

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лонгинов В. В. Динамика береговой зоны бесприливных морей. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 379 с.
2. Longuet-Higgins M. S., Stewart R. W. Radiation stress and mass transport in gravity waves.— J. Fluid Mech., 1962, v. 13, № 4, p. 481—504.
3. Longuet-Higgins M. S. Longshore currents generated by obliquely incident sea waves.— J. Geophys. Res., 1970, v. 75, № 33, p. 6778—6789.
4. Whitham G. B. Mass, momentum and energy flux in water waves.— J. Fluid Mech., 1962, v. 12, № 1, p. 135—147.
5. Hasselman K., Ross D. B., Müller P., Sell W. A parametric wave prediction model.— J. Phys. Oceanogr., 1976, v. 6, № 2, p. 200—228.

Москва

Поступила в редакцию  
26.XI.1985

УДК 532.59:532.527

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОСЕССИМЕТРИЧНЫХ ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

ВЛАДИМИРОВ В. А., МАКАРЕНКО В. Г., ТАРАСОВ В. Ф.

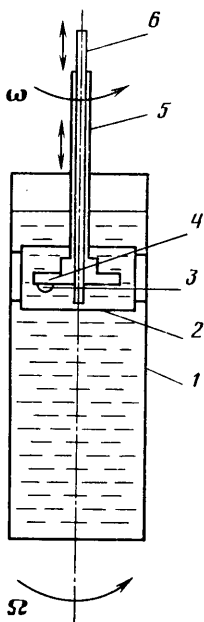
Вращающаяся жидкость способна поддерживать внутренние волновые движения — инерционные волны, что служит основным проявлением «гироскопической» природы движений, которая обуславливает также своеобразный характер турбулентности и вторичных режимов во вращающихся потоках [1—3]. Наличие инерционных волн определяет важные свойства таких течений, как вращающиеся атмосферы планет, концентрированные вихри в атмосфере (ураганы, смерчи) и вихри в технических устройствах (вихревые камеры, циклонные точки и т. п. [1—4]). Классической и глубоко разработанной в теории инерционных волн является задача о собственных колебаниях вращающейся жидкости, заключенной в замкнутый резервуар [1, 5—7]. Экспериментальные исследования осесимметричных собственных мод в цилиндрическом сосуде представлены в [8, 9]. Результаты экспериментального изучения других типов инерционных волн приведены в [10, 11].

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию свойств неосесимметричных волн в заполняющей цилиндрический сосуд твердотельно вращающейся жидкости. Использовался метод резонансной генерации требуемой моды, не приводящий к перестройке основного течения. Показано, что резонансная генерация собственной моды колебаний является существенно нестационарным процессом, начальный этап которого находится в хорошем согласии с линейной теорией. Установлено, что при достижении критической амплитуды рост волны прекращается и происходит нелинейный распад ее первоначальной структуры.

1. Эксперименты по исследованию инерционных волн проводились на установке, схема которой приведена на фиг. 1. Заполненный водой прозрачный цилиндрический сосуд 1 закреплялся в вертикальном положении на вращающемся столе. Жестко связанная с сосудом верхняя крышка 2 была эластичной, и возбуждение волн осуществлялось с помощью деформирования ее одной или нескольких полусферами 3, прикрепленными к диску 4, соединенному с трубчатым валом 5. Ось вращения вала генератора волн 3, 4, 5 совпадала с осью вращения цилиндрического сосуда.

Опыты осуществлялись следующим образом. Цилиндрический сосуд с жидкостью приводился во вращение с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . После того как в жидкости достигалось состояние стационарного твердотельного вращения, центральная область, прилегающая к оси вращения, визуализировалась.

Для этого в исследуемый объем жидкости через не-



Фиг. 1

большое отверстие в центре крышки вводилась трубка 6 с красителем. Неподвижная трубка оказывала тормозящее действие на жидкость, в результате чего (см. [1]) создавался слабый нисходящий осевой поток, который увлекал за собой поступающую из трубки краску. После того как краска достигала дна сосуда, трубка выводилась из исследуемого объема и отверстие в крышке закрывалось с помощью специального затвора. Течение по вертикали быстро затухало. В результате вдоль оси вращения создавался ровно окрашенный столб жидкости.

Затем генератор волн, вращающийся с заданной постоянной частотой  $\omega$ , опускался до заданной глубины «продавливания» полусферами 3 крышки 2. Возникающие в результате этого инерционные волны, которые можно было наблюдать благодаря деформациям окрашенного столба жидкости, фиксировались на фотопленку.

