

УДК 532.546+539.217

ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

КАДЕТ В. В., СЕЛЯКОВ В. И.

Развита физическая модель процесса двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей, в рамках которой проводится аналитический расчет зависимостей относительных фазовых проницаемостей от насыщенности среды одной из фаз. Проводится качественное сравнение теории с экспериментом для модельной функции плотности распределения капилляров по радиусам и количественное сопоставление теории с численными расчетами на ЭВМ. В обоих случаях получено хорошее совпадение результатов. Анализируются зависимости фазовых проницаемостей от давления. Исследуется вопрос об остаточной насыщенности смачивающей жидкостью после окончания процесса вытеснения.

1. Модель среды. До последнего времени большинство теоретических работ в области двухфазной фильтрации ограничивалось исследованием феноменологических моделей Баклея — Лавретта [1, 2] и Раппопорта — Лиса [1, 3]. Попытки анализа данного явления на микроуровне [4—6] свелись к моделированию среды связкой параллельных капилляров с различными радиусами и не привели к успеху — сумма фазовых проницаемостей в такой модели должна быть константой, что опровергается всеми известными экспериментами.

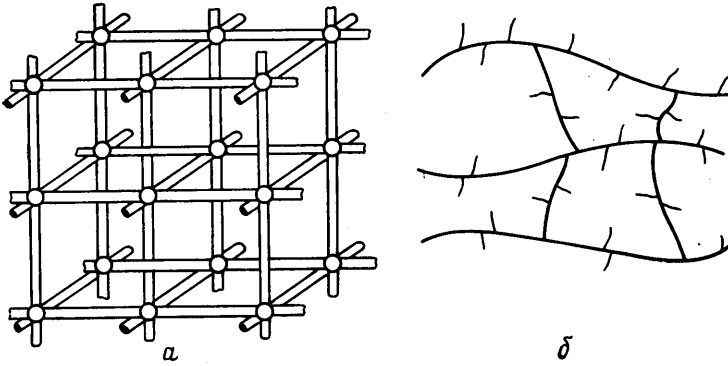
Исследование двухфазной фильтрации в неоднородных средах путем численного моделирования на решеточных моделях впервые проводилось в [7—10]. Такой подход свободен от недостатков, присущих феноменологическим и «одномерным» моделям, однако не обладает достаточной степенью общности получаемых результатов, характерной для аналитических методов.

Рассмотрим вытеснение смачивающей жидкости несмачивающей в пористой среде, считая обе жидкости несжимаемыми и вязкими. Будем моделировать среду кубической решеткой, узлы (поры) которой соединены между собой связями (капиллярами) с различной проводимостью (фиг. 1, а). Проводимость капилляров характеризуется функцией плотности распределения $f(r)$, где r — радиус капилляра. Функция $f(r)$ удовлетворяет условию нормировки

$$\kappa \int_0^{\infty} f(r) dr = 1$$

где κ — доля фильтрующих капилляров.

Для определения фазовых проницаемостей воспользуемся результатами [11], где показано, что проводимость бесконечного кластера (БК), образованного фильтрующими капиллярами, определяется параллельными проводящими цепочками, состоящими из капилляров различного радиуса. Эти цепочки составляют «скелет» БК, который содержит, кроме того, большое количество «мертвых» концов (фиг. 1, б), не оказывающих влияния на проводимость БК. В [11] показано также, что имеется иерархия проводящих цепочек по величине их средней проводимости $\langle \sigma \rangle$, характеризуемой минимальным радиусом r_i капилляров, содержащихся в данной це-



Фиг. 1

почке. Средняя проводимость такой цепочки определяется выражением

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\pi}{8} \int_{r_1}^{\infty} f(r) dr \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^k} \right)^{-1} \quad (1.1)$$

При этом концентрация проводящих цепочек с капиллярами, минимальные размеры которых заключены в интервале от r_1 до $r_1 + dr_1$, есть

$$dn(r_1) = \frac{2\nu}{d^2} \left(\frac{\kappa}{1-\xi_c} \right)^{2\nu} \left| \int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right|^{2\nu-1} f(r_1) dr_1, \quad \xi_c = \frac{D}{z(D-1)} \quad (1.2)$$

