

УДК 532.72

**О РЕЖИМАХ РАБОТЫ ХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА  
С ПРОДОЛЬНОМ И ПОПЕРЕЧНЫМ ПЕРЕМЕШИВАНИЕМ  
В СЛУЧАЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ ПЕКЛЕ**

ГУПАЛО Ю. П., ОСТРИК В. М.

Исследуется двумерная модель химического реактора с продольным и поперечным перемешиванием в случае больших чисел Пекле, рассчитываемых по коэффициенту эффективной теплопроводности в поперечном направлении. Для этой модели доказано [1] существование по крайней мере одного стационарного режима, определены достаточные критерии его единственности, в случае малых чисел Пекле построено асимптотическое разложение решения и определены критические параметры воспламенения и потухания. Ниже подробно анализируется другой предельный случай модели, когда тепло распространяется в поперечном направлении значительно медленнее, чем сносится потоком вдоль реактора (большие числа Пекле). Построено асимптотическое разложение решения, с хорошей точностью совпадающее с данными численных расчетов. Определены критические условия потухания и воспламенения процесса.

**1. Уравнения тепло- и массопереноса.** В рассматриваемой двумерной модели химического реактора предполагается идеальное вытеснение по веществу (продольный и поперечный коэффициенты диффузии равны нулю) и полное продольное перемешивание по энергии (продольный коэффициент теплопроводности бесконечно велик). Для простоты рассматривается случай плоского профиля скорости и первого порядка химической реакции.

В этих предположениях стационарное распределение температуры  $T=T(r)$  определяется решением следующей двухточечной краевой задачи [1]:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = \text{Pe} F(T) \quad (1.1)$$

$$F(T) = T - T_i - 1 + \exp(-g \exp(-\beta/T))$$

$$r=0, \quad dT/dr=0 \quad (1.2)$$

$$r=1, \quad dT/dr + \text{Bi}(T - T_w) = 0 \quad (1.3)$$

При известной температуре  $T(r)$  стационарное распределение степени продвижения реакции определяется следующим образом [1]:

$$z(x, r) = 1 - \exp(-xg \exp(-\beta/T(r)))$$

$$z = \frac{C_0 - C}{C_0}, \quad T = \frac{T^* \rho c}{h C_0}, \quad T_i = \frac{T_i^* \rho c}{h C_0}, \quad T_w = \frac{T_w^* \rho c}{h C_0}, \quad x = \frac{X}{l}, \quad r = \frac{R}{a}$$

$$g = \frac{k_0 l}{u}, \quad \beta = \frac{E \rho c}{R_0 h C_0}, \quad \text{Pe} = \frac{\varepsilon_0 \rho c a^2 U}{\lambda l}, \quad \text{Bi} = \nu \text{Pe}, \quad \nu = \frac{\alpha l}{\varepsilon_0 \rho c a U}$$

Здесь  $C, C_0$  — концентрация ключевого вещества в реакторе и на входе в реактор соответственно,  $T^*, T_i^*$  — температура в реакторе и температура поступающей смеси,  $h$  — теплота реакции,  $\rho, c$  — плотность и удельная

теплоемкость смеси реагентов и продуктов реакции,  $E$  — энергия активации,  $R_0$  — газовая постоянная,  $k_0$  — предэкспонент Аррениуса,  $U$  — скорость смеси  $l$ ,  $a$  — длина и радиус реактора,  $X, R$  — координаты, отсчитываемые по оси ( $0 \leq X \leq l$ ) и по радиусу ( $0 \leq R \leq a$ ) реактора,  $\epsilon_0$  — объемная доля смеси реагентов и продуктов реакции в пористом слое катализатора,  $\lambda$  — значение эффективного коэффициента теплопроводности в поперечном направлении,  $g$  — параметр, пропорциональный числу Дамкелера,  $Bi$  — число Био,  $T_w^*$  — температура теплоносителя,  $\alpha$  — коэффициент теплопередачи через стенку теплоносителю.

В случае больших чисел Пекле в уравнении (1.1) появляется малый параметр при старшей производной и задача становится сингулярной, что приводит к образованию пограничного слоя в распределении температуры.

