МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 • 1987

УДК 532.546

ОБ УСЛОВНОМ ОСРЕДНЕНИИ УРАВНЕНИЙ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПЕРЕНОСА В СЛУЧАЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

ШВИДЛЕР М. И.

Гетерогенные случайные пористые системы композитной структуры, составленные из однородных по физическим свойствам фаз, являются удобной моделью сильно неоднородных реальных сред и потому исследование фильтрационного переноса в подобных системах представляет значительный интерес для теории фильтрации и ее технических приложений. Для глобального описания течений в таких системах исходные стохастические уравнения осредняются, находятся эффективные характеристики осредненных уравнений переноса, вычисляются средние поля давления, скорости фильтрации, концентрации примесей и т. п. [1]. Для более детального анализа процесса переноса важны условные функционалы – средние поля по отдельным фазам композитной системы, и задача описания в таком случае состоит в определении безусловно (глобально)и условно осредненных полей либо уравнений, связывающих эти поля, и выяснении механизма взаимодействия течений в фазах.

В [2] рассмотрена задача условного осреднения системы уравнений переноса слабосжимаемой жидкости в случайной композитной пористой среде, математически аналогичной уравнениям теплопереноса. Получена незамкнутая система условно осредненных уравнений, которая трактуется как точная система уравнений переноса в соответствующих континуумах-фазах. Приведен способ замыкания системы для двухфазных композитов с использованием безусловно осредненных уравнений и вычислены параметры, регулирующие взаимодействие между континуумами-фазами.

Ниже решается задача условного осреднения уравнений переноса нейтральной примеси в композитной среде, пористость и тензор диффузии примеси в которой случайны. Построена незамкнутая система условно осредненных уравнений и реализовано ее замыкание с использованием глобально осредненных уравнений. Вычисляются средние поля концентрации примеси по отдельным фазам композитной среды и характеристики взаимодействия континуумов-фаз.

1. Рассмотрим нестационарный перенос нейтральной примеси в случайно-неоднородной среде. Пусть в рамках линейной теории в пространственной области Ω изучается задача

$$m(x)\frac{\partial c}{\partial t}+\operatorname{div}\mathbf{V}=f(\mathbf{x},t) \tag{1.1}$$

$$\mathbf{V}=c\mathbf{v}-\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})\nabla c \tag{1.2}$$

$$c(\mathbf{x},\ 0)=\psi(\mathbf{x}) \tag{1.3}$$

Здесь $c(\mathbf{x},\ t)$ – концентрация примеси, $\mathbf{v}(\mathbf{x},\ t)$ – неслучайная скорость фильтрации жидкости, транспортирующей примесь, $m(\mathbf{x})$ – случайная положительная пористость среды, $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})$ – положительно определенный и симметричный случайный тензор диффузии примеси, $f(\mathbf{x},\ t)$ – плотность неслучайных источников примеси, $\psi(\mathbf{x})$ – неслучайное начальное распределение примеси в области Ω.

Отметим, что в зависимости от рассматриваемой конкретной задачи и масштабов неоднородности среды под диффузией далее понимаются процессы, обусловленные различными механизмами. В частности, это может быть молекулярная диффузия примеси в жидкости, конвективная диффузия, порожденная хаотичностью микроструктуры пористой среды, дисперция примеси на флуктуациях скорости фильтрации, связанных со случайной неоднородностью макроскопического поля проницаемости.

Так как в композитной пористой среде поля $m(\mathbf{x})$ и $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})$ разрывны, под решением задачи (1.1)—(1.3) понимается обобщенное решение, удовлетворяющее соответствующим интегральным соотношениям.

Заметим, что задача (1.1)—(1.3) при $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)=0$ формально аналогична задаче о фильтрации упругой жидкости в случайной композитной системе, рассмотренной в [2].

Введем в рассмотрение средние по ансамблю реализаций случайных пористости $m(\mathbf{x})$ и тензора диффузии $\sigma(\mathbf{x})$ поля

$$U(\mathbf{x}, t)=\langle c(\mathbf{x}, t)\rangle, \quad \mathbf{W}(x, t)=\langle \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)\rangle \tag{1.4}$$

и будем полагать, что если характерный масштаб неоднородности δ стохастически однородных полей $m(\mathbf{x})$ и $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})$ удовлетворяет условию $\delta\ll l$, где l — масштаб, характеризующий неоднородность функций f и ψ, усреднение по вероятностной мере в (1.4) может быть заменено усреднением по объему области ω_Δ, масштаб которой Δ удовлетворяет неравенствам $\delta\ll\Delta\ll l$.

