\varphi, \vartheta, s) \exp(-\lambda t + ikz)$$

где  $\varphi(x)$ ,  $\vartheta(x)$ ,  $s(x)$  — амплитуды,  $k$  — вещественное волновое число,  $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$  — декремент возмущений.

Для определения  $\varphi$ ,  $\vartheta$  и  $s$  стандартной процедурой получаются следующие уравнения с однородными граничными условиями:

$$\begin{aligned} -\lambda(\varphi'' - k^2\varphi) + ikG[v_0(\varphi'' - k^2\varphi) - v_0'\varphi] &= \\ = (\varphi^{IV} - 2k^2\varphi + k^4\varphi) - \vartheta' - As' & \\ -\lambda\vartheta + ikG(v_0\vartheta + T_0'\varphi) &= \frac{1}{P} [(\vartheta'' - k^2\vartheta) + s] \end{aligned} \quad (2)$$

$$-\lambda s + ikG(v_0s + C_0'\varphi) = \frac{1}{P_d} [s'' - k^2s]$$

$$x=0; 1, \quad \varphi = \varphi' = 0, \quad \vartheta = 0, \quad s = 0$$

$$G = g\beta_1 q h^5 / \nu^2, \quad P = \nu / \chi, \quad P_d = \nu / D$$

Здесь и далее штрих означает дифференцирование по поперечной координате  $x$ ,  $D$  — коэффициент диффузии. При записи уравнений использованы безразмерные переменные. В качестве единиц измерения расстояния, времени, скорости, температуры, концентрации и функции тока выбраны величины  $h$ ,  $h^2/\nu$ ,  $g\beta_1 q h^4/\nu$ ,  $qh^2$ ,  $C^\circ$ ,  $q\beta_1 q h^3/\nu$ .

Краевая задача (2) содержит четыре параметра подобия: число Грасгофа  $G$ , числа Прандтля и Шмидта  $P$  и  $P_d$  и уже описанный ранее параметр  $A$ .

Решение краевой задачи производилось методами пошагового интегрирования. Для определения собственных значений использовался метод Рунге — Кутты — Мерсона с ортогонализацией, который успешно применялся авторами ранее [5] для исследования устойчивости конвективных течений с качественно подобными (1) распределениями скорости и температуры. Собственные функции  $\varphi$ ,  $\vartheta$ ,  $s$  находились методом дифференциальной прогонки [6].

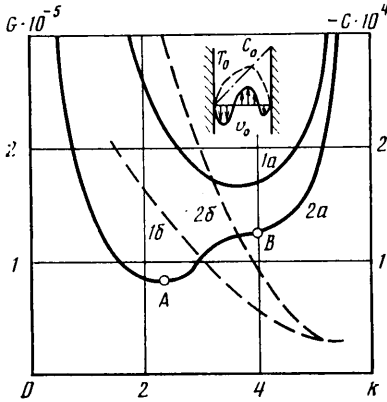
Ввиду большого количества определяющих параметров для исследования устойчивости ограничимся характерными значениями  $P$  и  $P_d$  для жидких металлов ( $P \sim 10^{-2}$ ,  $P_d \sim 10^2$ ), газовых смесей ( $P \sim 1$ ,  $P_d \sim 1$ ) и для неорганических жидкостей ( $P \sim 10$ ,  $P_d \sim 10^3$ ) при фиксированном профиле скорости для  $A=0$ . Влияние этого параметра на устойчивость конвективных течений в гидродинамическом приближении без учета тепловых и концентрационных возмущений ( $P=P_d=0$ ) рассмотрено авторами ранее [7].

На фиг. 1 сплошными линиями представлены характерные нейтральные кривые для жидких металлов ( $P=0$ ,  $P_d=15$ , кривая 1) и для газовых смесей ( $P=1$ ,  $P_d=2$ , кривая 2). Здесь же схематично показаны стацио-

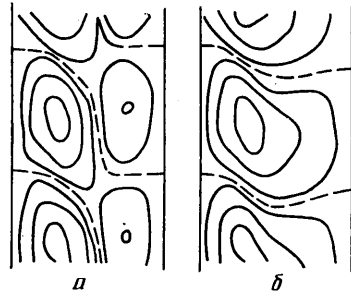
нарные профили  $v_0$ ,  $T_0$  и  $C_0$  исследуемого конвективного течения. Пунктирными линиями изображены зависимости фазовой скорости нейтральных возмущений  $c = \lambda_i / kG$  от волнового числа.

Для жидких металлов нейтральная кривая практически совпадает с таковой для чисто гидродинамических возмущений. При  $P=0$  тепловые возмущения мгновенно рассасываются и диффузия внутренних источников не оказывает влияния на устойчивость движения.

Характер неустойчивости можно определить на основе установления формы нейтральных возмущений. Для этой цели использовался метод дифференциальной прогонки. Вычисление структуры критических возмущений показало, что в жидких металлах в результате неустойчивости развиваются вихри на границах встречных потоков, локализованные вблизи



Фиг. 1



Фиг. 2

точек перегиба профиля скорости. Критические возмущения распространяются с фазовой скоростью, совпадающей по знаку со скоростью потока в точке перегиба. Возмущенное конвективное движение представляет собой две цепочки вихрей разной интенсивности, расположенных в шахматном порядке на границах разделов двух встречных потоков.

Таким образом, неустойчивость конвективных течений жидкометаллических сред с концентрационными источниками тепла обусловлена обычным гидродинамическим механизмом невязкой природы.