Введем малый параметр  $\mu = 1/Pe$  и будем искать решение вне пограничного слоя в виде  $T = T_0 + \mu T_1 + \mu^2 T_2 + \dots$ . Подставляя этот ряд в (1.1) — (1.3), получаем для определения внешнего решения следующую последовательность задач:

$$\begin{aligned} F(T_0) &= 0 & (1.4) \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT_0}{dr} \right) &= T_1 \frac{dF}{dT} \Big|_{T=T_0}; & r \neq 0, \quad \frac{dT_1}{dr} = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT_1}{dr} \right) &= \frac{1}{2} T_1^2 \frac{d^2 F}{dT^2} \Big|_{T=T_0} + T_2 \frac{dF}{dT} \Big|_{T=T_0}; & r = 0, \quad \frac{dT_2}{dr} = 0 \end{aligned}$$

Согласно уравнению (1.4), в нулевом приближении внешнее решение не зависит от радиуса и определяется из алгебраического уравнения, представляющего собой равенство функций теплоотовода для адиабатического реактора  $F_1 = T - T_1$  и тепловыделения  $F_2 = 1 - \exp(-g \exp(-\beta/T))$ . Последующие приближения равны нулю тождественно, поскольку решение  $T = T_0$  удовлетворяет уравнению (1.1) и граничному условию (1.2).

Для определения решения в пограничном слое на стенке реактора (в окрестности  $r=1$ ) введем новую (растянутую) переменную  $y = \mu^{-1/2}(1-r)$ . Тогда, согласно (1.1), (1.3)

$$\frac{1}{1-\mu^{1/2}y} \frac{d}{dy} \left[ (1-\mu^{1/2}y) \frac{dT}{dy} \right] = F(T); \quad y=0, \quad \mu^{1/2} \frac{dT}{dy} - \nu(T-T_w) = 0$$

и в нулевом приближении распределение температуры в пограничном слое определяется из решения задачи

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = F(T); \quad y=0, \quad T=T_w; \quad y \rightarrow \infty, \quad T \rightarrow T_0 \quad (1.5)$$

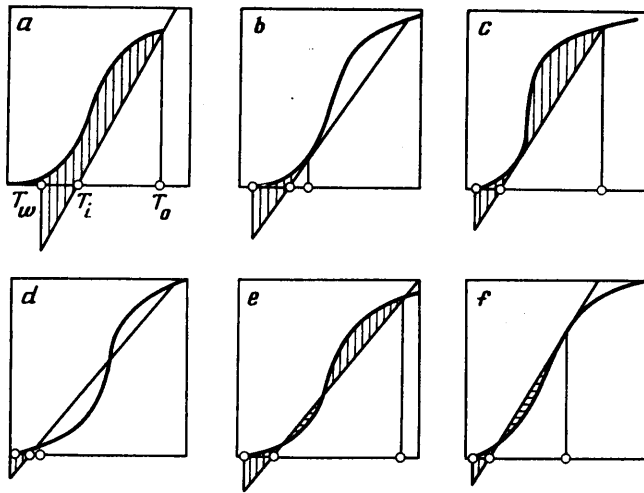
Анализ показывает, что задача (1.5) имеет решение не при всех значениях  $T_0$ , удовлетворяющих уравнению (1.4). Для существования решения необходимо, чтобы при любых  $T_w \leq T \leq T_0$  выполнялось неравенство

$$J(T) = \int_T^{T_0} F(\xi) d\xi < 0 \quad (1.6)$$

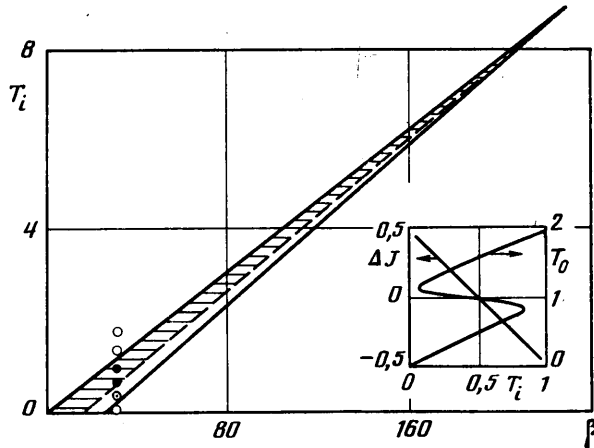
В этом случае решение задачи (1.5) дается квадратурой

$$\int_{T_w}^T \left( -2 \int_T^{T_0} F(\xi) d\xi \right)^{-1/2} dT = y \quad (1.7)$$