Главным достоинством использованного способа генерации волн является отсутствие прямого контакта между генератором волн и жидкостью. Вращающаяся вместе с сосудом и жидкостью эластичная крышка позволяет избежать перестраивающих основное течение вторичных потоков, связанных с торможением (или ускорением) жидкости на генераторе [1]. Аналогичный метод применялся в [11].

Основные параметры установки: высота и диаметр цилиндрического сосуда  $L_0 = 115$  и  $2R = 18,4$  см; расстояние от эластичной крышки до дна сосуда варьировалось в интервале  $L = 79-96$  см; глубина продавливания крышки  $a = 0,5-2$  см; число используемых полусфер  $m = 1-2$ ; диаметр полусфер  $d = 4$  см. Угловые скорости  $\Omega$  и  $\omega$  выбирались из диапазонов:  $\Omega = 0,23-1,14$  об/с;  $\omega = -0,57-1,7$  об/с. Число Рейнольдса  $Re = \Omega R^2/\nu$  в опытах изменялось от  $1,5 \cdot 10^4$  до  $9 \cdot 10^4$ . Отношение угловых скоростей вращения генератора волн и цилиндрического сосуда поддерживалось с точностью до 5%.

2. Эксперименты показали, что при подходящем подборе параметров  $L/R$  и  $\omega/\Omega$  имеют место резонансные режимы возбуждения, в которых амплитуда наблюдаемой волны в несколько раз больше, чем в отсутствие резонанса. Оказалось, что некоторые свойства резонансных волновых режимов могут быть поняты на основе линейной теории. Здесь приводятся некоторые ее положения.

В цилиндрической системе координат  $r, \theta, z$  задан цилиндрический сосуд ( $r < R, 0 < z < L$ ), заполненный идеальной несжимаемой жидкостью, находящейся в состоянии твердого вращения вокруг оси  $z$  с угловой скоростью  $\Omega$ . Собственные колебания жидкости, удовлетворяющие линеаризованным на этом поле скорости уравнениям движения, представляются в виде комбинации мод [1]

$$v = I_m \left( \alpha_{mj} \frac{r}{R} \right) \sin \left( k_{mj} \frac{z}{L} \right) e^{im(\theta - \omega t)} \quad (2.1)$$

$$k_{mj} = \alpha_{mj} \frac{L}{R} \left[ \frac{4}{m^2 f^2} - 1 \right]^{-1/2} \quad (2.2)$$

где  $v$  —  $z$ -компонента скорости;  $\omega$  — частота волны,  $m = 1, 2, \dots$  — угловое волновое число;  $I_m$  — функция Бесселя первого рода индекса  $m$ ;  $j$  — целое число, имеющее смысл количества нулей радиальной компоненты скорости на промежутке  $0 < r \leq R$ ;  $f = 1 - \omega/\Omega$ .

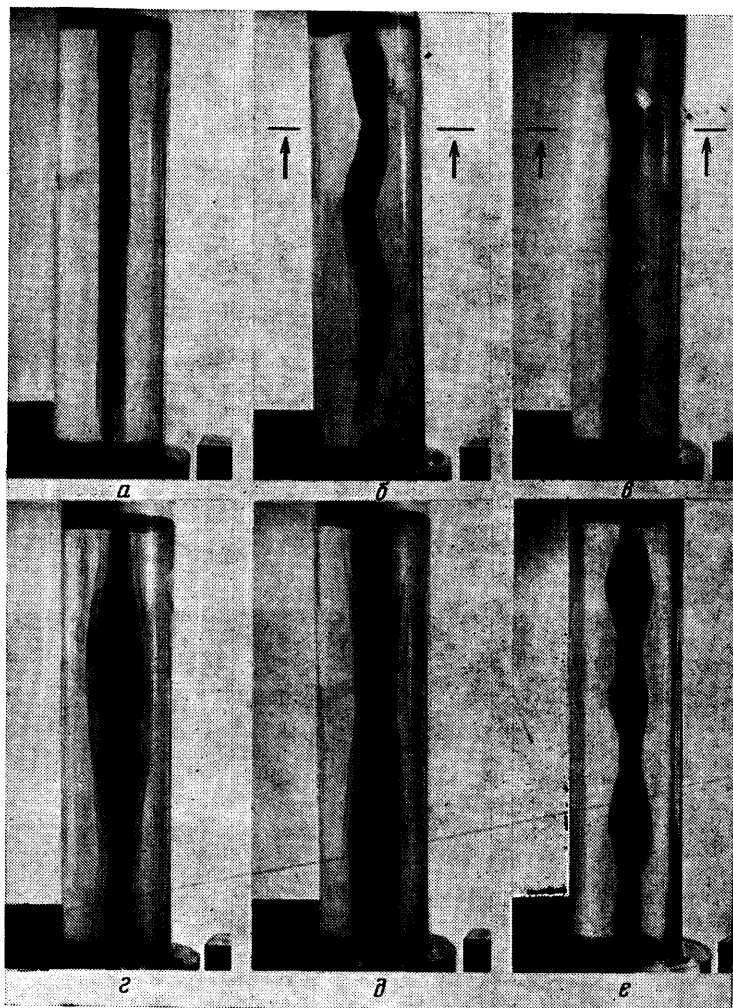
Условие непротекания при  $r = R$  приводит к уравнению на  $\alpha = \alpha_{mj}$

