

УДК 532.546+551.494:622

АНИЗОТРОПНАЯ ФИЛЬТРАЦИОННО-КОНВЕКТИВНАЯ ДИФфуЗИЯ ПРИ ПОДЗЕМНОМ ВЫЩЕЛАЧИВАНИИ

МАХМАДИЯРОВ С., НИКОЛАЕВСКИЙ В. Н.

Рассматривается двумерная задача о распространении примеси в подземных потоках жидкости с учетом химических реакций между растворителем и материалом матрицы пласта, содержащим полезный рудный компонент. Поле фильтрационных скоростей, генерируемое парой скважин источник — сток, считается установившимся и известным. Обсуждается численная методика решения системы уравнений конвективной диффузии и неравновесной сорбции. Приводятся характерные поля изоконцентраций. Анализируется влияние параметров воздействия на основные показатели процесса выщелачивания.

1. В основу предлагаемой работы положена теория фильтрационно-конвективной диффузии [1], используемая при решении различных практических задач, связанных с распространением солей в грунтовых водах [2], охраной питьевых источников [3], изучением миграции радионуклидов [4] и т. д. В настоящее время в связи с развитием технологии разработки рудных месторождений [5, 6] методом подземного выщелачивания возникла необходимость рассмотрения процесса диффузии нагнетаемой в пласт жидкости, высвобождающей связанный с матрицей пласта рудный компонент.

Из более ранних работ отметим [7, 8]. В [7] сформулированы уравнения одномерного плоского переноса, когда интенсивности поступления извлекаемого вещества и расхода растворителя задавались в виде функции времени, соответствующей решению задачи растворения на микроуровне. В [8] диффузионным переносом пренебрегалось, а упомянутые интенсивности считались пропорциональными разности концентраций извлекаемого вещества в потоке и некоторой отсчетной, интерпретируемой как растворимость и зависящей от концентрации растворителя. Плоское двумерное течение между двумя скважинами изучалось в [9] в пренебрежении диффузионным переносом, но с одновременным поиском стационарного поля фильтрационных напоров.

Цель излагаемого ниже исследования состояла в последовательном изучении эффектов молекулярной и фильтрационно-конвективной диффузии, а также адсорбции в условиях плановой фильтрации. Поскольку собственно фильтрационная задача может быть решена отдельно, поля скоростей задавались известными согласно [10]. При этом, однако, был изучен эффект возможного существования природного одномерного подземного потока, что имеет значение для практических проблем охраны природы.

2. Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial (mc)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (w_i c) - \frac{\partial a}{\partial t} + k_c b^n \\ \frac{\partial (mb)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial b}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (w_i b) - k_b b^n \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \beta(c - \alpha a), \quad 0 < t \leq T$$

учитывающую одновременно эффекты фильтрационно-конвективной диффузии [1], адсорбции [11] и химической реакции [12].

Здесь a , b , c — концентрации адсорбированного вещества, реагента и извлекаемого компонента в жидкой фазе, m — пористость, w_i — скорость фильтрации, D_{ij} — коэффициент диффузии, α — коэффициент равновесного адсорбционного распределения, β — коэффициент скорости адсорбции.

Считается, что химическая реакция со скоростью k_b идет между реагентом и материалом матрицы пласта, в котором равномерно распределены рудные включения. Тогда интенсивность высвобождения извлекаемого вещества будет прямо пропорциональна интенсивности этой реакции, т. е. $k_c = k k_b$.

Коэффициент диффузии аддитивно складывается из молекулярного коэффициента $D_0 \delta_{ij}$, где δ_{ij} — единичный тензор, и фильтрационно-конвективного

$$D_{ij} = D_0 \delta_{ij} + (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{w_i w_j}{|w|} + \lambda_2 |w| \delta_{ij} \quad (2.2)$$

где λ_1 , λ_2 — соответственно продольный и поперечный параметры рассеивания среды [1, 12], ниже полагаемые постоянными.