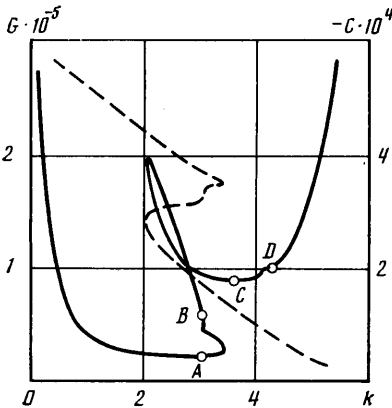
Из фиг. 1 следует, что нейтральная кривая для газовых смесей представляет как бы суперпозицию двух кривых с минимумами в точках  $A$  и  $B$ , соответствующих возмущениям разного вида. Можно сразу отметить, что критическое число Грасгофа здесь оказывается примерно в 2 раза меньше, чем для жидких металлов. Сравнение кривых  $1б$  и  $2б$  показывает, что фазовые скорости  $c$  нейтральных возмущений в точках  $A$  и  $B$  значительно больше скорости  $c$  невязких возмущений гидродинамического типа.

Фазовые скорости возмущений в этих точках примерно совпадают с максимальными скоростями в нисходящих потоках у левой и правой стенок канала. Следовательно, эти возмущения представляют собой тепловые волны, бегущие в потоках с неоднородным распределением температуры. Структура возмущений температуры и концентрации для значений параметров, соответствующих точке  $A$  нейтральной кривой, представлена на фиг. 2. Штриховые изолинии соответствуют нулевым значениям. Возмущения температуры ( $2, a$ ) и концентрации ( $2, б$ ) действительно локализованы в нисходящем потоке вблизи левой стенки канала. Возмущение температуры имеет узел, расположенный вблизи координаты максимума  $T_0$ .

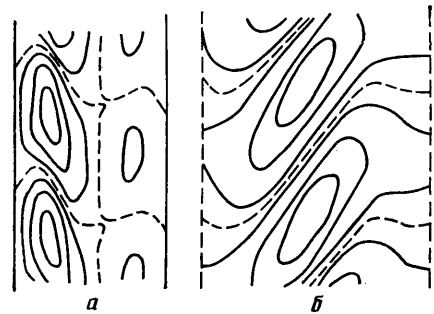
Расчеты структуры возмущений для точки  $B$  нейтральной кривой также подтвердили, что они являются тепловыми волнами, локализованными в потоке вблизи правой стенки канала.

Характерная кривая нейтральной устойчивости для неорганических жидкостей при  $P=7$  и  $P_d=700$ , имеющая более сложный вид, изображена на фиг. 3. На ней можно выделить ветви с характерными точками  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Критическое число Грасгофа здесь уже почти на порядок меньше, чем для жидких металлов. Анализ зависимости фазовой скорости  $c(k)$  позволяет сделать вывод, что моды, соответствующие точкам  $A$  и  $C$ , тоже представляют собой нарастающие тепловые волны, бегущие в левом и правом потоках вблизи стенок канала; вид этих возмущений аналогичен представленному на фиг. 2.

Построение изолиний функции тока, температуры и концентрации показывает, что моды в точках  $B$  и  $D$  нейтральной кривой имеют другую



Фиг. 3



Фиг. 4

структуру: наряду с возмущениями температуры в них существенны и возмущения концентрации, локализованные в узкой области вблизи границ раздела встречных потоков. Фазовая скорость распространения этих возмущений, как и тепловых волн, примерно совпадает с максимальной скоростью потока. Эту новую моду, связанную с диффузией тепловых источников, уместно назвать теплодиффузионными волнами. Характерный вид изолиний температуры и концентрации этих возмущений для значений параметров, соответствующих точке  $B$ , представлен на фиг. 4,  $a$  и  $b$  соответственно. Для лучшего разрешения структуры изолиний концентрации область их локализации на фиг. 4,  $b$  увеличена в 5 раз.

Аналогичные вычисления, проведенные для точки  $D$  нейтральной кривой, показали, что для этой совокупности параметров задачи возмущения представляют теплодиффузионные волны в потоке у правой стенки канала.

Следует подчеркнуть, что теплодиффузионные моды могут существовать и в отсутствие концентрационных изменений плотности, что существенно отличает их от термоконцентрационных и термодиффузионных волн, исследованных в [8, 9]. Эти моды в рассматриваемых конвективных течениях реализуются при  $A \neq 0$  и требуют дополнительного исследования.

Для указанных выше значений чисел Прандтля и Шмидта наиболее опасными возмущениями являются тепловые волны. Расчеты, выполненные для  $P_d=1500$ , показали, что нейтральные кривые слабо изменяются при увеличении  $P_d$  и теплодиффузионным волнам по-прежнему соответствуют несколько большие числа Грасгофа, чем для тепловых волн.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1978. Т. 11. С. 66-154.
2. Колесников А. К., Якушин В. И. О возникновении конвекции в смесях с концентрационными источниками тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 21-27.
3. Колесников А. К., Якушин В. И. Конечно-амплитудная конвекция в смесях с концентрационными источниками тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 6. С. 10-16.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
5. Шихов В. М., Якушин В. И. Об устойчивости конвективных движений, вызванных неоднородно распределенными внутренними источниками тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 3. С. 140-144.
6. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1977. 366 с.
7. Еремин Е. А., Шихов В. М., Якушин В. И. Об устойчивости конвективных течений смеси с концентрационными источниками тепла // Конвективные течения. Пермь: Перм. пед. ин-т. 1983. С. 53-62.
8. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Сорокин Л. Е. Об устойчивости плоскопараллельного конвективного течения бинарной смеси // ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 5. С. 823-830.
9. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Сорокин Л. Е. Об устойчивости конвективного течения бинарной смеси с термодиффузией // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 1. С. 66-71.

Пермь

Поступила в редакцию  
8.VII.1986