$$2I_m(\alpha) + f\alpha \frac{dI_m(\alpha)}{d\alpha} = 0 \quad (2.3)$$

которое вместе с (2.1) определяет зависимость  $\omega(k)$ ;  $k = k_{mj}$ . Условие непротекания при  $z = 0$  и  $L$  означает, что на высоте сосуда должно укладываться целое число полуволн  $n$ , т. е.  $k = \pi n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). Совокупность трех целых чисел ( $m, j, n$ ) задает моду собственных колебаний с определенной безразмерной частотой  $\omega/\Omega = g(m, j, n)$ . Для любой моды  $\omega/\Omega$  принадлежит интервалу [1]  $|f| < 2/m$ .

Описанный в разд. 1 способ генерации волн с помощью деформации крышки обеспечивал возбуждение периодического по угловой координате  $\theta$  (период  $2\pi/m$ ) и времени  $t$  (период  $2\pi/\omega$ ) возмущения. Решая линейную задачу о вынужденных колебаниях жидкости в сосуде с периодическими граничными условиями при  $z = L$ , можно показать (аналогично [12], где такое решение дано для других типов волн), что при совпадении числа  $\omega/\Omega$ , задаваемого генератором, с одним из собственных значений  $\omega/\Omega = g(m, j, n)$  имеет место обращение амплитуды соответствующего установившегося вынужденного колебания в бесконечность. Эта ситуация и отвечает экспериментально наблюдаемым резонансным режимам возбуждения.

3. Эволюция волновой структуры в условиях резонанса происходила следующим образом. После приведения генератора волн в контакт с эластичной крышкой в жидкости начинала возбуждаться инерционная мода, амплитуда которой со временем нарастала. После достижения некоторой критической амплитуды рост ее прекращался и наблюдался распад первоначальной волновой структуры, который во всех опытах имел качественно один и тот же вид и сопровождался размытием окрашенной зоны.