Исследуем характер приближения температуры  $T$  в пограничном слое к температуре  $T_0$  во внешней области при  $y \rightarrow \infty$ . Пусть производная  $F'(T_0) \neq 0$ , тогда из (1.6) следует, что  $F'(T_0) > 0$ . Можно показать, что в этом случае в окрестности значений температуры  $T_0$  затухание решения



Фиг. 1



Фиг. 2

в пограничном слое имеет экспоненциальный характер

$$T = T_0(1 - A \exp(-y\sqrt{F'(T_0)})), \quad A = \text{const}$$

Если  $F'(T_0) = 0$ , то из условия (1.6) следует, что  $F''(T_0) > 0$ , и решение (1.7) в окрестности точки  $T_0$  имеет вид

$$T = T_0 - 4(B - y\sqrt{F''/3})^{-2}, \quad B = \text{const} \quad (1.8)$$

В этом случае решение в пограничном слое приближается к значению  $T_0$  значительно медленнее.

Остановимся на анализе условия (1.6). Рассмотрим возможные случаи выбора значения  $T_0$  из совокупности корней уравнения  $F(T_0) = F_1 - F_2 = 0$  для различных положений прямой тепловода  $F_1$  относительно кривой тепловыделения  $F_2$  при температуре теплоносителя меньшей, чем температура поступающей смеси ( $T_w < T_i$ ). Эти случаи представлены на фиг. 1. Заштрихованные области соответствуют интегралу (1.6) при  $T = T_w$  (если кривая тепловыделения расположена выше прямой тепловода, то площадь отрицательна и область показана вертикальной штриховкой на фигуре, в противном случае площадь положительна и область показана горизонтальной штриховкой). Светлыми точками на оси абсцисс отмечены температуры  $T_w, T_i, T_0$  (всегда в указанной последовательности).

Если наклон прямой теплоотода везде больше наклона кривой тепловыделения ( $F'(T) > 0$ ), то уравнение (1.4) имеет один корень, для которого выполняется условие (1.6), и следовательно, задача (1.5) имеет в этом случае единственное решение.

Далее рассмотрим случаи, когда производная  $F'(T)$  может менять знак с изменением  $T$ . При этом очевидно, что для некоторых положений прямой теплоотода относительно кривой тепловыделения возможно существование нескольких (двух или трех) корней уравнения (1.4).

Для достаточно больших значений безразмерной температуры поступающей смеси  $T_i$  (фиг. 1, *a*) уравнение (1.4) имеет один корень, для которого выполняется условие (1.6). На фиг. 1, *b, c* представлен случай, когда уменьшение  $T_i$  привело к касанию прямой теплоотода с кривой тепловыделения. В этом случае уравнение  $F(T_0) = 0$  имеет два корня, которые порождают два решения задачи (1.5), поскольку для обоих корней выполняется условие (1.6).

При дальнейшем уменьшении  $T_i$  уравнение (1.4) имеет уже три корня. Видно (фиг. 1, *d, e*), что для наибольшего  $T_0^+$  и наименьшего  $T_0^-$  корней условие (1.6) выполняется и решение задачи (1.5) существует. Для среднего корня  $T_0^*$ , напротив, это условие не выполняется, и средний корень не порождает решения задачи (1.1)–(1.3) с пограничным слоем на стенке реактора ( $r=1$ ) при однородном распределении температуры вдали от стенки. С дальнейшим уменьшением  $T_i$  условие (1.6) начинает нарушаться и для наибольшего корня: тогда у задачи (1.1)–(1.3) при  $Re \rightarrow \infty$  остается единственное решение указанного типа, хотя уравнение (1.4) имеет по-прежнему три корня. При последующем смещении прямой теплоотода к началу координат такое решение задачи (1.5) остается единственным (фиг. 1, *f* соответствует предельному случаю слияния наибольшего и среднего корней уравнения (1.4)).