Для детального описания композитной системы удобны случайные индикаторные функции

$$z_i(\mathbf{x})=\begin{cases}1, & \mathbf{x}\in\Omega_i\\ 0, & \mathbf{x}\in\Omega\setminus\Omega_i\end{cases} \tag{1.5}$$

где Ω_i — часть пространства Ω, занятая i-й фазой композита.

Индикаторные функции удовлетворяют соотношениям

$$\sum_i z_i(\mathbf{x})=1, \qquad \langle z_i\rangle=\theta_i$$

где θ_i — средняя объемная доля i-й фазы в композите.

В композитной среде, составленной из однородных фаз, поля $m(\mathbf{x})$ и $\sigma(\mathbf{x})$ имеют вид

$$m(\mathbf{x})=\sum_i m_i z_i(\mathbf{x}), \qquad \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})=\sum_i \boldsymbol{\sigma}_i z_i(\mathbf{x})$$

где $m_i=\mathrm{const}$, $\boldsymbol{\sigma}_i=\mathrm{const}$ — соответственно пористость и тензоры диффузии в фазах.

Под условным осреднением поля $y(x, t)$ понимается воздействие на него оператором

$$\langle y\rangle_i=\langle y\rangle, \quad \mathbf{x}\in\Omega_i$$

и для любого случайного поля

$$\langle y\rangle_i=\theta_i^{-1}\langle z_i y\rangle \tag{1.6}$$

Теперь, учитывая (1.4)—(1.6), введем условные средние фазовые концентрацию и плотность потока примеси

$$U_i(\mathbf{x}, t)=\langle c(\mathbf{x}, t)\rangle_i, \qquad \mathbf{W}_i(\mathbf{x}, t)=\langle \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)\rangle_i \tag{1.7}$$

и перейдем к условному осреднению уравнений (1.1), (1.2).

Используя полученные в [2] выражения для условно осредненных операторов

$$\langle \operatorname{div} \mathbf{V}\rangle_i=\operatorname{div} \mathbf{V}_i+\theta_i^{-1}Q_i, \qquad Q_i=-\langle \mathbf{V}\nabla z_i\rangle, \qquad \sum_i Q_i=0 \tag{1.8}$$

$$\langle \nabla c\rangle_i=\nabla U_i+\theta_i^{-1}\mathbf{P}_i, \qquad \mathbf{P}_i=-\langle c\nabla z_i\rangle, \qquad \sum_i \mathbf{P}_i=0$$

запишем систему условно осредненных уравнений

$$m_i \frac{\partial U_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{W}_i + \theta_i^{-1} Q_i = f \tag{1.9}$$

$$\mathbf{W}_i = \mathbf{v} U_i - \boldsymbol{\sigma}_i (\nabla U_i + \theta_i^{-1} \mathbf{P}_i) \tag{1.10}$$

которую естественно трактовать как точные уравнения переноса примеси в i-м континууме-фазе, содержащую неизвестные корреляции Q_i и $\mathbf{P}_i$ и, следовательно, незамкнутую. При этом, очевидно, уравнение (1.9) — условие баланса примеси в i-м континууме, в котором член Q_i (назовем его перетоком) является интенсивностью обмена примеси с другими континуумами. Уравнение (1.10) является модификацией уравнения (1.2) для i-го континуума, а имеющийся в нем вектор $\mathbf{P}_i$ — мера отклонения среднего фазового значения градиента концентрации от градиента средней фазовой концентрации. Такая интерпретация корреляционных моментов Q_i и $\mathbf{P}_i$ — следствие того, что ∇z_i является обобщенной функцией, отличной от нуля только на границах различных фаз. Заметим также, что существование Q_i и $\mathbf{P}_i$ — это результат расщепления единого континуума на фазовые, в каждом из которых реализуется континуальное описание в виде системы (1.9), (1.10) даже в тех случаях, когда какая-либо из фаз пространственно несвязна.