Здесь d — среднее расстояние между капиллярами в среде (в случае зернистой среды — средний диаметр зерна), ν — индекс, зависящий от размерности задачи ($\nu=0,9$ в трехмерном случае), ξ_c — пороговая вероятность, при которой в решетке образуется БК, D — размерность задачи; z — число связей (капилляров), выходящих из одного узла (поры); величина r_c определяется соотношением

$$\kappa \int_{r_c}^{\infty} f(r) dr = \xi_c \quad (1.3)$$

С учетом (1.1)–(1.3) проницаемость неоднородной среды в случае однофазной фильтрации выражается в виде [11]

$$K_0 = \frac{2\gamma\nu}{d^2} \left(\frac{\kappa}{1-\xi_c} \right)^{2\nu} \frac{\pi}{8} \int_0^{r_c} \left[\int_{r'}^{r_c} f(r) dr \right]^{2\nu-1} f(r') \frac{dr'}{I(r')} \quad (1.4)$$

$$I(r') = \int_{r'}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^k} \left(\int_{r'}^{\infty} f(r) dr \right)^{-1}$$

где γ — численный коэффициент порядка единицы, k — величина, зависящая от геометрии сечения капилляра. Для цилиндрических капилляров $k=4$.

2. Расчет фазовых проницаемостей. Пусть в некотором макрообъеме произошло частичное вытеснение насыщающей образец фазы и сформировался БК вытесняющей жидкости, который в дальнейшем будем обозначать БКГ. Здесь и в дальнейшем величины, относящиеся к смачивающей и несмачивающей жидкостям, отмечаются индексами 1 и 2. Предполагается, что доля капилляров, заполненных смачивающей жидкостью, превышает порог перколяции и в среде существует также бесконечный кластер

БКЖ, образованный капиллярами, содержащими вытесняемую фазу. Очевидно, вытеснение смачивающей жидкости может происходить лишь из капилляров, удовлетворяющих условию

$$P_k(r) \leq \Delta P, \quad P_k(r) = 2\chi/r \quad (2.1)$$

и контактирующих с БКГ. Здесь ΔP — разность давлений в жидкостях, а χ — коэффициент поверхностного натяжения. Другими словами, вытеснение будет происходить только из капилляров, достижимых для вытесняющей жидкости по цепочкам, принадлежащим БКГ.

По определению, БКГ состоит из капилляров, удовлетворяющих условию (2.1). В то же время условию (2.1) могут удовлетворять и капилляры, не принадлежащие БКГ, заполненные смачивающей жидкостью. Однако доля таких капилляров, за исключением небольшой области вблизи порога протекания, как будет показано ниже, мала. Более того, на проводимость БКГ такие капилляры в принципе не оказывают влияния, поскольку с ним не связаны. С этой точки зрения несущественно, какой жидкостью (смачивающей или несмачивающей) заполнены такие капилляры. Таким образом, функцию плотности распределения по радиусам $f_2(r)$ капилляров, являющихся проводящими для БКГ, можно представить в виде

$$f_2(r) = f(r) \quad (r \geq r_k), \quad f_2(r) = 0 \quad (r < r_k) \quad (2.2)$$

Здесь r_k — минимальный радиус капилляра, из которого при заданной величине ΔP может происходить вытеснение смачивающей жидкости.

Подставляя $f_2(r)$ в (1.4) и учитывая (1.3), можно найти K_2 — проницаемость рассмотренного макрообъема для вытесняющей жидкости. Используя выражения для K_0 и K_2 , найдем аналитическое выражение для относительной фазовой проницаемости вытесняющей жидкости $k_2(r_k)$. Относительные фазовые проницаемости определяются соотношениями $k_i = K_i/K_0$ ($i=1, 2$), поэтому из (1.4), (1.3) и (2.2) находим

$$k_2(r_k) = \int_{r_k}^{r_c} \left[\int_r^{r_c} f(r) dr \right]^{2\nu-1} \frac{f(r) dr}{I(r)} \left\{ \int_0^{r_c} \left[\int_r^{r_c} f(r) dr \right]^{2\nu-1} \frac{f(r) dr}{I(r)} \right\}^{-1} \quad (2.3)$$

Здесь величина r_c определяется из условия

$$\int_{r_c}^{\infty} f(r) dr = \frac{\xi_c}{\kappa} \quad (2.4)$$

Отметим, что в окончательное выражение для относительной фазовой проницаемости входят только функция плотности распределения капилляров по радиусам и перколяционные инварианты ν и ξ_c/κ , которые зависят лишь от типа решетки и размерности задачи. Таким образом, результирующее выражение (2.3) справедливо не только для кубической решетки, но и для решеток любых типов и размерностей. Тип решетки сказывается на величине ξ_c/κ , а размерность задачи — на величине показателя ν .

