

УДК 532.529:532.517.4

СПЕКТР ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ ПРИ ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

ДЕРЕВИЧ И. В.

Добавление в турбулентный поток газа примеси частиц небольшой концентрации изменяет не только турбулентную энергию несущей фазы, но и распределение пульсационной энергии по вихрям различных размеров. Искажение пульсационного спектра несущей фазы обусловлено неоднородностью степени воздействия дискретной примеси на вихри разных размеров. В турбулентном потоке имеется интенсивное взаимодействие между взвешенными частицами и вихрями, характерная величина которых сравнима либо меньше диаметра частиц [1]. Это взаимодействие, как предполагается в [2], должно вызывать сильное ослабление коротковолновой части спектра пульсаций несущей фазы. Представление о том, что присутствие частиц в турбулентном потоке ослабляет мелкомасштабную турбулентность, использовано в [3] для расчета гидравлического сопротивления и теплообмена потоков газозвеси в трубах. В [4] проведен анализ воздействия частиц на пульсационный спектр газа и получено, что добавление примеси увеличивает интенсивность турбулентных пульсаций в инерционной области спектра и снижает ее в области, соответствующей вязкой диссипации. С другой стороны, при вырождении однофазной изотропной турбулентности газа с частицами происходит уменьшение турбулентных пульсаций в диапазоне именно малых волновых чисел, коротковолновая же часть спектра практически не искажается [5]. В [6, 7] экспериментально обнаружено, что присутствие частиц примеси искажает энергетический спектр турбулентности несущего потока, уменьшая уровень турбулентных пульсаций, приходящихся на энергоемкий и инерционный интервалы спектра и расширяя коротковолновый диапазон спектра.

В настоящей работе анализ влияния частиц на пульсационный спектр газа основан на уравнениях для двухточечных моментов пульсаций компонент скоростей твердой и несущей фазы. Для аппроксимации членов, описывающих перенос пульсационной энергии по спектру, привлекается гипотеза Гейзенберга [8], модифицированная с целью учета влияния частиц на интенсивность перераспределения турбулентной энергии между вихрями различных размеров.

Система уравнений для двухточечных моментов пульсаций скоростей газа $u_i(x, t)$ и частиц $v_i(x, t)$ в случае однородной изотропной турбулентности имеет вид [9]

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ij}(1, 2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} [S_{ik,j}(1, 2) - S_{i,kj}(1, 2)] &= 2\nu \frac{\partial^2 Q_{ij}(1, 2)}{\partial \xi_k \partial \xi_k} - \\ &- 2 \frac{\Phi}{\tau} [Q_{ij}(1, 2) - T_{ij}(1, 2)] \\ \frac{\partial W_{ij}(1, 2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} [L_{ik,j}(1, 2) - L_{i,kj}(1, 2)] &= \frac{2}{\tau} [T_{ij}(1, 2) - W_{ij}(1, 2)] \\ \frac{\partial T_{ij}(1, 2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} [P_{ik,j}(1, 2) - R_{i,kj}(1, 2)] &= \nu \frac{\partial^2 T_{ij}(1, 2)}{\partial \xi_k \partial \xi_k} - \\ &- \frac{\Phi}{\tau} [T_{ij}(1, 2) - W_{ij}(1, 2)] + \frac{1}{\tau} [Q_{ij}(1, 2) - T_{ij}(1, 2)], \\ \tau &= \frac{2\rho_2 a^2}{9\rho_1 \nu} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
Q_{ij}(1, 2) &= \langle u_i(\mathbf{x}_1, t) u_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle, \quad S_{ik,j}(1, 2) = \langle u_i(\mathbf{x}_1, t) u_k(\mathbf{x}_1, t) u_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle \\
W_{ij}(1, 2) &= \langle v_i(\mathbf{x}_1, t) v_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle, \quad L_{ik,j}(1, 2) = \langle v_i(\mathbf{x}_1, t) v_k(\mathbf{x}_1, t) v_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle \\
T_{ij}(1, 2) &= \langle v_i(\mathbf{x}_1, t) u_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle, \quad P_{ik,j}(1, 2) = \langle v_i(\mathbf{x}_1, t) v_k(\mathbf{x}_1, t) u_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle \\
R_{i,jk}(1, 2) &= \langle v_i(\mathbf{x}_1, t) u_k(\mathbf{x}_2, t) u_j(\mathbf{x}_2, t) \rangle, \quad \xi = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2
\end{aligned}$$

где τ — время динамической релаксации частиц, рассматриваемых в стоковом приближении, ρ_2, ρ_1 — плотности материала частиц и газа, ν — кинематическая вязкость газа, a — радиус частиц, $\Phi = \rho_2/\rho_1 C$ — массовая концентрация частиц, C — объемная концентрация частиц примеси.