Таким образом, оказывается возможным построить кривые ветвления решения задачи (1.1)–(1.3) при больших числах Пекле с пограничным слоем на стенке ( $r=1$ ), т. е. определить критические значения параметров, при которых происходят скачкообразные переходы с низкотемпературного на высокотемпературный режим (линия воспламенения) и обратно (линия потухания).

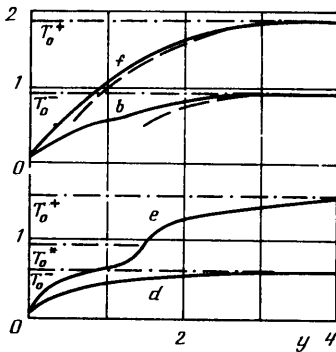
В случае малых чисел Пекле линия ветвления решения задачи (1.1)–(1.3) получена аналитически [1]. Она определяется условиями равенства функций тепловыделения и теплоотода и их производных. В адиабатическом случае ( $v=0$ ) параметрическое представление этой линии наиболее простое:  $\beta = \beta(t, g)$ ,  $T_i = T_i(t, g)$  ( $t$  – параметр), и показано на фиг. 2 сплошной линией (здесь  $\ln g = 25$ ). Верхняя ветвь кривой – линия воспламенения, нижняя – потухания. Для параметров задачи, лежащих вне области, ограниченной кривой, существует единственный стационарный режим, для параметров из этой области возможны три режима.

В случае больших чисел Пекле число решений задачи (1.1)–(1.3) с пограничным слоем на стенке ( $r=1$ ) при однородном распределении температуры вдали от стенки может равняться, согласно проведенному выше анализу, одному или двум. При этом кривая воспламенения совпадает с кривой воспламенения для адиабатического реактора полного перемешивания по температуре ( $Pe=0$ ,  $v=0$ ). Однако кривая потухания при  $Pe \rightarrow \infty$  уже не совпадает с кривой потухания для адиабатического реактора в случае  $Pe=0$ , а определяется условием

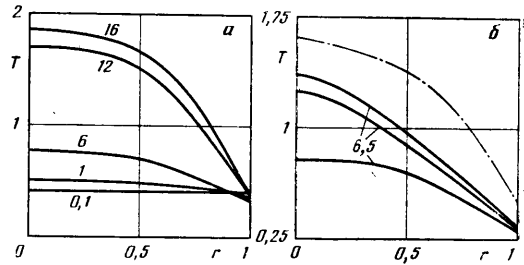
$$\Delta J = J(T_0^-) - J(T_0^+) = \int_{T_0^-}^{T_0^+} F(\xi) d\xi = 0 \quad (1.9)$$

где  $T_0^+$ ,  $T_0^-$  – максимальный и минимальный корни уравнения (1.4).

Характер изменения значений корней уравнения (1.4) и величины  $\Delta J$ , определенной формулой (1.9), с ростом температуры поступающей



Фиг. 3



Фиг. 4

смеси показан на врезке к фиг. 2 для  $\beta = \ln g = 25$  (условие (1.9) выполняется при  $T_i \approx 0,48$ ).

Решая численно уравнение (1.9) относительно  $\beta$ , можно построить кривую потухания  $\beta = \beta(T_i)$  для реактора с малым поперечным перемешиванием по теплу. Эта кривая проходит, очевидно, внутри области, ограниченной сплошной линией с точкой возврата (фиг. 2). В случае  $\ln g \gg 1$  линией потухания является прямая

$$T_i = (\ln g - \ln \ln 2)^{-1} \beta \quad (1.10)$$

(показана на фиг. 2 штрихами).

Таким образом, при изменении параметров  $\beta$  и  $T_i$  в области, заштрихованной на фиг. 2, возможны два стационарных режима с пограничным слоем на стенке реактора ( $r=1$ ) при однородном распределении температуры вдали от стенки. При установлении вне пограничного слоя температуры, соответствующей максимальному корню уравнения (1.4) (фиг. 1, e), изменение температуры имеет довольно сложный характер (кривая e на фиг. 3). В точках  $T=T_0^*$  и  $T=T_0^-$  происходит смена формы выпуклости профиля температуры в соответствии с уравнением (1.5). При установлении вне пограничного слоя температуры, соответствующей минимальному корню уравнения (1.4) (фиг. 1, d), и в случае касания прямой тепловода и кривой тепловыделения (фиг. 1, f, e) распределение температуры в пограничном слое имеет гладкий характер (кривые f и b на фиг. 3). Штриховой линией на фиг. 3 показано решение (1.8);  $\beta = \ln g = 25$ ,  $T_w = 0,1$ ,  $T_i = 0,86$  (верхняя часть фиг. 3),  $T_i = 0,6$  (нижняя часть).