Для определения относительной фазовой проницаемости k_1 проведем аналогичное рассмотрение структуры БКЖ. Очевидно, что БКЖ будет состоять из капилляров, из которых при заданной величине ΔP смачивающая жидкость в принципе не может быть вытеснена, т. е. радиус которых удовлетворяет условию $r < r_k$. Кроме того, в БКЖ будут входить не заполненные вытесняющей жидкостью капилляры, радиус которых больше r_k . Доля таких капилляров есть

$$\alpha(r_k) = \xi - W(\xi), \quad \xi = \kappa \int_{r_k}^{\infty} f(r) dr$$

Здесь величина ξ определяет долю капилляров, удовлетворяющих условию $r > r_k$, а функция $W(\xi)$ — долю таких капилляров, принадлежащих БКГ. Функция $W(\xi)$ играет важную роль в теории перколяции, однако для всех реальных решеток она не рассчитывается аналитически и должна определяться численно на ЭВМ. Используя представленные в [12] расчеты $W(\xi)$ для задачи связей на простой кубической решетке, можно показать, что вблизи порога протекания $\xi = \xi_c$ справедлива асимптотика $W(\xi) \sim |\xi - \xi_c|^\beta$, где $\beta = 0,14$ при $D=2$ и $\beta = 0,4$ при $D=3$. Значит, $\xi - W(\xi) \approx \xi_c \sim (1-2) \cdot 10^{-1}$ при $|\xi - \xi_c| \ll 1$. Однако очень быстро, начиная со значений $\xi - \xi_c \approx 10^{-1}$ и далее, вплоть до $\xi = 1$, зависимость $W(\xi)$ становится линейной: $W(\xi) = \xi$. Это означает, что $\alpha(r_k) = 0$ в указанном интервале изменения ξ . Таким образом, лишь в непосредственной близости от порога протекания, при возникновении БКГ, коэффициент $\alpha(r_k)$ порядка 10^{-4} ; по мере увеличения ξ он очень быстро стремится к нулю.

Ниже рассматривается равновесная фильтрация, т. е. процесс образования БКГ при переходе через порог протекания $\xi \approx \xi_c$ не анализируется. Исследование проводится в предположении, что динамическая стадия прорастания цепочек, образующих БКГ, уже закончена и кластер представляет собой достаточно стабильное пространственное формирование. Формально это означает конечную отделенность величины ξ от порога протекания ξ_c : $\xi - \xi_c \sim 10^{-1}$. При этом получаем оценку $\alpha(r_k) \leq 10^{-2}$, и потому для упрощения дальнейших выкладок положим $\alpha(r_k) = 0$. С учетом этого допущения функцию плотности распределения капилляров $f_1(r)$, определяющих проводимость БКЖ, можно представить в виде

$$f_1(r) = 0 \quad (r > r_k), \quad f_1(r) = f(r) \quad (r \leq r_k) \quad (2.5)$$

Используя (1.3), (1.4) и (2.5), находим выражение для относительной фазовой проницаемости

$$k_1(r_k) = \int_0^{r_c'} \left[\int_r^{r_c'} f(r) dr \right]^{2\nu-1} \frac{f(r) dr}{I(r)} \left\{ \int_0^{r_c} \left[\int_r^{r_c} f(r) dr \right]^{2\nu-1} \frac{f(r) dr}{I(r)} \right\}^{-1} \quad (2.6)$$

Здесь величина r_c' определяется соотношением

$$\int_{r_c'}^{r_k} f(r) dr = \frac{\xi_c}{\kappa} \quad (2.7)$$

Представляет интерес получение связи найденных зависимостей относительных фазовых проницаемостей с величиной S_1 , характеризующей насыщенность среды смачивающей жидкостью.