Будем рассматривать процесс между двумя скважинами — нагнетания (1) и отбора (2), находящимися внутри прямоугольной площади пласта $l_1 \times l_2$ ($G: 0 \leq x_i \leq l_i$). Условия на внешних границах пласта ($x_i = 0, l_i$) формулируются следующим образом:

$$\begin{aligned} \kappa w_i c + (1 - \kappa) \left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} - w_i c \right) &= \kappa w_i c_* \\ \kappa w_i b + (1 - \kappa) \left(D_{ij} \frac{\partial b}{\partial x_j} - w_i b \right) &= \kappa w_i b_* \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь значения κ выбираются равными 1 или 0, c_* , b_* — задаваемые константы. Условия на стенках скважин 1 и 2 имеют соответственно вид

$$c(r, t) = c_1 [H(t) - H(t - t_*)], \quad b(r, t) = b_1 [H(t) - H(t - t_*)] \quad (2.4)$$

$$[c] = 0, \quad \left[D_{vj} \frac{\partial c}{\partial x_j} - w_v c \right] = 0; \quad [b] = 0, \quad \left[D_{vj} \frac{\partial b}{\partial x_j} - w_v b \right] = 0 \quad (2.5)$$

где v — нормаль к контурам скважин, r — их радиус, $[\varphi]$ — символ скачка величины φ , H — функция Хевисайда, c_1 , b_1 — константы.

Начальные условия выбираются в виде

$$c(x_i, 0) = c_0, \quad b(x_i, 0) = b_0, \quad a(x_i, 0) = a_0 \quad (2.6)$$

Составляющие скорости плоского стационарного течения жидкости при разнодебитных источнике Q_1 и стоке Q_2 определяются [10] по формулам

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{Q_1}{2\pi h} \left[\frac{x_1 - x_{11}}{(x_1 - x_{11})^2 + (x_2 - x_{22})^2} - \gamma \frac{x_1 - x_{12}}{(x_1 - x_{11})^2 + (x_2 - x_{22})^2} \right] \\ u_2 &= \frac{Q_1}{2\pi h} \left[\frac{x_2 - x_{21}}{(x_1 - x_{11})^2 + (x_2 - x_{21})^2} - \gamma \frac{x_2 - x_{22}}{(x_1 - x_{12})^2 + (x_2 - x_{22})^2} \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

где h — мощность пласта, $\gamma = Q_2/Q_1$, x_{11} , x_{12} — координаты центров скважин 1 и 2.

Полные скорости фильтрации w_i включают в себя компоненты v_i природного подземного потока в плоскости пласта

$$w_1 = u_1 + |v| \cos \theta, \quad w_2 = u_2 + |v| \sin \theta \quad (2.8)$$

где θ — угол между положительным направлением оси x_i и направлением вектора v_i .

3. Задача решалась численным методом суммарной аппроксимации [13]. Строилась неявная разностная схема с погрешностью аппроксимации $O(\tau + \Delta^2)$, где $\Delta^2 = \Delta_1^2 + \Delta_2^2$, Δ_1, Δ_2 — шаги пространственной сетки. τ — шаг по времени, а получаемая при этом система разностных уравнений решалась методом прогонки.

Скважины располагались на оси $x_2 = 0,5$. Поскольку радиус скважин r был намного меньше l и меньше Δ , их можно поместить в узловые точки [14]. Следует отметить, что наличие второго слагаемого (2.2) приводило к появлению смешанной производной по x_1 и x_2 . Эта ситуация налагает более сильные требования при выборе параметров Δ и τ . В рассматриваемом случае избежать ее можно было бы переходом к системе координат эквипотенциали — линии тока [12, 15]. Оказалось, однако, что измельчение параметров сетки обеспечивало устойчивый счет и приводило к сходящимся и физически непротиворечивым результатам.

