

УДК 532.529

ЭВОЛЮЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В БИДИСПЕРСНОМ ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

СЕРГЕЕВ Ю. А.

В рамках модели идеальных взаимопроникающих взаимодействующих сплошных сред исследована эволюция сферической неоднородности в псевдоожигенном слое, состоящем из частиц двух размеров. Неоднородность предполагается содержащей частицы одного из размеров, называемые в дальнейшем примесью. Получена система уравнений для зависящих от времени радиуса неоднородности, скорости ее движения и объемной концентрации примеси внутри неоднородности. В случае мелких частиц найдены зависимости радиуса неоднородности и скорости ее подъема от концентраций обеих дисперсных фаз вдали от неоднородности и концентрации примеси внутри неоднородности. При малых отношениях объемных концентраций дисперсных фаз определена зависимость концентрации примеси внутри неоднородности от времени.

Реальный псевдоожигенный слой состоит, как правило, из частиц различных размеров. В ряде процессов химической технологии и энергетики широко используются бидисперсные псевдоожигенные слои (например, в процессах сжигания твердых топлив в псевдоожигенном слое). Экспериментальные данные [1] свидетельствуют о гомогенизации неоднородного псевдоожигенного слоя при наличии примеси мелких частиц: всплывающие пузыри заполняются мелкими частицами. Последнее приводит к уменьшению «байпаса» реагентов и к улучшению условий перемешивания и протекания химических реакций в слое.

Эволюция неоднородностей, не содержащих твердых частиц, т. е. пузырей в псевдоожигенном слое, исследовалась экспериментально [2, 3] и теоретически [4, 5]. В частности, в [5] получены уравнения, описывающие изменение со временем радиуса пузыря и скорости его подъема, и найдены законы роста пузырей. Эволюция нелинейных возмущений в бидисперсном псевдоожигенном слое и образование разрывов концентраций дисперсных фаз, приводящее к возникновению неоднородностей, рассматривалось в [6]. Стационарное движение фаз в окрестности неоднородности, содержащей примесь, исследовано в [7].

1. Постановка задачи. Рассматривается однородный псевдоожигенный слой, состоящий из твердых частиц двух различных радиусов a_1 и a_2 ; предполагая, что $a_1 > a_2$, частицы первой и второй дисперсных фаз (радиусов a_1 и a_2 соответственно) будем называть крупными и мелкими соответственно.

Будем рассматривать движение сферической неоднородности, не содержащей крупных частиц. Крупные частицы вдали от неоднородности (в однородном бидисперсном слое) будем полагать в среднем неподвижными. Объемные концентрации обеих дисперсных фаз вдали от неоднородности и концентрацию мелких частиц внутри неоднородности будем полагать постоянными.

Числа Рейнольдса обтекания отдельных частиц обеих дисперсных фаз будем предполагать достаточно малыми; соответственно силу межфазного взаимодействия будем считать линейной по относительной скорости газа и частиц дисперсных фаз. Будем предполагать равными нулю эффективные напряжения в обеих дисперсных фазах. Плотность материала твердых частиц d_2 будем считать существенно превышающей плотность газа d_1 . Здесь для простоты будем предполагать, что плотности материалов частиц обеих дисперсных фаз одинаковы. Заметим, что обобщение предложенной

модели на случай частиц различных плотностей не представляет принципиальных трудностей.

Для описания движения твердых частиц и газа будем использовать модель трех идеальных взаимопроникающих взаимодействующих сплошных сред. Указанная модель использовалась в [6] для описания распространения нелинейных волн в бидисперсном псевдооживленном слое.