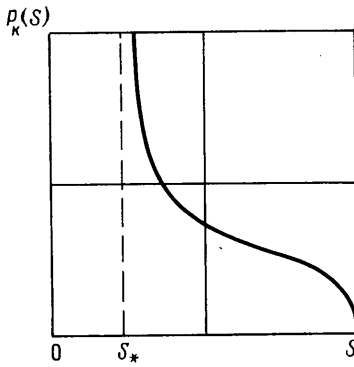
Рассмотрим два предельных случая: когда величина S_1 определяется объемом капилляров и когда объем пор вносит основной вклад в S_1 . В первом случае имеем

$$S_1 = \int_0^{r_k} f(r) r^2 dr \left[\int_0^{\infty} f(r) r^2 dr \right]^{-1} \quad (2.8)$$

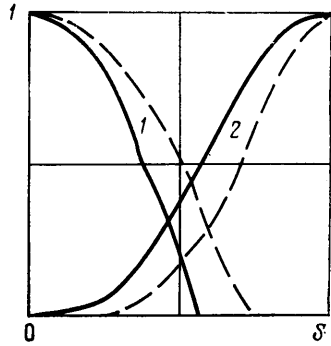
Во втором случае величину S_1 можно оценить в предположении, что количество заполненных смачивающей жидкостью пор пропорционально числу капилляров, заполненных этой жидкостью. Если размеры пор не сильно различаются, то величина S_1 определяется выражением

$$S_1 = \int_0^{r_k} f(r) dr \quad (2.9)$$

Таким образом, формулы (2.3), (2.4), (2.6) — (2.9) определяют парамет-



Фиг. 2



Фиг. 3

рические зависимости относительных фазовых проницаемостей от насыщенности среды для двух указанных выше случаев.

Отметим, что функция плотности распределения капилляров вместе с одним из соотношений (2.8) или (2.9) определяет также функцию Леверетта $P_K(S_1)$, задающую связь капиллярного давления с насыщенностью образца при равновесной фильтрации. Фазовые проницаемости и функция Леверетта составляют полный набор данных, необходимых для расчета двухфазной фильтрации. Для определения наиболее удобной в дальнейших выкладках формы зависимости $f(r)$ проанализируем поведение функции Леверетта $P_K(S_1)$, характерный вид которой приведен на фиг. 2 [1, 13]. Воспользовавшись формой записи производной $dS_1/dr = (dS_1/dP_K)(dP_K/dr)$ и учитывая, что $P_K \sim 1/r$, из соотношения (2.8) или (2.9) можно оценить $f(r)$

$$f(r) \sim A \left| \frac{dS_1}{dP_K}(r) \right| \frac{1}{r^2}$$

где $A=1/r^2$ в случае (2.8) и $A=1$, когда S_1 определяется формулой (2.9).

3. Определение фазовых проницаемостей. В настоящее время, вообще говоря, отсутствуют надежные экспериментальные способы определения функции плотности распределения капилляров по величине их собственной проводимости. Поэтому расчет фазовых проницаемостей приводился для модельной функции плотности распределения. Поскольку $f(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, то в общем случае ее можно представить в виде разложения в ряд по отрицательным степеням r [14]

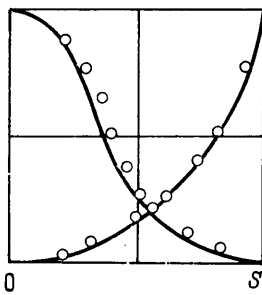
$$f(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{r^n}$$

где a_n — коэффициенты разложения. Выделяя в сумме главный член, дающий основной вклад в $f(r)$, и рассматривая его в качестве модельной функции плотности распределения, можно получить аналитические выражения для фазовых проницаемостей и капиллярного давления. Рассмотрим модельную функцию распределения

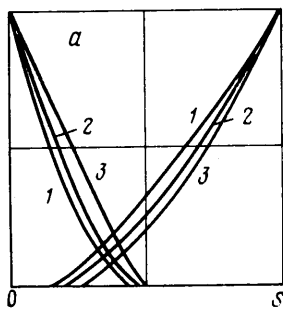
$$f(r) = 0 \quad (r_1 < r, r > r_2), \quad f(r) = \frac{r_1 r_2}{(r_2 - r_1)} \frac{1}{r^2} \quad (r_1 \leq r \leq r_2) \quad (3.1)$$

Здесь r_2 определяет максимально возможный радиус капилляра; очевидно, что r_2 не может превышать размер зерна в среде. Величина r_1 определяет минимальный радиус капилляра, в котором еще возможна фильтрация. Существование такого предельного радиуса можно связать, например, с наличием в капилляре двойного электрического слоя, затрудняющего фильтрацию флюида в тонких капиллярах вследствие возникновения в них аномально высокой вязкости.