Подставив (1.2) в выражение для Q_i, получим

$$Q_i = \mathbf{v} \mathbf{P}_i + \langle \boldsymbol{\sigma} \nabla c \nabla z_i \rangle$$

и, следовательно, общий переток Q_i расщепляется на две части, порожденные соответственно конвективным и диффузионным переносом.

2. Для замыкания системы условно осредненных уравнений, определения перетоков Q_i и диффузионных потоков $\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{P}_i$ полей U_i и $\mathbf{W}_i$ используем безусловно осредненную систему (1.1), (1.2), записав ее в виде

$$m_0 \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{W} = f - \lambda U \tag{2.1}$$

$$\mathbf{W} = U \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma}^* \nabla U + \gamma U \tag{2.2}$$

Здесь $m_0 = \langle m \rangle = \mathrm{const}$, $\boldsymbol{\sigma}^* = \mathrm{const}$ — тензор эффективной диффузии, определяемый из решения соответствующей задачи или эксперимента, выражения λU, γU — бесконечные асимптотические ряды по степеням параметра $\varepsilon = \delta / l$, коэффициенты при которых — линейные комбинации производных поля U, такие, что при $\varepsilon \to 0$ выражения λU и γU стремятся к нулю.

Умножив уравнение (1.9) на θ_i и просуммировав по всем i, получим уравнение баланса примеси для композитной системы в целом

$$\sum_i m_i \theta_i \frac{\partial U_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{W} = f$$

содержащее условно и безусловно осредненные поля U_i и $\mathbf{W}$. Сравнив его с (2.1), запишем уравнение для U_i

$$\sum_i m_i \theta_i \frac{\partial U_i}{\partial t} = m_0 \frac{\partial U}{\partial t} + \lambda U \tag{2.3}$$

к которому присоединим очевидное соотношение

$$\sum_i \theta_i \frac{\partial U_i}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} \tag{2.4}$$

Если композитная система состоит из двух фаз, пористости которых различны, система (2.3), (2.4) имеет единственное решение относительно $\partial U_i / \partial t$. Проинтегрировав его при условии $U_i(x, 0) = U(x, 0)$, запишем равенство

$$U_i=U+\frac{(1-\theta_i)}{\theta_i(m_i-m_0)}\int_0^t \lambda U\,d\tau, \qquad i=1,2 \tag{2.5}$$

показывающее, что мера неравновесности фазовой концентрации — отклонение U_i от U — нелокальна.

Для определения $\mathbf{P}_i$ умножим уравнение (1.10) на θ_i и, просуммировав по всем i, сравним результат с (2.2). Тогда с учетом (2.5) получим

$$\mathbf{P}_i=(1-\theta_i)\left\{(\langle\sigma\rangle-\sigma_i)^{-1}[(\langle\sigma\rangle-\sigma^*)\nabla U+\gamma U]+(m_0-m_i)^{-1}\int_0^t \nabla\lambda U\,d\tau\right\} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{W}_i=\mathbf{v}U-\theta_i^{-1}\left\{\sigma_i[\theta_i\sigma_i+(1-\theta_i)\sigma^*-\langle\sigma\rangle](\sigma_i-\langle\sigma\rangle)^{-1}(\nabla U+\gamma U)+\right.$$
$$\left.+(1-\theta_i)(m_0-m_i)^{-1}\mathbf{v}\int_0^t \lambda U\,d\tau\right\} \tag{2.7}$$

где $\mathbf{W}_i$ — фазовые плотности потока примеси.

Подстановка U_i и W_i в уравнение (1.9) дает возможность выразить перетоки Q_i через среднее поле U

$$Q_i=\theta_i\left\{f-m_i\left[\frac{\partial U}{\partial t}+(1-\theta_i)\theta_i^{-1}(m_i-m_0)^{-1}\lambda U\right]-\operatorname{div}\mathbf{W}_i\right\} \tag{2.8}$$

Таким образом, знание осредненной системы и ее решения позволяет с эквивалентной точностью из формул (2.5), (2.8) определить все характеристики условно осредненных полей.