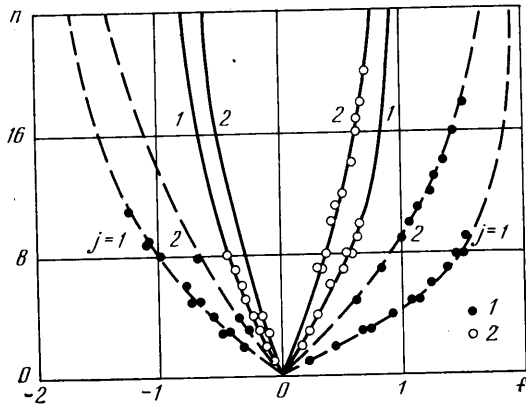


Фиг. 2

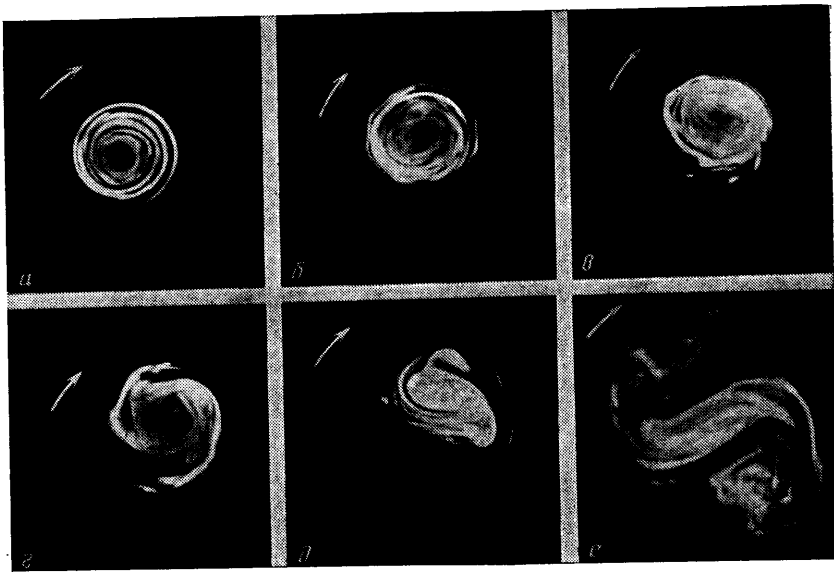
На фиг. 2 приведены фотографии волновых картин на начальном этапе их развития ( $L=81,5$  см,  $\Omega=0,57$  об/с). На фиг. 2, а представлен окрашенный столб жидкости до внесения возмущения. На фиг. 2, б ( $\omega/\Omega=-0,08$ ) и 2, в ( $\omega/\Omega=0$ ) приведены фотографии первой ( $j=1$ ) и второй ( $j=2$ ) мод изгибной ( $m=1$ ) гармоники. Волновые картины первой (снятой с двух сторон) и второй мод гармоники  $m=2$  даны на фиг. 2, г, д ( $\omega/\Omega=0,78$ ) и 2, е ( $\omega/\Omega=0,62$ ). Во всех случаях угловая скорость вращения волновых картин совпадала с угловой скоростью вращения генератора.

Для этого этапа развития волнового процесса по известным параметрам  $L$ ,  $R$ ,  $\omega/\Omega$ ,  $m$  и по полученным с фотоснимков длинам волн и структуре наблюдаемых мод были получены экспериментальные дисперсионные соотношения, которые сравнивались с результатами линейной теории (2.2) и (2.3). На фиг. 3 точками 1, 2 представлены результаты для первой ( $m=1$ ) и второй ( $m=2$ ) гармоник соответственно. Отметим, что указанная выше точность, с которой поддерживалось  $\omega/\Omega$  (5%), для построения экспериментальных дисперсионных связей оказалась удовлетворительной. Штриховыми линиями проведены расчетные дисперсионные кривые для первой ( $j=1$ ) и второй ( $j=2$ ) мод гармоники  $m=1$ , а сплошными линиями — для первой и второй мод гармоники  $m=2$ . Из данных, приведенных на графике, видно, что линейная теория хорошо предсказывает длины инерционных волн на начальном этапе развития резонансного волнового процесса.

4. Опыты показали, что в резонансных условиях при амплитуде возмущения больше некоторой критической происходит разрушение первоначальной волновой структуры. Отчетливо видимая инерционная мода существует только на промежутке



Фиг. 3



Фиг. 4

времени, длительность которого сильно зависит от амплитуды возмущений и точности попадания в резонанс.

Детальные исследования структуры течения при разрушении моды проводились на примере резонансов (1, 1, 5) и (1, 2, 9). При этом наряду с боковым наблюдением проводилась фотосъемка поперечного сечения окрашенной зоны. В качестве краски использовался флуоресцирующий раствор. Разрез делался при помощи горизонтального щелевого света на уровне максимума смещения окрашенной зоны, как показано на фиг. 2, б, в стрелками. Фотографирование проводилось через окно в дне сосуда. Опыты выполнялись при соотношении частот  $\omega/\Omega=0$  (покоящийся генератор). В этом случае параметр  $\omega/\Omega$  задается точно и не вносит ошибок в результаты.

В эволюции поперечного сечения окрашенной зоны от момента введения возмущения до полного размывания краски выделяются следующие характерные этапы. Начальное сечение столба круглое (фиг. 4, а). После введения возмущения амплитуда начальной волны постепенно нарастает, что снизу выглядит как смещение окрашенной зоны практически без изменения формы сечения. Затем появляются (фиг. 4, б) и опрокидываются (фиг. 4, в) волны высоких гармоник. При боковом наблюдении это фиксируется как образование винтовых полосок на границе окрашенной зоны. Через некоторое время начинают преобладать более низкие гармоники. При этом в сечении можно наблюдать сложные меняющиеся фигуры (фиг. 4, г, д) и опрокидывание сопровождается образованием «хвостов», которые заметно увеличивают размер окрашенной зоны. После образования хвостов амплитуда начальной волны постепенно уменьшается. Окончательное размывание окрашенной зоны происходит после обрушения второй гармоники  $m=2$  (фиг. 4, е).