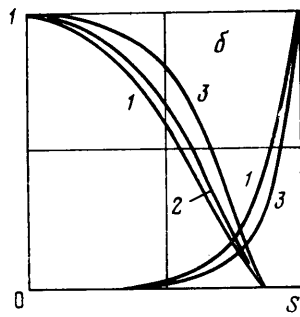
Воспользовавшись для определенности соотношениями (2.8) и (3.1),



Фиг. 4



Фиг. 5



находим связь насыщенности среды смачивающей жидкостью с величиной r_K

$$S_1 = (r_K - r_1) / (r_2 - r_1) \quad (3.2)$$

Найденные из выражений (2.3)–(2.6) и (3.2) фазовые проницаемости приведены на фиг. 3, где цифрами 2 и 1 обозначены соответственно кривые $k_1(S_1)$ и $k_2(S_1)$. Там же пунктирной линией представлены зависимости $k_1(S_1)$ и $k_2(S_1)$ для случая, когда насыщенность определяется соотношением (2.9). На фиг. 4 изображены кривые фазовых проницаемостей, получающиеся в случае задания зависимости

$$f(r) = (\sqrt{2\pi\sigma r})^{-1} \exp[-1/2(\ln r - \mu)^2 \sigma^{-2}]$$

использовавшейся при проведении численных расчетов в [8]. Так же как в [8], полагалось, что $\sigma = 0,25$, $\mu = 2$, $z = 6$. Приведенные на фиг. 4 точками результаты численного моделирования процесса двухфазной фильтрации на решеточных моделях [8] показывают, что результаты аналитических и численных расчетов для одной и той же функции $f(r)$ удовлетворительно совпадают. Для предельных случаев ($S_1 \rightarrow 1$ и $S_1 \rightarrow r_1/r_2$), полагая $\nu = 1$, из (2.3)–(2.6) можно получить асимптотические выражения для относительных фазовых проницаемостей, проводя разложение по малому параметру $\epsilon = r_1/r_2 \ll 1$. Удерживая первые члены разложений, получаем

$$k_1(S_1) = \begin{cases} 1 - 2\epsilon / (\xi_c S_1), & S_1 \rightarrow 1 \\ \xi_c^2 (S_1^2 / \epsilon^2 - 1), & S_1 \rightarrow \epsilon \end{cases} \quad (3.3)$$

$$k_2(S_1) = \begin{cases} 0, & S_1 > \epsilon / \xi_c \\ 1 - (S_1 \xi_c / \epsilon)^2, & S_1 \leq \epsilon / \xi_c \end{cases} \quad (3.4)$$

Анализ соотношения (3.3) показывает, что при $S_1 \rightarrow 1$ кривая $k_1(S_1)$ имеет выпуклость вверх, а угол наклона касательной в точке $S_1 = 1$ не равен нулю. При $S_1 \rightarrow \epsilon$ выпуклость обращена вниз, а касательная в точке $S_1 = \epsilon$ расположена под углом, близким к нулю. Аналогично из выражения (3.4) видно, что во всей области определения $k_2(S_1)$ имеет выпуклость вверх. При $S_1 \rightarrow \epsilon$ имеем $k_2(S_1) \rightarrow 1$ с почти горизонтальной касательной, а при $S_1 \rightarrow \epsilon / \xi_c$ получаем, что $k_2(S_1)$ быстро стремится к нулю.

Соотношение (3.2) позволяет получить также зависимость $P_K(S_1)$ для случая равновесной фильтрации. Так как $P_K \sim 1/r_K$, то из (3.2) находим

$$P_K(S_1) \sim [r_1 + S_1(r_2 - r_1)]^{-1}$$

откуда видно, что $P_K \rightarrow 0$ при $S_1 \rightarrow 1$, а при $S_1 \rightarrow 0$ ($S_1 \rightarrow \epsilon$) имеем $P_K \rightarrow \infty$. Качественный вид рассчитанной зависимости полностью совпадает с представленной на фиг. 2.