3. Рассмотрим некоторые примеры. Пусть $\sigma\equiv0$. Как показано в [3], в приближении малых флуктуаций поля $m(x)$ и при $\mathbf{v}=\text{const}$ в осредненной системе (2.1), (2.2) следует положить $\sigma^*=0$, $\gamma U=0$ и

$$\lambda U=-m_0^{-1}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t M(\mathbf{x},\mathbf{z})\frac{\partial U(\mathbf{z},\tau)}{\partial\tau}d\tau \tag{3.1}$$

$$\mathbf{z}=\mathbf{x}-\mathbf{v}m_0^{-1}(t-\tau),\ M(\mathbf{x},\mathbf{z})=\langle[m(\mathbf{x})-m_0][m(\mathbf{z})-m_0]\rangle$$

Подставив в (2.5) выражение (3.1), получим в приближении слабых флуктуаций пористости

$$U_i=U+\frac{1-\theta_i}{\theta_i m_0(m_i-m_0)}\int_0^t M(\mathbf{x},\mathbf{z})\frac{\partial U(\mathbf{z},\tau)}{\partial\tau}d\tau \tag{3.2}$$

Таким образом, мера неравновесности фазовой концентрации — отклонение $U_i(\mathbf{x}, t)$ от $U(\mathbf{x}, t)$ — есть просуммированные с весом $M(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ значения $\partial U(\mathbf{z}, \tau)/\partial\tau$ для некоторой точки, «плывущей» со скоростью $\mathbf{v}/m_0$ и оказавшейся в момент времени t в точке $\mathbf{x}$. Она зависит от прошлого тем сильнее, чем сильнее «память» корреляции $M(\mathbf{x}, \mathbf{z})$. Для композитных систем, пористость которых разрывна, удобна модель поля, одномерным аналогом которого являются процессы телеграфного типа. Для таких полей, как известно

$$M(\mathbf{x},\mathbf{z})=M_0\exp[(\tau-t)/a],\quad a=\delta m_0/v,\quad M_0=(m_1-m_2)^2\theta_1\theta_2$$

и, как показано в [1, 4], выражение (3.1) при любых a может быть записано в гиперболической форме

$$\lambda U=a\left[m_0\left(1-\frac{M_0}{m_0^2}\right)\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}+2v\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial t}+\frac{v}{m_0}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right]$$

Для малых пространственных масштабов корреляции δ поля $m(x)$ величина λU имеет асимптотически эквивалентные представления

$$\lambda U=-\frac{M_0\delta v}{m_0^2}\frac{\partial U}{\partial x^2}\qquad \lambda U=\frac{M_0\delta}{m_0}\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial t}\tag{3.3}$$

Подставив первую из формул (3.3) в (3.2), получим

$$U_i=U-\frac{\delta v(m_i-m_0)}{m_0^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int\limits_0^t U(x,\tau)\,d\tau\tag{3.4}$$

Для второго представления λU из (3.3) мера неравновесности локальна, но явно зависит от начального распределения концентрации

$$U_i=U+\frac{\delta(m_i-m_0)}{m_0}\left[\frac{\partial U(x,t)}{\partial x}-\frac{\partial U(x,0)}{\partial x}\right]\tag{3.5}$$

Подставив (3.4) и (3.5) в (2.8), найдем соответствующие выражения для перетоков

$$Q_i=-\theta_i\left\{m_i\frac{\partial U}{\partial t}+v\frac{\partial U}{\partial x}-f+\frac{\delta v(m_0-m_i)}{m_0^2}\left[m_i\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+v\frac{\partial^3}{\partial x^3}\int\limits_0^t U(x,\tau)\,d\tau\right]\right\}$$

$$Q_i=-\theta_i\left\{m_i\frac{\partial U}{\partial t}+v\frac{\partial U}{\partial x}-f+\frac{\delta(m_i-m_0)}{m_0}\left[m_i\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial t}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+v\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 U(x,0)}{\partial x^2}\right)\right]\right\}$$

Рассмотрим теперь процесс переноса в предельном варианте мелкомасштабных неоднородностей, для которого в безусловно и условно осредненных уравнениях можно отбросить члены, содержащие δ или ε. Тогда $U_i=U$, а перетоки имеют вид

$$Q_i=-\theta_i\left(m_i\frac{\partial U}{\partial t}+v\frac{\partial U}{\partial x}-f\right)$$