В указанных предположениях уравнения сохранения импульсов и масс обеих дисперсных фаз и газа вне неоднородности запишем в системе координат, связанной с центром сферической неоднородности, в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon \nabla p + \rho_1 F_1 (\mathbf{v} - \mathbf{w}_1) + \rho_2 F_2 (\mathbf{v} - \mathbf{w}_2) &= 0 \\ d_2 \rho_i \left[\frac{\partial \mathbf{w}_i}{\partial t} + (\mathbf{w}_i \nabla) \mathbf{w}_i \right] &= -\rho_i \nabla p + d_2 \rho_i \mathbf{g} + d_2 \rho_i U \frac{\mathbf{g}}{g} + \rho_i F_i (\mathbf{v} - \mathbf{w}_i) \quad (1.1) \\ \operatorname{div} \mathbf{v} = \operatorname{div} \mathbf{w}_i &= 0, \quad i=1, 2; \quad \rho_1 + \rho_2 + \varepsilon = 1, \quad U = dU/dt \end{aligned}$$

Уравнения, описывающие движение газа и мелких частиц внутри неоднородности, имеют вид (параметры течения внутри неоднородности отмечены индексом плюс)

$$\begin{aligned} \varepsilon \nabla p_+ + \rho_{2+} F_{2+} (\mathbf{v}_+ - \mathbf{w}_{2+}) &= 0 \\ d_2 \rho_{2+} \left[\frac{\partial \mathbf{w}_{2+}}{\partial t} + (\mathbf{w}_{2+} \nabla) \mathbf{w}_{2+} \right] &= -\rho_{2+} \nabla p_+ + d_2 \rho_{2+} \mathbf{g} + \\ &+ d_2 \rho_{2+} U \frac{\mathbf{g}}{g} + \rho_{2+} F_{2+} (\mathbf{v}_+ - \mathbf{w}_{2+}) \quad (1.2) \\ \operatorname{div} \mathbf{v}_+ = \operatorname{div} \mathbf{w}_{2+} &= 0, \quad \rho_{2+} + \varepsilon_+ = 1 \end{aligned}$$

Здесь ρ_1 и ρ_2 — доли объема, занятые крупными и мелкими частицами соответственно, $\varepsilon = 1 - \rho_1 - \rho_2$ — пористость слоя, p — давление газа, \mathbf{v} — средняя скорость газа в промежутках между частицами, \mathbf{w}_1 и \mathbf{w}_2 — средние скорости частиц дисперсных фаз крупных и мелких частиц соответственно, \mathbf{g} — ускорение поля внешних сил, U — скорость движения неоднородности; $F_1(\rho_1, \rho_2)$, $F_2(\rho_1, \rho_2)$, $F_{2+}(\rho_{2+})$ — функции, определяющие характер взаимодействия между газом и каждой из дисперсных фаз.

В уравнениях (1.1) и (1.2) члены, содержащие U , описывают даламберову силу, появляющуюся в нестационарно движущейся системе координат, связанной с центром неоднородности.

В уравнениях (1.1) для простоты пренебрегается членами вида $\rho_1 \rho_2 \kappa(\rho) (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)$ (см., например, [8]), описывающими взаимодействие между дисперсными фазами бидисперсного слоя. Условия, при которых указанные члены можно не учитывать в уравнениях сохранения импульсов фаз, приведены в [6]. Отметим, однако, что учет членов, описывающих взаимодействие между дисперсными фазами, не приводит к принципиальным трудностям.

Вдали от неоднородности, т. е. в однородном бидисперсном слое, для скорости псевдооживления \mathbf{v}_* , скорости фильтрации мелких частиц \mathbf{w}_{2*} через слой крупных и градиента давления ∇p_* из уравнений (1.1) имеем

$$\mathbf{v}_* = d_2 \varepsilon \mathbf{g} F_1^{-1}, \quad \mathbf{w}_{2*} = (F_2 - F_1) F_1^{-1} F_2^{-1} d_2 \varepsilon \mathbf{g}, \quad \nabla p_* = d_2 \rho \mathbf{g} \quad (1.3)$$

Соотношения (1.3) при заданном виде функций $F_1(\rho_1, \rho_2)$ и $F_2(\rho_1, \rho_2)$ определяют связь между скоростью псевдооживления, скоростью фильтрации мелких частиц, градиентом давления и концентрациями дисперсных фаз ρ_1 и ρ_2 . Учет взаимодействия между дисперсными фазами приводит лишь к изменению второго выражения (1.3) скорости фильтрации мелких частиц через концентрации дисперсных фаз.