4. Зависимости фазовых проницаемостей от давления. Зависимости (2.3) и (2.6) позволяют определить изменения фазовых проницаемостей среды под действием внешних факторов (давления, температуры и др.),

если известна их связь с $f(r)$. В случае упругой деформации зернистой среды под действием тензора напряжений σ_i компоненты тензора деформаций определяются выражением [15]

$$\varepsilon_i = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^3 \theta_{ii} \ln \left(1 + \frac{1}{c} g \sigma_i \right) \quad (4.1)$$

Здесь $\theta_{ii} = -1$ при $i=l$, в противном случае $\theta_{ii} = h$, где h — коэффициент Пуассона; g и c — константы, характеризующие зависимость модуля Юнга $E(\sigma_i) = c + g\sigma_i$ от напряжений. В рамках нелинейной модели упругости (4.1) находим связь функции распределения с изменением σ_i : $f(r_i) = f_0(r + \varepsilon_i r_0)$. Если известна функция распределения $f_0(r)$ при $\sigma_i = 0$, то по формулам (2.3), (2.6) можно определить изменения фазовых проницаемостей.

Зависимости фазовых проницаемостей от давления приведены на фиг. 5, а, б. Расчеты проводились для функции $f(r)$, заданной выражением (3.1). Кривые на фиг. 5, а соответствуют случаю, когда насыщенность определяется соотношением (2.8), а на фиг. 5, б — зависимостью (2.9). В расчетах полагалось $c = 1,5 \cdot 10^3$ МПа, $g = 10^3$, $h = 1/3$; $r_0/r_1 = 0,2 \cdot 10^2$. Расчеты проводились для трех значений давления P : кривые 1–3 соответствуют $P = 1$; 7 и 10^2 МПа. Из фиг. 5 видно, что зависимость $k_2(S_1)$ более чувствительна к изменению давления, чем $k_1(S_1)$.

5. Остаточная насыщенность среды. Исследуем вопрос об остаточной насыщенности смачивающей жидкостью после окончания процесса вытеснения. По мере вытеснения этой жидкости уменьшается доля заполненных ею капилляров, что приводит к уменьшению проводимости БКЖ, образованного этими капиллярами. Вероятность того, что капилляр заполнен первой жидкостью, дается формулой

$$\xi = \kappa \int_0^{r_K} f(r) dr \quad (5.1)$$

Уменьшение r_K приводит к убыванию ξ , и рассматриваемый БКЖ исчезает, когда ξ оказывается меньше ξ_c .

Соответствующую величину r_K^* можно найти из соотношения, сходного с (1.3)

$$\kappa \int_0^{r_K^*} f(r) dr = \xi_c \quad (5.2)$$

Если насыщенность среды определяется объемом пор, то с учетом (2.9) остаточная насыщенность S_{10} равна ξ_c/κ (в случае кубической решетки $\xi_c = 0,25$). Если же пористость определяется объемом капилляров, то остаточная насыщенность может быть найдена из формулы (2.8), где вместо r_K необходимо подставить r_K^* из соотношения (5.2).

Если давление вытесняющей жидкости настолько велико, что происходит вытеснение смачивающей жидкости из капилляров с радиусом $r < r_K^*$, то в среде имеет место фильтрация смеси двух жидкостей. Когда смачивающая жидкость вытесняется из капилляров, радиус которых превышает r_K^* ($r_K^* < r_K^*$), то по формуле (5.1) можно найти $\xi(r_K^*)$. Зная $\xi(r_K^*)$, можно оценить средний размер кластеров R , образованных капиллярами со смачивающей жидкостью [16]

$$R \approx d[\xi_c - \xi(r_K^*)]^{-v}$$

Необходимо отметить, что формула (1.4), а также полученная на ее основе формула (2.6) учитывают убывание проводимости БКЖ до нуля при $r_K \rightarrow r_K^*$. Поэтому фазовая проницаемость для смачивающей жидкости, определенная по формуле (2.6), стремится к нулю при $S_1 \rightarrow S_{10}$. Аналогичная ситуация имеет место и для фазовой проницаемости несмачивающей жидкости.