Осуществляя в (1) переход к спектральному представлению, получаем систему уравнений, описывающую эволюцию энергетического спектра запыленного газа при однородной изотропной турбулентности

$$\frac{\partial E_u(k, t)}{\partial t} - F_u(k, t) = -2\nu k^2 E_u(k, t) - 2 \frac{\Phi}{\tau} [E_u(k, t) - E_{uv}(k, t)] \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_v(k, t)}{\partial t} - F_v(k, t) = \frac{2}{\tau} [E_{uv}(k, t) - E_v(k, t)] \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial E_{uv}(k, t)}{\partial t} - F_{uv}(k, t) = -\nu k^2 E_{uv}(k, t) - \\
&- \frac{\Phi}{\tau} [E_{uv}(k, t) - E_v(k, t)] + \frac{1}{\tau} [E_u(k, t) - E_{uv}(k, t)] \quad (4)
\end{aligned}$$

где E_u, E_v, E_{uv} — спектральные функции двухточечных корреляций квадрата пульсаций скорости несущей и твердой фаз, а также корреляции пульсаций скорости твердой и несущей фаз, F_u, F_v, F_{uv} — спектральные функции, соответствующие тройным корреляционным моментам пульсаций скоростей твердой и несущей фаз системы (1) и описывающие обмен пульсационной энергией между вихрями различных размеров.

Рассматривается случай однородной изотропной турбулентности в области универсального равновесия ($k \gg k_e$, k_e — волновое число, соответствующее энергоемким вихрям). Характер турбулентности в этой области целиком определяется потоком энергии от крупных вихрей к более мелким и величиной турбулентной диссипации пульсационной энергии газа. Уравнение (3) записывается в виде

$$\frac{\tau}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E_v(k, t) dk - \frac{\tau}{2} \int_0^k F_v(k, t) dk = \int_0^k [E_{uv}(k, t) - E_v(k, t)] dk \quad (5)$$

Ниже исследуется случай, когда $\tau/T_0 \ll 1$ ($T_0 = L/U$ — время изменения полной интенсивности турбулентных энергоемких пульсаций, L и U — характерные размер и скорость энергоемких возмущений). В этой ситуации частицы в полной мере участвуют в пульсационном движении энергоемких вихрей, при этом скорости энергоемких пульсаций твердой V и несущей фаз U одного порядка величины. При $k > k_e$ для первого и второго членов слева в (5) по порядку величины имеем

$$\begin{aligned}
&\left[\tau \frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E_v(k, t) dk \right] \left[\int_0^k E_v(k, t) dk \right]^{-1} \sim \frac{\tau}{T_0} \\
&\left[\tau \int_0^k F_v(k, t) dk \right] \left[\int_0^k E_{uv}(k, t) dk \right]^{-1} \sim \frac{\tau V^3}{LUV} = \frac{\tau V}{L} \sim \frac{\tau}{T_0}
\end{aligned}$$

Из приведенных выше оценок следует, что с точностью до членов порядка $\tau/T_0 \ll 1$ имеем $E_v(k, t) = E_{uv}(k, t)$.