Отметим, что когда частицы обеих дисперсных фаз не слишком сильно различаются по размерам, функции F_1 , F_2 и F_{2+} можно записать в простом

виде (см., например, [9]).

$$F_i = \frac{9}{2} \frac{d_1 v}{a_i^2} \varepsilon^{-11/4}, \quad i=1, 2; \quad F_{2+} = \frac{9}{2} \frac{d_1 v}{a_2^2} \varepsilon_+^{-11/4} \quad (1.4)$$

Здесь v — кинематическая вязкость газа.

Движение обеих дисперсных фаз будем полагать потенциальным как вне, так и внутри неоднородности; тогда из первого уравнения (1.1) следует, что движение газа также потенциально.

Граничные условия вдали от неоднородности в сферической системе координат (r, θ) , связанной с центром неоднородности (полярная ось направлена по потоку), запишем в виде

$$v = (U - v_*) g_e, \quad w_1 = U g_e, \quad w_2 = (U - w_{2*}) g_e \quad (1.5)$$

$$p = p_0 + d_2 \rho g r \quad (r \rightarrow \infty); \quad g_e = g/g$$

Граничные условия на поверхности неоднородности получены из условий на поверхности разрыва в бидисперсном слое (последние аналогичны условиям на поверхности разрыва в монодисперсном слое, полученным в [10]) и имеют вид (здесь a — радиус неоднородности)

$$w_{1r} = a^*, \quad v_r \varepsilon = v_{+r} \varepsilon_+ + a^* (\varepsilon - \varepsilon_+), \quad w_{2r} \rho_2 = w_{2+r} \rho_{2+} + a^* (\rho_2 - \rho_{2+}) \quad (1.6)$$

$$p = p_+, \quad w_{2\theta} = w_{2+\theta} \quad (r = a)$$

Для потенциала движения дисперсной фазы крупных частиц φ_1 ($w_1 = \nabla \varphi_1$, $\Delta \varphi_1 = 0$) в соответствии с условиями (1.5), (1.6) имеем

$$\varphi_1 = U \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right) r \cos \theta - \frac{a^2 a^*}{r} \quad (1.7)$$

Из (1.1), (1.2), (1.5), (1.6) для p , p_+ , φ , φ_+ , φ_2 , φ_{2+} имеем задачу

$$\Delta p = \Delta p_+ = \Delta \varphi = \Delta \varphi_+ = \Delta \varphi_2 = \Delta \varphi_{2+} = 0$$

$$\nabla [\varepsilon p + \rho_1 F_1 (\varphi - \varphi_1) + \rho_2 F_2 (\varphi - \varphi_2)] = 0$$

$$\nabla [\varepsilon_+ p_+ + \rho_{2+} F_{2+} (\varphi_+ - \varphi_{2+})] = 0$$

$$p = p_0 + d_2 \rho g r \cos \theta, \quad \nabla \varphi = (U - v_*) g_e, \quad \nabla \varphi_2 = (U - w_{2*}) g_e \quad (r \rightarrow \infty) \quad (1.8)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \varepsilon_+ \frac{\partial \varphi_+}{\partial r} + a^* (\varepsilon - \varepsilon_+), \quad \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} = \rho_{2+} \frac{\partial \varphi_{2+}}{\partial r} + a^* (\rho_2 - \rho_{2+})$$

$$p = p_+, \quad \varphi_2 = \varphi_{2+} \quad (r = a)$$

$$|p_+| < \infty, \quad |\varphi_+| < \infty, \quad |\varphi_{2+}| < \infty \quad (r = 0)$$

Здесь φ и φ_+ (φ_2 и φ_{2+}) — потенциалы течения оживающего газа (дисперсной фазы мелких частиц) вне и внутри неоднородности ($v = \nabla \varphi$, $v_+ = \nabla \varphi_+$, $w_2 = \nabla \varphi_2$, $w_{2+} = \nabla \varphi_{2+}$).