6. Обсуждение результатов. В рамках рассмотренной модели фазовые проницаемости полностью определяются функцией плотности распределения проводящих капилляров по величине их собственной проводимости (эффективному радиусу) и величиной порога протекания, характеризующего структуру среды (тип решетки). К сожалению, в настоящее время отсутствуют надежные экспериментальные данные относительно вида

функции $f(r)$, что не позволяет вычислить фазовые проницаемости и провести количественное сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей. Однако результаты расчетов, проведенных для модельной функции плотности распределения, показывают качественное совпадение экспериментальных и теоретических зависимостей фазовых проницаемостей. Необходимо подчеркнуть, что в рамках рассматриваемой перколяционной модели по существу не учитываются динамические эффекты [17, 18], которые при значительных скоростях фильтрации могут приводить к отклонению процесса фильтрации от квазистационарного режима. Существенную роль в этом случае может играть характер распределения давления в среде на микроуровне, зависящей от скорости фильтрации. Поэтому необходимо дальнейшее исследование этого вопроса.

Отметим, что развитый подход более отчетливо демонстрирует наличие «концевого эффекта» [3]. Этот эффект заключается в задержке вытесняющей фазы вблизи поверхности образца до тех пор, пока ее насыщенность не достигает величины, близкой к предельной: $S_{10} \approx \xi_c$. Поэтому образец непроницаем для второй жидкости фактически до значений $S_1 \approx 0,2-0,4$, и лишь после падения насыщенности ниже указанного значения $S_1 \approx S_{10}$ происходит прорыв вытесняющей жидкости из образца.

Хорошее качественное совпадение теории и эксперимента позволяет надеяться на успешное применение данной перколяционной модели фазовых проницаемостей в теории фильтрации неоднородных жидкостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
2. Коллина Р. Течения жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964. 350 с.
3. Шейдлер М. И., Леви Б. И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. М.: Недра, 1970. 156 с.
4. Ромм Е. С. Структурные модели трещиноватых пористых сред. М.: Недра, 1985. 283 с.
5. Пеньковский В. И. О коэффициенте диффузии уравнения движения влаги в почвогрунтах. — Изв. АН СССР. Мех. и маш., 1964, № 6, с. 149—152.
6. Вайнер М. И. О влиянии статистического критерия подобия микроструктур пористых сред на характеристики течения двухфазной жидкости в области автомодельности по критерию Π_1 . Науч.-техн. сб. по добыче нефти. М., ВНИИНефть, 1964, вып. 25, с. 57—65.
7. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Ченсин Э. Программное моделирование процесса капиллярного вытеснения в пористой среде. — Программирование, 1975, № 3, с. 67—74.
8. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Ченсин Э., Юдин В. А. Численное моделирование равновесия и движения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ. ВНИИЯГ. 1980. 23 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 14.08.80, № 3608—80 Деп.
9. Ченсин Э. Моделирование на ЭВМ микропроцессов в пористых средах. — В кн.: Всесоюз. семинар «Современные проблемы и математические методы теории фильтрации». Тез. докл., Москва, 1984. М., 1984, с. 111—112.
10. Манучаряну Э. О., Мишина А. Ю., Юдин В. А. Моделирование неравновесного вытеснения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ. — В кн.: Всесоюз. семинар «Современные проблемы и математические методы теории фильтрации». Тез. докл., Москва, 1984. М., 1984, с. 80—82.
11. Селяков В. И. Эффективная проницаемость неоднородной среды. — В кн.: Всесоюз. семинар «Современные проблемы и математические методы теории фильтрации», Москва, 1984. М., 1984, с. 99—101.
12. Займан Дж. Модели беспорядка. М.: Мир, 1982. 591 с.
13. Шейддеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М.: Гостехиздат, 1960. 249 с.
14. Маделунг Э. Математический аппарат физики. М.: Наука, 1968. 618 с.
15. Кречетова Т. Н., Ромм Е. С. О связи главных компонентов тензоров напряжений и проницаемости пористых сред. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 1, с. 173—177.
16. Шкловский В. И., Эфрос А. Л. Теория протекания и проводимость сильно неоднородных систем. — Успехи физ. наук, 1975, т. 117, № 3, с. 401—435.
17. Эфрос Д. А. Определение относительных проницаемостей и функций распределения при вытеснении нефти водой. — Докл. АН СССР, 1956, т. 110, № 5, с. 746—749.
18. Смит Ч.-Р. Технология вторичных методов добычи нефти. М.: Недра, 1971. 288 с.

Поступила в редакцию
3.VI.1985