Критическая амплитуда волны  $\Delta r/\lambda$ , при которой ее рост прекращался и происходил нелинейный распад, для резонансов (1, 1, 5) и (1, 2, 9) равнялась  $0,05 \pm 0,01$  ( $\Delta r$  — максимум смещения оси окрашенного столба,  $\lambda$  — длина волны).

В заключение отметим, что исследование влияния вязкости на время жизни генерируемой моды показало, что существует критическое число Рейнольдса  $Re_*$ , при превышении которого вязкость становится несущественной. В проведенных опытах  $Re_* \approx 3 \cdot 10^4$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гринспен Х. П. Теория вращающихся жидкостей. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 304 с.
2. Брезовских Л. М., Гончаров В. В. Введение в механику сплошных сред. М.: Наука, 1982. 335 с.
3. Владимиров В. А., Тарасов В. Ф. О свойствах упругости закрученных потоков. — Докл. АН СССР, 1980, т. 253, № 3, с. 565—568.
4. Maxworthy T., Hopfinger E. J., Redekopp L. G. Wave motions on vortex cores. — J. Fluid Mech., 1985, v. 151, p. 141—165.
5. Kelvin Lord. Vibrations of a columnar vortex. — Phil. Mag., 1980, v. 10, p. 155—168.
6. Poincare H. Sur la precession des corps deformables. — Bull. Astronomique, 1910, v. 27, p. 321—356.
7. Соболев С. Л. Об одной новой задаче математической физики. — Изв. АН СССР. Сер. мат., 1954, т. 18, № 1, с. 3—50.
8. Fultz D. A note on overstability and the elastoid-inertia oscillations of Kelvin, Solberg and Bjerknæs. — J. Meteorol. 1959, v. 16, № 2, p. 199—208.
9. McEwan A. D. A laboratory demonstration of angular momentum mixing. — Geophys. Fluid Dyn., 1973, v. 5, № 3, p. 283—311.
10. McEwan A. D. Inertial oscillations in a rotating fluid cylinder. — J. Fluid Mech., 1970, v. 40, № 3, p. 603—640.
11. McEwan A. D., Thompson R. O. R. Y., Plumb R. A. Mean flows driven by weak eddies in rotating systems. — J. Fluid Mech., 1980, v. 99, № 3, p. 655—672.
12. Chow C.-Y. Swirling flow in tubes of non-uniform cross-sections. — J. Fluid Mech., 1969, v. 38, № 4, p. 843—854.

Новосибирск

Поступила в редакцию  
29.1.1986

УДК 533.6.011.8

### ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО СКОЛЬЖЕНИЯ НА ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

ВОЛКОВ И. В., ФРИДЛЕНДЕР О. Г.

Исследуется явление газодинамического скольжения при течении одноатомного слабо разреженного газа около шероховатой поверхности. Предполагается, что характерные размеры шероховатости сравнимы с длиной свободного пробега молекулы. Указывается, что при наличии анизотропии формы поверхности связь между скоростью скольжения и вектором напряжения трения приобретает тензорный характер. При этом почти для любой ориентации газодинамического течения имеет место эффект, названный поперечным скольжением. Доказывается симметрия матрицы коэффициентов скольжения при достаточно общих предположениях о типе шероховатости, законе отражения молекул от поверхности и законе их взаимодействия друг с другом. Вариационным методом рассчитываются компоненты матрицы коэффициентов скольжения для модели шероховатости типа бороздок.

1. При движении вязкого газа около твердой непроницаемой поверхности ( $u_n=0$ ) обычно используется условие прилипания:  $u_\tau=0$ . Однако еще Максвелл на основе элементарной кинетической теории показал, что касательная составляющая скорости у поверхности не равна нулю, а пропорциональна  $l$  ( $\partial u_\tau / \partial n$ ), где  $l$  — длина свободного пробега молекулы,  $n$  — нормаль к поверхности. Позднее была развита асимптотическая теория газодинамических граничных условий. Было показано, что для получения решений уравнений Навье — Стокса, отличающихся от точных решений уравнения Больцмана при числе Кнудсена ( $Kn$ ), стремящемся к нулю, лишь на малую величину  $O(Kn^2)$ , необходимо ставить граничные условия скольжения [1, 2]

$$u_\tau = l\alpha_* \frac{\partial u_\tau}{\partial n} = \alpha p_{n\tau}, \quad \alpha_* \sim 1 \quad (1.1)$$

Для того чтобы определить числовое значение коэффициента скольжения  $\alpha_*$  (или  $\alpha$ ), необходимо рассмотреть течение в тонком слое газа у поверхности тела, на-