2. Поля течений фаз. Из решения задачи (1.7) для полей давления оживающего газа вне и внутри неоднородности и потенциалов движения газа и дисперсной фазы мелких частиц имеем

$$\varphi = \frac{La^2 a^*}{r} + \left[(U - v_*) r + \frac{ba^3}{(1 + \xi)r^2} \right] \cos \theta, \quad \varphi_+ = Ma a^* - \Pi^* + b_+ r \cos \theta$$

$$\varphi_2 = \frac{p_0}{\beta} + \frac{Ma^2 a^*}{r} + (U - w_{2*}) \left(r + \frac{\chi a^3}{r^2} \right) \cos \theta$$

$$\varphi_{2+} = \frac{p_0}{\beta} + Ma a^* + (\chi + 1) (U - w_{2*}) r \cos \theta \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}
p &= p_0 - d_2 \rho_1 g S \frac{a^2 a^*}{v_* r} + d_2 g \left[\rho r - \rho_2 \frac{a^3}{r^2} \left(\frac{1}{\rho} - \Phi \right) \right] \cos \theta \\
p &= p_0^+ + d_2 \rho_1 g \Phi r \cos \theta \\
L(\rho_{2+}) &= \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon}{\varepsilon}, \quad M(\rho_{2+}) = \frac{\rho_{2+} - \rho_2}{\rho_2}, \quad \xi = \frac{\rho_2 F_2}{\rho_1 F_1} \\
b(\rho_{2+}, U) &= \frac{\rho}{\rho_1} v_* + \frac{1}{2} U + \xi \chi (U - w_{2*}) - v_* \Phi \\
b_+(\rho_{2+}, U) &= \frac{1}{K} \left\{ -3 \frac{\rho}{\rho_1} v_* + (\chi + 1) [(S - K) w_{2*} + (M + 1 + 2\xi) U] \right\} \\
\chi(\rho_{2+}) &= \frac{\rho_2 - \rho_{2+}}{2\rho_2 + \rho_{2+}}, \quad \xi(\rho_{2+}) = \frac{\varepsilon \rho_{2+} F_{2+}}{\varepsilon_+ \rho_1 F_1}, \quad \beta = \frac{\rho_2 F_2}{\varepsilon} \\
\Phi(\rho_{2+}, U) &= \frac{3\rho_{2+} F_{2+}}{d_2 \rho_1 g K} \left[\frac{\rho}{\rho_1} v_* + S(\chi + 1) (U - w_{2*}) \right] \\
S(\rho_{2+}) &= \frac{\varepsilon_+}{\varepsilon} + \xi \left(\frac{\varepsilon_+}{\varepsilon} - \frac{\rho_{2+}}{\rho_2} \right), \quad K(\rho_{2+}) = 2\xi + (1 + L)(1 + \xi) \\
\Pi^*(\rho_{2+}) &= \frac{\varepsilon_+ p_0^+}{\rho_{2+} F_{2+}} - \frac{\varepsilon p_0}{\rho_2 F_2}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Здесь p_0^+ — давление газа в центре сферической неоднородности.

Полученное решение не удовлетворяет уравнениям сохранения импульсов дисперсных фаз в окрестности неоднородности. Последнее, как и в случае движения пузыря в монодисперсном псевдооживленном слое (см., например, [4, 5]), обусловлено противоречивостью предположений о потенциальности течения фаз и сферичности формы неоднородности.

Аналогично [4, 5] удовлетворить уравнениям сохранения импульсов дисперсных фаз можно, вводя в уравнения эффективные давления каждой из дисперсных фаз и удовлетворяя условиям для эффективных давлений на поверхности разрыва. В принципе указанное условие может быть использовано для определения формы неоднородности; попытка определить форму пузыря была сделана в [4]. В [5], однако, показано, что в случае мелких частиц, для которых $U \gg v_*$, эффективное давление дисперсной фазы не оказывает влияния на скорости движения и роста пузырей и для получения уравнений движения неоднородности можно удовлетворить непосредственно уравнениям сохранения импульсов дисперсных фаз в окрестности ее границы. В случае стационарного движения пузыря аналогичный подход применен в [11].

Ниже будем рассматривать всплывающие разреженные неоднородности ($\rho_{2+} < \rho$), полагая размеры частиц дисперсных фаз достаточно малыми, так что $U \gg v_*$. Кроме того, по аналогии с методом Дэвиса — Тейлора [12] будем удовлетворять уравнениям сохранения импульсов фаз в окрестности передней критической точки движения дисперсной фазы крупных частиц.