Введем безразмерные переменные и параметры

$$x'_i = \frac{x_i}{l}, \quad t' = \frac{t}{T}, \quad c' = \frac{c}{b_1}, \quad b' = \frac{b}{b_1}, \quad a' = \frac{a}{b_1} \beta' = \beta T$$

$$D'_{ij} = \frac{D_{ij}T}{l^2}, \quad v'_i = \frac{v_i T}{l}, \quad q' = \frac{Q_1 T}{hl^2}, \quad k'_b = k_b T b_1^{n-1}, \quad l = \max(l_1, l_2)$$

При расчетах принимались следующие значения: $a'_0 = 0,0002$; $b'_0 = 0$; $c'_0 = 0,001$; $c'_1 = 0$; $m = 0,2$; $n = 1$; $D'_0 = 1,26 \cdot 10^{-5}$; $\lambda_1 = 0,1$; $\lambda_2 = 0,01$; $k'_b = 31,1$; $k = 0,8$; $\alpha = 5$; $\beta' = 3,11$; $\gamma = 1$; $|v'| = 0,78$; $q' = 1,3$; $t_* = 0,014$; $x_{11}' = 0,375$; $x_{12}' = 0,75$; $x_{21}' = x_{22}' = 0,5$; $\Delta_1 = \Delta_2 = 0,0125$; $\tau = 0,0007$; $\kappa = 0$; 1.

В дальнейшем индекс штрих опускается.

Вся площадь пласта разделилась на 80×80 квадратных счетных ячеек со стороной, равной Δ . Расстояние между скважинами составляло 30Δ . При такой геометрии оказалось, что изменения концентраций локализованы в области размещения скважин, а изменения граничных условий (2.3) на внешних контурах пласта ($\kappa = 1$ или $\kappa = 0$, $c_* = c_0$, $b_* = b_0$) практически не влияли на поля концентраций. Тем самым обеспечивалось численное моделирование «бесконечного» пласта.

Поскольку при методе подземного выщелачивания особое значение имеет определение концентрации извлекаемого компонента на скважине отбора, то в качестве меры эффективности процесса было выбрано [16] соотношение

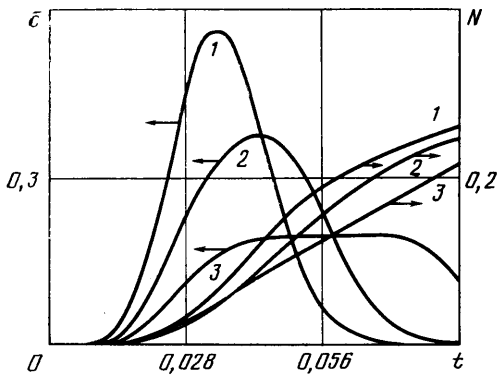
$$N = \gamma \frac{S_c}{S_b}, \quad S_c = \int_0^t c(x_{12}, x_{22}, t) dt, \quad S_b = \int_0^t b(x_{11}, x_{21}, t) dt \quad (3.1)$$

Помимо изучения влияния физических параметров пласта на процесс выщелачивания изучалось также влияние величины временного интервала t_* закачки реагента при фиксированном значении $S_b(t)$ интеграла (3.1).

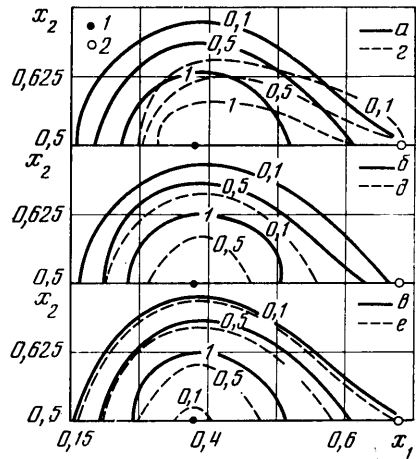
На фиг. 1 даны соответствующие изменения $\bar{c} = c(x_{12}, x_{22}, t)$ и $N(t)$ при различном выборе t_* : $1 - t_* = 0,014$; $2 - t_* = 0,028$; $3 - t_* = 0,056$. Отсюда видно, что наиболее целесообразным является короткий или, иначе говоря, «импульсный» режим нагнетания реагента [17] за счет наиболее высокой скорости химической реакции.