Интегрируя уравнение (4), записываем

$$\begin{aligned} \tau \frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E_{uv}(k, t) dk - \tau \int_0^k F_{uv}(k, t) dk = \Phi \int_0^k [E_{uv}(k, t) - E_v(k, t)] dk + \\ + \int_0^k [E_u(k, t) - (1 + \tau v k^2) E_{uv}(k, t)] dk \end{aligned}$$

При $k > k_e$ получаем следующие оценки:

$$\begin{aligned} \left[\tau \frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E_{uv}(k, t) dk \right] \left[\int_0^k E_{uv}(k, t) dk \right]^{-1} &\sim \frac{\tau}{T_0} \\ \left[\tau \int_0^k F_{uv}(k, t) dk \right] \left[\int_0^k E_u(k, t) dk \right]^{-1} &\sim \frac{\tau}{T_0} \\ \left[\int_0^k [E_{uv}(k, t) - E_v(k, t)] dk \right] \left[\int_0^k E_{uv}(k, t) dk \right]^{-1} &\sim \frac{\tau}{T_0} \end{aligned}$$

Следовательно, в области инерционного переноса $k \gg k_e$ с точностью до членов порядка τ/T_0 справедливы приближенные выражения

$$E_v(k, t) = E_{uv}(k, t) = \frac{E_u(k, t)}{1 + \Omega_k}, \quad \Omega_k = \tau v k^2 \quad (6)$$

Таким образом, степень участия частиц в пульсационном движении зависит от значений параметра инерционности Ω_k . В диапазоне мелко-масштабной турбулентности при $\Omega_k \gg 1$ частицы практически не вовлекаются в пульсационное движение несущей фазы $E_{uv} = E_v = 0$. С увеличением характерных размеров вихрей в интервале, где $\Omega_k \ll 1$, частицы в полной мере участвуют в турбулентном движении $E_{uv}(k, t) = E_v(k, t) = E_u(k, t)$.

Уравнение для спектральной функции пульсаций скорости газа с частицами следует из (2) и (6)

$$\frac{\partial E_u(k, t)}{\partial t} - F_u(k, t) = 2v k^2 E_u(k, t) \left(1 + \frac{\Phi}{1 + \tau v k^2} \right) \quad (7)$$

Пренебрегая диссипацией энергии в диапазоне малых волновых чисел $k < k_e$, получаем, что в области равновесия полный поток энергии за счет инерционного переноса практически равен диссипации пульсационной энергии запыленного газа

$$\Sigma_u(t) = 2v \int_0^\infty k^2 E_u(k, t) \left(1 + \frac{\Phi}{1 + \tau v k^2} \right) dk \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что в газовзвеси в перераспределении энергии между вихрями различных размеров участвуют и взвешенные в потоки частицы, причем вклад дискретной фазы в перенос энергии газа по спектру определяется значением параметра Ω_k .

Считая, что инерционный перенос турбулентной энергии в равновесной области ($k \gg k_e$) осуществляется практически без потерь, из (7) и (8) получаем [10]

$$\Sigma_u(t) = W(k, t) + 2v \int_0^k k^2 E_u(k, t) \left(1 + \frac{\Phi}{1 + \tau v k^2} \right) dk \quad (9)$$

$$W(k, t) = - \int_0^k F_u(k, t) dk$$

где $W(k, t)$ — поток энергии в вихрь с характерным размером k^{-1} .

В соответствии с гипотезой Гейзенберга [8] поток энергии $W(k, t)$ пропорционален величине диссипации энергии в вихрях с волновыми числами, меньшими k , причем выражение для этой диссипации по форме совпадает с (8), где вместо молекулярной вязкости выступает пульсационная вязкость, создаваемая вихрями, размер которых меньше k^{-1}

$$W(k, t) = -2\alpha \int_k^\infty \sqrt{\frac{E_u(k_1, t)}{k_1^3}} dk_1 \int_0^k k_2^2 E_u(k_2, t) \left(1 + \frac{\Phi}{1 + \tau \nu k_2^2} \right) dk_2 \quad (10)$$

Уравнение (9) с учетом выражения (10) перепишем в виде

$$\begin{aligned} \theta_u(k, t) &= \int_0^k k^2 E_u(k, t) \left(1 + \frac{\Phi}{1 + \tau \nu k^2} \right) dk \\ \frac{d\theta_u(k, t)}{dk} &= \left(\frac{2\alpha}{\Sigma_u} \right)^2 \frac{\theta_u^4(k, t) (1 + \tau \nu k^2)}{k^5 (1 + \tau \nu k^2 + \Phi)}, \quad \theta_u(\infty, t) = \frac{\Sigma_u(t)}{2\nu} \end{aligned} \quad (11)$$