3. Уравнения движения и роста неоднородностей. В случае потенциальных течений фаз, складывая уравнения сохранения импульсов обеих дисперсных фаз и газа, найдем аналог интеграла Коши — Лагранжа внешнего течения в виде

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + \frac{1}{2} w_1^2 \right) + \rho_2 \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} w_2^2 \right) + \frac{1}{d_2} p - \rho r \cos \theta (g + U^*) = (t) \tag{3.1}$$

Аналог интеграла Коши — Лагранжа внутреннего течения получим, складывая уравнения сохранения импульсов внутри неоднородности, в виде

$$\frac{\partial \Phi_{2+}}{\partial t} + \frac{1}{2} w_{2+}^2 + \frac{1}{d_2 \rho_{2+}} p_0 - r \cos \theta (g + U^*) = C_+(t) \tag{3.2}$$

Определяя значения функций $C(t)$ и $C_+(t)$ из условий вдали от неоднородности и в ее центре соответственно, найдем

$$C(t) = \frac{1}{2} \rho_1 U^2 + \frac{1}{2} \rho_2 (U - w_{2*})^2 + \frac{\rho_2}{\beta} p_0 \dot{} + \frac{1}{d_2} p_0 \quad (3.3)$$

$$C_+(t) = \frac{1}{2} (\chi + 1)^2 (U - w_{2*})^2 + \frac{d}{dt} (M a \dot{}) + \frac{1}{\beta} p_0 \dot{} + \frac{1}{d_2 \rho_{2+}} p_0 \dot{} \quad (3.4)$$

Согласно методу Дэвиса — Тейлора, следуя [5], будем удовлетворять интегралу Коши — Лагранжа (3.1), (3.3) локально вблизи передней критической точки ($r=a$, $\theta=\pi$) течения фазы крупных частиц. Разлагая при $r=a$ входящие в (3.1) величины в ряд по малым значениям угла $\theta-\pi$ с учетом выражений (2.1), получим уравнения относительно неизвестных $a(t)$, $U(t)$ и $\rho_{2+}(t)$ в виде

$$\left(\frac{1}{2} \rho_1 + \chi \rho_2 \right) U \dot{} a + \left\{ \frac{3}{2} \rho_1 \dot{} U + \rho_2 (U - w_{2*}) [3\chi - M(1 - 2\chi)] \right\} a \dot{} + \frac{9}{4} \rho_1 U^2 + 3\rho_2 \chi (2 - \chi) (U - w_{2*})^2 + \rho_2 (U - w_{2*}) a \dot{\chi} = g a (\rho - \rho_1 \Phi) \quad (3.5)$$

$$\frac{7}{4} \rho_1 U^2 - \left[\frac{3}{2} \rho_1 - \rho_2 M \left(2 + \frac{1}{2} M \right) \right] (a \dot{})^2 - (\rho_1 - \rho_2 M) a a \dot{} + \rho_2 \chi (4 - \chi) (U - w_{2*})^2 = a a \dot{} \left(\frac{\rho_1 g S}{v_*} - \rho_2 M \right)$$

При $\rho_2 = \rho_{2+} = 0$ уравнения (3.5) переходят в полученную в [5] систему уравнений, описывающую движение и рост пузыря во время подъема в псевдооживленном слое.

Интеграл Коши — Лагранжа (3.2) внутреннего течения приводит к уравнению

$$\rho_{2+} \frac{d}{dt} [\chi (U - w_{2*})] = g (\rho_{2+} - \rho_1 \Phi) \quad (3.6)$$

Уравнения (3.5) и (3.6) образуют полную систему для определения величин $a(t)$, $U(t)$ и $\rho_{2+}(t)$. Отметим, что величина χ изменяется в интервале $-1 < \chi \leq 1/2$.

Из уравнений (3.5), (3.6) следует, что стационарное движение неоднородности возможно лишь в случае $\rho_{2+} > \rho$, т. е. без изменения объема двигаться могут лишь опускающиеся неоднородности.