Учитывая и безусловно осредненное уравнение, Q_i можно записать иначе

$$Q_i=\theta_i\frac{m_0-m_i}{m_0}\left(f-v\frac{\partial U}{\partial x}\right)\tag{3.6}$$

$$Q_i=\theta_i(m_0-m_i)\frac{\partial U}{\partial t}$$

Из последней формулы следует, что знак перетока Q_1 в малопористом континууме совпадает со знаком $\partial U/\partial t$. Пусть, например, $\partial U/\partial t>0$ и потому $Q_1>0$, т. е. примесь из малопористого континуума поступает в высокопористый. Этот результат объясняется тем, что скорость переноса концентрации v/m_i больше в малопористой фазе и для равенства фазовых концентраций при $\partial U/\partial t>0$ необходим отток примеси из малопористой фазы.

Перейдем к рассмотрению в мелкомасштабном приближении ($\delta\to 0$) более общего случая переноса с диффузией. Тогда из (2.5)—(2.8) получим

$$U_i=U,\ \mathbf{P}_i=(1-\theta_i)(\langle\sigma\rangle-\sigma_i)^{-1}(\langle\sigma\rangle-\sigma^*)\nabla U$$

$$\mathbf{W}_i=\mathbf{v}U-\boldsymbol{\sigma}_i f_i^*\nabla U,\quad f_i^*=\theta_i^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i-\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle)^{-1}[\boldsymbol{\sigma}^*-\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle-\theta_i(\boldsymbol{\sigma}^*-\boldsymbol{\sigma}_i)] \tag{3.7}$$

$$Q_i=\theta_i\left(f-m_i\frac{\partial U}{\partial t}-\operatorname{div}\mathbf{W}_i\right)$$

и, следовательно, для определения характеристик условно осредненных полей достаточно знать тензор эффективной диффузии $\boldsymbol{\sigma}^*$ и решение осредненной системы $U(\mathbf{x}, t)$ в рассматриваемом приближении. При этом заметим, что тензор $\boldsymbol{\sigma}^*$ при $\mathbf{v}=0$ принципиально отличается от тензора эффективной диффузии при $\mathbf{v}\neq 0$. Пусть, например, рассматривается одномерный перенос при $v=0$. Тогда, как известно, $\sigma^*=\langle\sigma^{-1}\rangle^{-1}$ и, если в одной из фаз композитной системы $\sigma\to 0$, эффективный коэффициент $\sigma^*\to 0$. Если же $v\neq 0$, то при той же функции $\sigma(x)$ эффективная диффузия отлична от нуля, так как включения с $\sigma\sim 0$ чередуются с включениями $\sigma\neq 0$; вполне правдоподобно, что эффективная диффузия $\sigma^*\sim\langle\sigma\rangle$.

В случае слабой диффузии тензор $\boldsymbol{\sigma}^*$ может быть определен следующим образом. При $f=0$ и $\boldsymbol{\sigma}_i\to 0$ из (3.7) следует многомерный вариант первой из формул (3.6)

$$Q_i=\theta_i m_0^{-1}(m_i-m_0)\mathbf{v}\nabla U$$

С другой стороны, из (1.11) имеем

$$Q_i=\mathbf{v}\mathbf{P}_i$$

Подставив $\mathbf{P}_i$ из (3.7) и сравнив Q_i, получим уравнение для тензора $\boldsymbol{\sigma}^*$

$$(1-\theta_i)(\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle-\boldsymbol{\sigma}_i)^{-1}(\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle-\boldsymbol{\sigma}^*)=\theta_i m_0^{-1}(m_i-m_0)$$

решение которого имеет вид

$$\boldsymbol{\sigma}^*=\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle+\theta_1\theta_2 m_0^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_1-\boldsymbol{\sigma}_2)(m_1-m_2) \tag{3.8}$$

Так как взаимный корреляционный момент пористости и тензора диффузии $\boldsymbol{\sigma}$ определяется выражением

$$\boldsymbol{K}_{\sigma,m}=\theta_1\theta_2(\boldsymbol{\sigma}_1-\boldsymbol{\sigma}_2)(m_1-m_2)$$