Хотя средний корень уравнения (1.4) и не порождает решения задачи (1.1)–(1.3) с пограничным слоем на стенке ( $r=1$ ) при однородном распределении температуры вдали от стенки, его наличие позволяет построить стационарное распределение температуры. Такое распределение будет описываться уже двумя пограничными слоями: в окрестности оси ( $r=0$ ) и стенки ( $r=1$ ) реактора. В случае выполнения условия (1.6), где  $T_0 = T_0^+$ , задача допускает решение с некоторой температурой  $T^0$  на оси реактора, которая в приосевом пограничном слое (в окрестности  $r=0$ ) снижается до значения  $T_0^-$ , и при дальнейшем удалении от оси реактора распределение температуры совпадает с решением (1.7), порождаемым наименьшим корнем уравнения (1.4).

Вводя растянутую переменную  $y = \mu^{-1/2} r$  для приосевого пограничного слоя, согласно (1.1), (1.2) получаем, что в нулевом приближении распределение температуры в пограничном слое определяется решением задачи

$$\frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{dT}{dy} = F(T); \quad y=0, \quad \frac{dT}{dy} = 0; \quad y \rightarrow \infty, \quad T \rightarrow T_0^- \quad (1.11)$$

Умножив обе части уравнения (1.11) на  $dT/dy$  и интегрируя по  $y$  от 0

до  $\infty$ , получаем

$$\int_{T_0^-}^{T_0^+} F(T) dT = - \int_0^\infty \frac{1}{y} \left( \frac{dT}{dy} \right)^2 dy < 0$$

Отсюда следует, что решение задачи (1.11) может существовать лишь при выполнении условия (1.6) с  $T_0 = T_0^+$ .

Рассмотрим предельные случаи этой задачи при  $y \rightarrow 0$  и  $y \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned} y \rightarrow 0, \quad 2 \frac{d^2 T}{dy^2} = F(T); \quad y=0, \quad \frac{dT}{dy} = 0 \\ y \rightarrow \infty, \quad \frac{d^2 T}{dy^2} = F(T); \quad y \rightarrow \infty, \quad T \rightarrow T_0^- \end{aligned}$$

Определяя решение этих задач и «склеивая» их в общей точке перегиба  $T = T_0^*$ , получаем приближенное решение задачи (1.11)

$$y = \int_T^{T_0^*} \left( - \int_{\xi}^{T_0^*} F(\xi) d\xi \right)^{-1/2} d\xi, \quad T_0^* < T < T_0^+ \quad (1.12)$$

$$y = \int_T^{T_0^-} \left( 2 \int_{\xi}^{T_0^-} F(\xi) d\xi \right)^{-1/2} d\xi + \int_{T_0^*}^T \left( - \int_{\xi}^{T_0^*} F(\xi) d\xi \right)^{-1/2} d\xi, \quad T_0^- < T < T_0^*$$

$$\int_{T_0^-}^{T_0^*} F(T) dT = - \int_{T_0^*}^{T_0^+} F(T) dT \quad (1.13)$$

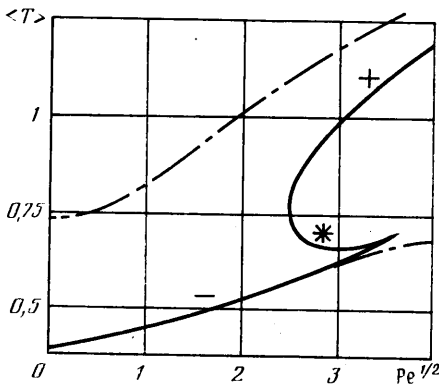
Последнее уравнение служит для нахождения температуры  $T^0$  на оси реактора.