В результате интегрирования уравнения (11) имеем

$$\theta_u^{-3} = \left(\frac{2\alpha}{\Sigma_u} \right)^3 + \left(\frac{2\alpha}{\Sigma_u} \right)^2 \frac{k^{-1}}{4(1+\Phi)} \left\{ 1 + \frac{\Phi \tau \nu k^2}{1+\Phi} \left[1 - \frac{\tau \nu k^2}{1+\Phi} \ln \left(1 + \frac{1+\Phi}{\tau \nu k^2} \right) \right] \right\} \quad (12)$$

Из (12) и (10) вытекает выражение для спектральной функции пульсаций скорости газа в присутствии частиц

$$\begin{aligned} e_u(K, t) &= \left(\frac{8}{9\alpha} \right)^{3/4} \left(\frac{\Sigma_u}{\Sigma} \right)^{3/4} \frac{(1 + TK^2)(1 + \Phi + TK^2 + \Phi TK^2)}{(1 + \Phi)(1 + \Phi + TK^2)^2} \times \\ &\times K^{-5/4} \left\{ \frac{1}{1 + \Phi} \left[1 + \frac{2\Phi TK^2}{1 + \Phi} \left(1 - \frac{TK^2}{1 + \Phi} \ln \left(1 + \frac{1 + \Phi}{TK^2} \right) \right) \right] + \frac{8}{3\alpha^2} \left(\frac{\Sigma}{\Sigma_u} \right) K^4 \right\}^{-1/4}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$e_u(K, t) = \frac{E_u(k, t)}{(\Sigma \nu^5)^{1/4}}, \quad \Sigma(t) = 2\nu \int_0^k k^2 E_u(k, t) dk$$

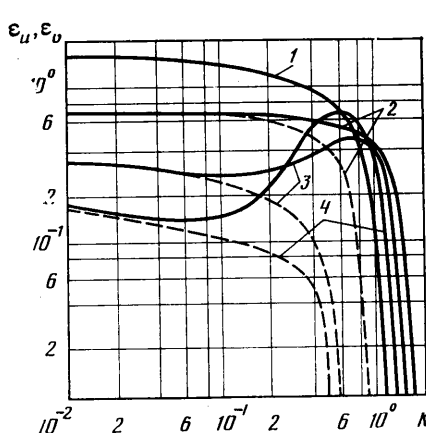
$$K = \frac{k}{k_d}, \quad k_d = \left(\frac{\Sigma}{\nu^3} \right)^{1/4}, \quad T = \frac{2\rho_2}{9\rho_1} (ak_d)^2$$

$$\frac{\Sigma_u}{\Sigma} = 1 + 2\Phi \int_0^\infty \frac{K^2 e_u(K, t) dK}{1 + TK^2}, \quad 2 \int_0^\infty K^2 e_u(K, t) dK = 1$$

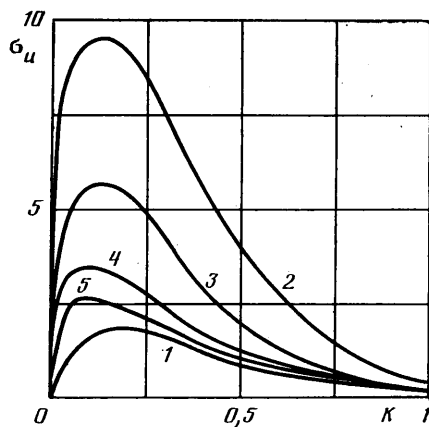
$$e_v(K, t) = \frac{E_v(K, t)}{(\Sigma \nu^5)^{1/4}} = \frac{e_u(K, t)}{1 + TK^2}$$

где K — безразмерное волновое число, k_d — диссипативный масштаб в пространстве волновых чисел, Σ — турбулентная диссипация в газе без учета влияния частиц, T — безразмерное время динамической релаксации частиц, $\alpha = 0,45$ [11].