то формулу (3.8) для $\boldsymbol{\sigma}^*$ можно переписать в виде

$$\boldsymbol{\sigma}^*=\langle\boldsymbol{\sigma}m\rangle/\langle m\rangle \tag{3.9}$$

Из (3.8) следует, что $\boldsymbol{\sigma}^*>\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle$ при положительной корреляции $\boldsymbol{\sigma}$ и m и $\boldsymbol{\sigma}^*<\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle$, если она отрицательна. Объяснение этих эффектов состоит в том, что при положительной корреляции пористости и диффузии конвективный поток медленнее переносит диффундирующие частицы примеси в областях с повышенным коэффициентом диффузии, а при отрицательной корреляции «задержка» происходит в областях с пониженным коэффициентом диффузии. Таким образом, неоднородность поля пористости может как усиливать, так и ослаблять эффективный диффузионный перенос. В задачах фильтрационного переноса в средах со случайной пористостью и проницаемостью подобный эффект усиления или ослабления эффективной дисперсии в зависимости от корреляции непрерывных полей проницаемости и пористости изучался в [3].

Формулу (3.9) можно получить также из элементарных эвристических соображений. Рассмотрим одномерный перенос. Пусть диффундирующая и переносимая потоком частица в среднем переместится за достаточно большое время на расстояние b. Как показано в [1], средняя скорость такой частицы отличается от мгновенной средней скорости $v\langle m^{-1}\rangle$ и равна vm_0^{-1}, а потому $t=bm_0v^{-1}$. Мера рассеяния частицы относительно точки, движущейся со средней скоростью,— средний квадрат смещения — составит [5]

$$\langle\zeta^2\rangle=\sigma^* t,\quad t=bm_0v^{-1}$$

При слабой диффузии мера рассеяния частицы в каждой подсистеме включений пропорциональна времени пребывания в этой подсистеме центра тяжести облака частиц, т. е.

$$\langle\zeta_i^2\rangle=\sigma_i t_i,\quad t_i=bm_i\theta_i v^{-1}$$

Считая, что при слабой диффузии мера рассеяния аддитивна, получим $\sigma^*=\langle\sigma m\rangle/\langle m\rangle$, т. е. формулу (3.9).

Приведенные соображения показывают, что формула (3.9) имеет смысл для значений времени, достаточно больших, чтобы частица, переносимая конвективным потоком, прошла расстояние, много большее масштаба корреляции среды δ, т. е. $t\gg\delta m_0 v^{-1}$. Будем полагать, что при этом условии формула (3.9) является достаточно точной при произвольных $\boldsymbol{\sigma}$. Тогда, подставив ее в (3.7), получим

$$\mathbf{P}_i=\theta_i m_0^{-1}(m_i-m_0)\nabla U$$

и, следовательно, в соответствии с (1.11) можно вычислить конвективную часть перетока $Q_i^{(1)}=\mathbf{vP}_i$, которая зависит и от поля $\boldsymbol{\sigma}$, поскольку от него зависит $U(\mathbf{x}, t)$. Зная Q_i и $Q_i^{(1)}$, можно определить и диффузионную часть перетока $Q_i^{(2)}=Q_i-Q_i^{(1)}$. При $m_i=\mathrm{const}$ конвективная часть перетока равна нулю.

В заключение отметим, что приведенные выше основные результаты условного осреднения системы (1.1), (1.2) сохраняются и в том случае, когда поля $m(x)$ и $\boldsymbol{\sigma}(x)$ — неслучайные периодические функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Швидлер М. И.* Статистическая гидродинамика пористых сред. М.: Недра, 1985. 288 с.
2. *Швидлер М. И.* Об условном осреднении неустановившихся фильтрационных полей в случайных композитных пористых средах.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1986, № 5, с. 69–74.
3. *Швидлер М. И.* О дисперсии фильтрационного потока.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 4, с. 65–69.
4. *Швидлер М. И.* Осреднение уравнений фильтрационного переноса в средах со случайными неоднородностями.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 1, с. 68–75.
5. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.

Москва

Поступила в редакцию
15.II.1986