Рассмотрим случай всплывающих неоднородностей. В системах мелких частиц аналогично [5] имеем

$$U \gg v_*, \quad U \gg w_{2*}, \quad U \gg a \quad (3.7)$$

В этом случае уравнения эволюции неоднородностей приобретают приближенный вид

$$\frac{9}{4} U^2 (1 + \Delta \Omega_1) = g a (1 + \Delta - \lambda \rho_{2+} U)$$

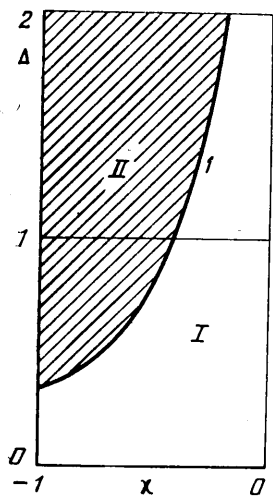
$$\frac{7}{4} U^2 (1 + \Delta \Omega_2) = a a \dot{} \frac{g S}{v_*}, \quad \frac{d}{dt} (\chi U) = g (1 - \lambda \rho_1 U) \quad (3.8)$$

$$\Delta = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \lambda (\rho_{2+}) = \frac{3F_{2+} S (\chi + 1)}{d_2 g K}, \quad \Omega_1 = \frac{4}{3} \chi (2 - \chi), \quad \Omega_2 = \frac{4}{7} \chi (4 - \chi)$$

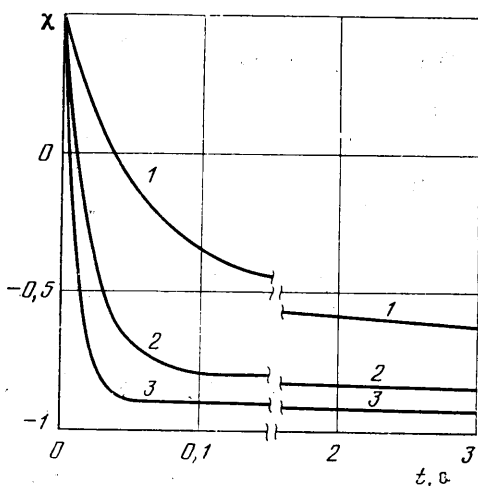
Из первых двух уравнений системы (3.7) следует, что на плоскости (Δ, χ) могут быть указаны следующие области, соответствующие различ-

ным случаям эволюции неоднородностей (см. фиг. 1): I — подъем неоднородности, сопровождающийся ее ростом; II — подъем неоднородности, сопровождающийся уменьшением ее объема. Кривая 1 соответствует движению неоднородности без изменения объема. Область параметров (Δ, χ) , соответствующая скорости движения неоднородности $U \leq 0$, исключена из рассмотрения, так как уравнения движения и эволюции неоднородностей получены в предположениях (3.7).

Из (3.8) следует, что наличие твердых частиц внутри неоднородности приводит к уменьшению скорости подъема и роста по сравнению с соответствующими скоростями пузыря в моносферном псевдооживленном слое.



Фиг. 1



Фиг. 2

Исследуем эволюцию неоднородностей при малых концентрациях примеси; будем полагать $\rho_2 \ll \rho_1$, $\rho_{2+} \ll \rho_1$. В этом случае скорости подъема и роста неоднородности совпадают со скоростями подъема и роста пузырей в моносферном псевдооживленном слое мелких частиц и имеют вид

$$U = \frac{2}{3} \sqrt{ga}, \quad a^* = \frac{7}{9} \varepsilon v_* \quad (3.9)$$

Из выражений (3.9) следует, что скорость подъема неоднородности определяется выражением

$$U = \frac{2}{9} \sqrt{7g\varepsilon v_*} \sqrt{t + \tau}, \quad \tau = \frac{9a_0}{7\varepsilon v_*} \quad (3.10)$$

где a_0 — начальный радиус неоднородности.