Для определения распределения температуры в приосевом пограничном слое (при  $r \rightarrow 0$ ) необходимо численно решать задачу (1.11), которая значительно проще исходной задачи (1.1)–(1.3), содержащей малый параметр при старшей производной.

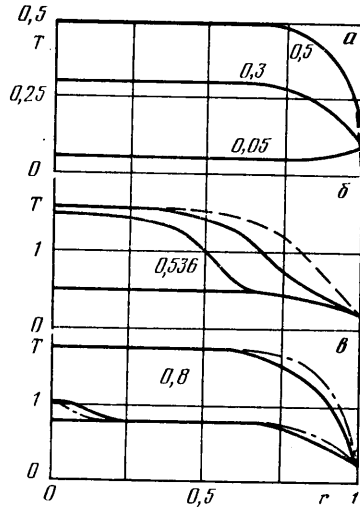
Таким образом, в случае малого поперечного перемешивания по теплу число стационарных режимов работы реактора может меняться от одного до трех. Когда режим единственный, соответствующий профиль температуры характеризуется пограничным слоем на стенке реактора ( $r=1$ ), а при наличии трех режимов для среднего имеется, кроме того, пограничный слой вблизи оси ( $r=0$ ). Кривая воспламенения при  $Pe \rightarrow \infty$  совпадает с кривой воспламенения для адиабатического реактора с полным перемешиванием по теплу ( $Pe=0$ ,  $v=0$ ), а кривая потухания в координатах  $T_i$ ,  $\beta$  лежит выше соответствующей кривой для такого адиабатического реактора.

**2. Сравнение с данными численных расчетов.** Полученные результаты по стационарным режимам и критическим параметрам воспламенения и потухания сравнивались с данными численных расчетов в широком диапазоне изменения числа Пекле и температуры на входе реактора. Для численного расчета применялся метод локальных вариаций [2]. Объем вычислений существенно сокращается вследствие того, что поиск решения задачи ведется лишь в области значений температур, ограниченных определенными  $\alpha$  [1] верхней  $\alpha'(r)$  и нижней  $\alpha(r)$  функциями двухточечной краевой задачи (1.1)–(1.3).

На фиг. 2 в качестве примера приведены результаты расчетов по множественности режимов. Светлым точкам соответствуют значения параметров  $\beta$ ,  $T_i$ , при которых в численных расчетах был получен один стационар-



Фиг. 5



Фиг. 6

ный режим, темным точкам — значения, при которых обнаружено существование трех режимов (здесь  $\ln g=25$ ,  $Re=100$ ,  $\nu=1$ ,  $T_w=0,01$ ).

На фиг. 4 показано, как меняется характер распределения температуры по радиусу реактора и число стационарных режимов с увеличением числа Пекле от 0,1 до 16 ( $\beta=\ln g=25$ ,  $\nu=1$ ,  $T_w=0,1$ ,  $T_i=1$ ). Штрихпунктирной линией показана верхняя функция задачи. Числа у кривых соответствуют значениям числа Пекле.

При  $Re \leq 6$  (фиг. 4, а) отвод тепла через стенки реактора достаточно высок, температура в реакторе меньше температуры, при которой значительно тепловыделение, обусловленное химической реакцией, и температурный профиль описывается нижней функцией задачи  $\alpha(r)$ . С увеличением числа Пекле уменьшается отвод тепла от оси к стенкам реактора и, начиная с  $Re \sim 6,3$ , становятся возможными режимы с достаточно высокой температурой вблизи оси реактора, при которой происходит значительное тепловыделение, обусловленное химической реакцией. От уже существующего низкотемпературного режима ответвляется еще два, температурные профили которых лежат в области более высоких температур (фиг. 4, б). Последующий рост числа Пекле приводит к увеличению температуры верхнего и нижнего режимов и уменьшению температуры среднего режима. При этом температурные профили для среднего и нижнего режимов сближаются, при  $Re \approx 11,6$  происходит их слияние, затем они исчезают и в дальнейшем оказывается возможным лишь верхний температурный режим (фиг. 4, а).