Из формулы (13) следует, что безынерционные ($T \rightarrow 0$) и очень инерционные частицы ($T \rightarrow \infty$) не оказывают воздействия на пульсационный спектр газа. На фиг. 1 показано влияние частиц различной инерционности на пульсационный спектр несущей $\varepsilon_u = e_u(K, t)/K^{-5/4}$ и дискретной $\varepsilon_v =$



Фиг. 1



Фиг. 2

$=e_v(K, t)/K^{-5/3}$ фаз. (кривая 1 — спектр без частиц, кривые 2, 3, 4 рассчитаны при массовой концентрации $\Phi=8$ и $T=4, 25, 100$ соответственно; штриховыми линиями нанесены спектры пульсаций твердой фазы). Видно, что добавление в турбулентный поток твердой дискретной примеси снижает уровень турбулентных пульсаций газа в инерционной области спектра и расширяет диапазон мелкомасштабных пульсаций, соответствующих области вязкой диссипации энергии. При этом для газа с крупными частицами ($T \gg 1$) наблюдается значительное уменьшение турбулентной энергии в инерционной области и резкое увеличение интенсивности турбулентных пульсаций на границе спектра. Увеличение инерционности частиц смещает границу спектра пульсаций твердой фазы в область более крупных вихрей, что является следствием незначительного участия инерционных частиц в турбулентном движении мелкомасштабных вихрей.

Добавление частиц в поток газа увеличивает турбулентную диссипацию энергии несущей фазы. На фиг. 2 приведено распределение по безразмерным волновым числам диссипативной функции

$$\sigma_u(K, t) = 2K^2 e_u(K, t) [1 + \Phi / (1 + TK^2)]$$

(кривая 1 — однофазный поток, кривые 2–5 рассчитаны при массовой концентрации $\Phi=8$ и $T=1, 4, 25, 100$). Рост инерционности частиц приводит к тому, что максимум спектральной диссипативной функции располагается в области более крупных, чем в однофазном газе, вихрей.

Таким образом, при однородной изотропной турбулентности присутствие частиц в газе приводит к тому, что в области универсального равновесия в пространстве волновых чисел снижается уровень турбулентных пульсаций при инерционном переносе турбулентной энергии несущей фазы по спектру и расширяется диапазон мелкомасштабной турбулентности в районе вязкой диссипации; кроме того, частицы вызывают увеличение турбулентной диссипации пульсационной энергии газа. Выводы о влиянии дискретной примеси на пульсационную структуру однородного изотропного потока газозвеси качественно согласуются с экспериментальными результатами работ [6, 7], в которых изучалось течение запыленного потока в трубах. Следовательно, результаты данной работы могут быть использованы и при анализе турбулентных течений дисперсных потоков со сдвигом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буевич Ю. А. О взаимодействии стоксовой частицы со случайным турбулентным полем несжимаемой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 1, с. 83–90.
2. Буевич Ю. А. К модели снижения сопротивления при введении частиц в турбулентный поток вязкой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, № 2, с. 114–120.
3. Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных

- потоков с твердым полидисперсным веществом. Киев: Наук. думка, 1980. 251 с.
4. *Baw P. S. H., Peskin R. L.* Some aspects of gas-solid suspension turbulence.— Trans. ASME. D: J. Basic Engng, 1971, v. 93, № 4, p. 631–635.
 5. *Бувич Ю. А., Гупало Ю. П.* Искажение энергетического спектра вырождающейся изотропной турбулентности под влиянием взвешенных в жидкости частиц.— ПМТФ, 1965, № 5, с. 135–137.
 6. *Tsuji Y., Morikawa Y.* LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a horizontal pipe.— J. Fluid Mech., 1982, v. 120, p. 385–409.
 7. *Tsuji Y., Morikawa Y., Schiomi H.* LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe.— J. Fluid Mech., 1984, v. 139, p. 417–434.
 8. *Heisenberg W.* Zur statistischen Theorie der Turbulenz.— Z. Phys., 1947, B. 124, № 2, S. 628–657.
 9. *Бувич Ю. А., Гупало Ю. П.* О влиянии взвешенных в жидкости частиц на вырождение изотропной турбулентности.— ПМТФ, 1965, № 4, с. 89–96.
 10. *Хинце И. О.* Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
 11. *Grant H. L., Stewart R. W., Moilliet A.* Turbulence spectra from a tidal channel.— J. Fluid Mech., 1962, v. 12, № 2, p. 241–268.

Москва

Поступила в редакцию
25.XI.1985