Расчет привел также к следующим результатам. Повышение коэффициента k_b в 2 раза повышает выход извлекаемого компонента всего на 2,3%. Изменение показателя n интенсивности химической реакции существеннее: увеличение n до 4 раз уменьшает эффективность процесса до 2 раз. Задание коэффициента адсорбции β равным 3,11 (вместо $\beta = 0$) несколько снижает эффективность (на 12%).

Фильтрационно-конвективная диффузия повышает, а добавление мо-



Фиг. 1



Фиг. 2

лекулярной диффузии снижает выход извлекаемого компонента по сравнению с вариантами счета, когда учитывается просто конвективный перенос. Если v_i направлено от скважины нагнетания 1 к скважине отбора 2, то эффективность процесса существенно повышается. Так, при $|v|=0,78$, что составляет 41% от скорости в середине между скважинами, величина N возрастает на 17%. При противоположном направлении потока эффективность N снижается в 1,5 раза. Если скорость v_i составляет с линией, соединяющей скважины, угол в 30° , то изменения эффективности процесса незначительны.

На фиг. 2 приведены поля изоконцентраций для вариантов, отмеченных в табл. 1 ($t=0,0222$). Всюду полагалось $\beta=0$, $n=1$. Цифры на кривых соответствуют значениям концентраций. Если отбор жидкости проводится интенсивнее, чем нагнетание, то поля концентраций локализуются вблизи работающих скважин (фиг. 2). Естественно, что площадь изменений концентраций зависит от времени, постепенно расширяясь. Оценка этой же площади непосредственно по полю скоростей u_i , приведенная в [18], соответствует примерно моменту времени $t=0,056$.

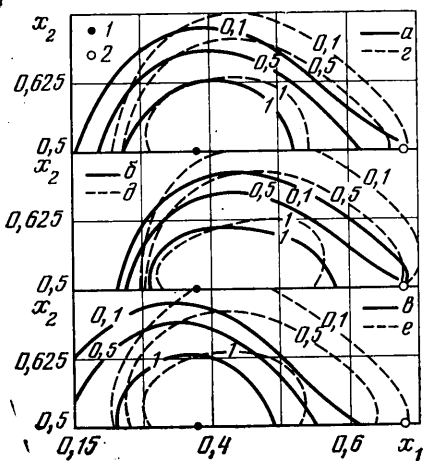
На фиг. 3 приведены аналогичные данные для фильтрационно-конвективной диффузии без химической реакции, но с различными вариантами сноса (табл. 2). Сопоставление фиг. 2, б и 3, а показывает, что если для концентрации определяющую роль играет чисто конвективный перенос, то фильтрационно-конвективная диффузия существенно влияет на кон-

Таблица 1

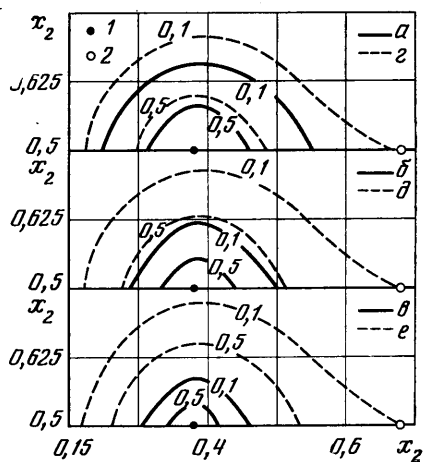
Параметры	а	б	в	г	д	е
γ	1	1	1	5	1	1
D_0	0	0	$1,26 \cdot 10^{-5}$	0	0	0
λ_1	0,1	0	0,1	0,1	0,1	0,1
λ_2	0,1	0	0,01	0,01	0,01	0,01
k_b	0	0	0	0	31,1	31,1

Таблица 2

Параметры	а	б	в	г	д	е
$ v $	0	0,78	0,78	0,78	1,56	0,78
θ°	0	0	180	30	30	45



Фиг. 3



Фиг. 4

центрацию реагента на скважине отбора. Реальная молекулярная диффузия относительно слабо влияет на распределение концентраций. Эффект химической реакции резко снижает область распространения реагента и его концентрацию, тогда как распределение по пласту извлекаемого компонента (фиг. 2, *e*) практически совпадает с полем нейтральной примеси при тех же условиях (фиг. 3, *a*).