На фиг. 5 представлена расчетная зависимость средней по сечению температуры в реакторе  $\langle T \rangle$  от величины  $Re^{1/2}$  при тех же значениях параметров, что и для фиг. 4; штрихпунктирными линиями показаны средние по сечению верхняя и нижняя функции. В соответствии со сказанным выше, при  $Re^{1/2} < 2,5$  возможен лишь один режим, при котором тепловыделение, обусловленное химической реакцией, незначительно. (Этот режим отмечен знаком минус.) При  $2,5 < Re^{1/2} < 3,4$  имеем три стационарных режима (средний отмечен звездочкой, верхний — знаком плюс), а при  $Re^{1/2} > 3,4$  существует единственный высокотемпературный режим со средней по сечению температурой  $\langle T \rangle > 1,1$ , при которой происходит тепловыделение, близкое к максимальному. С ростом числа Пекле температура среднего режима сначала убывает, затем растет, причем растет и температура нижнего режима, и наконец происходит их слияние.

Рассмотрим теперь, как меняется распределение температуры в реакторе в случае больших чисел Пекле при увеличении температуры посту-

пающей смеси. На фиг. 6 представлены результаты численных расчетов распределения температуры в реакторе с параметрами  $\beta = \ln g = 25$ ,  $Pe = 100$ ,  $\nu = 1$ ,  $T_w = 0,1$ . Числа у кривых соответствуют значениям  $T_i$ .

Для больших чисел Пекле и малых температур поступающей смеси  $T_i$ , согласно результатам разд. 1, существует единственный режим с пограничным слоем на стенке и практически постоянной температурой в остальной части реактора, равной наименьшему корню уравнения  $F(T) = 0$  (фиг. 6, а, где штриховой линией показано решение (1.7)).

С увеличением  $T_i$  до значений, при которых выполняется условие (1.9), становится возможным образование решения с пограничным слоем на стенке при постоянной температуре в остальной части реактора, равной максимальному корню уравнения  $F(T) = 0$ , и решения с двумя пограничными слоями на стенке и вблизи оси, порождаемого средним корнем уравнения  $F(T) = 0$ . При этом, согласно формулам (1.7), (1.12), размеры пограничных слоев в окрестности линии потухания, когда  $J(T) \sim Pe^{-1/2}$ , для верхнего режима на стенке и среднего режима вблизи оси становятся сравнимыми с размерами реактора и распределение температуры для этих режимов плохо описывается нулевым приближением построенного асимптотического разложения (для верхнего режима — штриховая линия на фиг. 6, б). Для нижнего режима толщина пограничного слоя в окрестности линии потухания, согласно (1.7), остается величиной порядка  $Pe^{-1/2}$  и распределение температуры хорошо описывается нулевым приближением.

При дальнейшем увеличении  $T_i$  и удалении от линии потухания размеры пограничных слоев уменьшаются, а разность температур верхнего и среднего режимов увеличивается. Когда  $T_i$  приближается к линии воспламенения, температура в центре реактора для среднего режима стремится к  $T_0$  в соответствии с условием (1.13) и распределение температуры для среднего режима стремится к распределению для нижнего режима (фиг. 6, в, штрихпунктирной линией показано распределение температуры для  $Pe = 200$ ). Видно, что с увеличением числа Пекле толщины пограничных слоев уменьшаются как  $Pe^{-1/2}$ . Отметим, что в отличие от линии потухания на линии воспламенения не происходит значительного увеличения толщин пограничных слоев и отклонения распределения температуры от нулевого приближения.

При дальнейшем увеличении  $T_i$ , в согласии с результатами разд. 1, оказывается возможным существование лишь одного высокотемпературного режима, порождаемого максимальным корнем уравнения  $F(T) = 0$ .

Таким образом, численное решение задачи (1.1)–(1.3) о стационарных режимах подтверждает полученные путем асимптотического анализа результаты по распределению стационарной температуры и по критическим условиям воспламенения и потухания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гупало Ю. П., Острик В. М. О стационарных режимах работы химических реакторов с продольным и поперечным перемешиванием. — ПММ, 1983, т. 47, вып. 1, с. 73–81.
2. Черноусько Ф. Л. Метод локальных вариаций для численного решения вариационных задач. — Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1965, т. 5, № 4, с. 749–754.

Москва

Поступила в редакцию  
4.XII.1985