Поле концентраций резко меняется при включении скорости природного сноса. Ситуации, изображенные на фиг. 3, наглядно иллюстрируют указанный эффект. Поэтому при конкретном проектировании чрезвычайно важно измерять природный подземный поток и располагать скважины так, чтобы использовать обеспечиваемый им снос для повышения эффективности процесса выщелачивания, одновременно снижая до минимума опасность заражения окружающей среды. Практические рекомендации сводятся к расположению скважин нагнетания и отбора по ориентации природных линий тока (фиг. 3, *b*).

На фиг. 4 даны варианты расчета, в которых были повышены коэффициенты скорости химической реакции в 2 и 4 раза (фиг. 4, *a, б* и 4, *a, в*). Их сравнение с фиг. 2, *δ, e* приводит к выводу, что путем увеличения расстояния между скважинами можно добиться полного расхода реагента в пласте, что представляется весьма эффективным приемом. Вместе с тем возрастание степени *n* (фиг. 4, *г — д*) приводит к большему расходу реагента в пласте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н. Конвективная диффузия в пористых средах.— ПММ, 1959. т. 23, вып. 6, с. 1042—1050.
2. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917—1967). М.: Наука. 1969. 545 с.
3. Ross B., Koplik C. M. A new numerical method for solving the solute transport equation.— Water Resour. Res., 1979, v. 15, № 4, p. 949—955.
4. Басанский Е. Г., Колобашкин В. М., Кудряшов Н. А. Расчет двумерного распространения примеси в пористой среде при нестационарной фильтрации газа.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 5, с. 61—67.
5. Мамилон В. А., Петров Р. П., Новик-Качан В. П. и др. Добыча урана методом подземного выщелачивания. М.: Атомиздат, 1980. 248 с.
6. McKee C. R., Jacobson R. H., Way S. C., Hanson M. E., Chang K. Design criteria for in-situ mining of hard rock ore deposits.— In situ, 1982, v. 6, № 3, p. 404.
7. Шибанов А. А. О подземном выщелачивании веществ из руд в условиях одномерного фильтрационного потока.— Тр. ВНИИВОДГЕО, 1977, № 70, с. 27—30.
8. Голубев В. С. Динамика геохимических процессов. М.: Недра, 1981. 208 с.
9. Шибанов А. В. О подземном растворении и извлечении веществ из руд в условиях плановой фильтрации.— В сб.: Фильтрационные расчеты водозаборных и дренажных систем. М., 1981, с. 119—126.
10. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.

11. *Бондарев Э. А., Николаевский В. Н.* Конвективная диффузия в пористых средах с учетом явления адсорбции.— ПМТФ, 1962, № 5, с. 128—134.
12. *Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред, М.: Недра, 1984. 232 с.
13. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
14. *Абугалиев Ф. Б., Абугалиев Э. Б.* Методы решения задач подземной гидромеханики на ЭВМ. Ташкент: Фан, 1968. 196 с.
15. *Николаевский В. Н.* Некоторые задачи распространения меченых частиц в фильтрационных потоках.— Изв. АН СССР. ОТН, Мех. и маш., 1960, № 5, с. 189—193.
16. *Махмадияров С.* Численный расчет движения жидкости по пласту при химической реакции с матрицей.— В сб.: Динамика многофазных сред. Новосибирск, 1983, с. 228—236.
17. *Махмадияров С.* Осесимметричная задача фильтрационно-конвективной диффузии.— Докл. АН УзССР, 1984, № 9, с. 13—15.
18. *Грабовников В. А.* Геотехнологические исследования при разведке металлов. М.: Недра, 1983. 121 с.

Москва
Ташкент

Поступила в редакцию
23.IX.1985