Из (3.8) — (3.10) найдем, что концентрация мелких частиц внутри неоднородности при малых концентрациях примеси определяется из уравнения

$$\frac{d}{dt} (\chi \sqrt{t + \tau}) + \mu (\chi + 1) \sqrt{t + \tau} = \omega, \quad \omega = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{g}{7\varepsilon v_*}} \quad (3.11)$$

Здесь $\chi = \chi(\rho_{2+})$ определяется из выражений (2.2). Величина μ при малых концентрациях мелких частиц в соответствии с выражениями (3.4), (3.8) при $\rho_2 \ll \rho_1$, $\rho_{2+} \ll \rho_1$ ($\varepsilon_+ \approx 1$) имеет вид

$$\mu = 27d_1\nu / (2d_2a_2^2)$$

Решение уравнения (3.11) при заданной начальной концентрации примеси ($\chi = \chi_0$ при $t=0$) приводит к следующей зависимости величины χ от времени:

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{t+\tau}} \left[\chi_0 e^{-\mu t} \sqrt{\tau} + \frac{\omega}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) \right] - \frac{2}{3} \mu (t+\tau) e^{-\mu(t+\tau)} \left[M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \mu(t+\tau)\right) - M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \mu\tau\right) \right] \quad (3.12)$$

Здесь $M(3/2, 5/2, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Зависимости $\chi(t)$ при условии $\chi_0 = 1/2$, соответствующем нулевой концентрации примеси внутри неоднородности в начальный момент времени, и значениях параметров $\tau = 4$ с, $\omega = 20$ с^{-1/2} приведены на фиг. 2. Кривые 1–3 соответствуют $\mu = 20, 50, 100$ с⁻¹; эти числовые данные отвечают типичным параметрам реальных псевдооживленных систем.

Из полученных результатов следует, что с увеличением параметра μ (т. е. с уменьшением плотности и размера примеси мелких частиц) время заполнения неоднородности мелкими частицами резко уменьшается. Характерное время T заполнения неоднородности примесью мелких частиц оценивается по формуле

$$T = \frac{9}{7\varepsilon\nu_*} \left(\frac{gd_2^2 a_2^4}{81d_1^2 \nu^2} - a_0 \right)$$

Асимптотическое выражение функции $\chi(t)$ при больших временах имеет вид

$$\chi = -1 + \frac{\omega}{\mu\sqrt{t+\tau}} \quad (t \rightarrow \infty) \quad (3.13)$$

что соответствует следующему асимптотическому поведению концентрации примеси внутри неоднородности:

$$\rho_{2+} = 3\rho_2 \mu \omega^{-1} \sqrt{t+\tau} \quad (3.14)$$

Асимптотическое выражение (3.14) пригодно при $\rho_2 \sqrt{t+\tau} \ll d_1 \nu \sqrt{\varepsilon\nu_*} / (d_2 a_2^2 \sqrt{g})$.

Выражение (3.14) справедливо также при любых временах и больших начальных размерах пузырей (т. е. при больших значениях величины $9d_1 \nu \sqrt{a_0} / (d_2 a_2^2)$).

Согласно (3.12)–(3.14), в процессе подъема неоднородности в бидисперсном псевдооживленном слое концентрация примеси внутри неоднородности возрастает. Последнее объясняет экспериментальные результаты [1], свидетельствующие о гомогенизации псевдооживленного слоя при наличии примеси мелких частиц (и, следовательно, об уменьшении «байпаса» реагента и улучшении условий перемешивания), а также о резкой интенсификации межфазного массообмена (неоднородности — плотная фаза) в бидисперсном псевдооживленном слое.

Полученные результаты показывают, что в процессе движения неоднородности в бидисперсном слое в начальный период времени $t < 2d_2 a_2^2 / (27d_1 \nu)$ происходит резкое изменение концентрации примеси внутри неоднородности; при больших временах имеет место относительно медленное изменение концентрации примеси, описываемое асимптотическими выражениями (3.13), (3.14).

Выражения (3.12)–(3.14) позволяют также определить скорость массообмена примесью мелких частиц между неоднородностью и плотной фазой псевдооживленного слоя. В частности, при больших временах

и малых концентрациях примеси объемный поток мелких частиц определяется выражением

$$I = \frac{28\sqrt{7} \pi d_1 \nu r_2 (\varepsilon v_*)^{3/2} a^2(t)}{d_2 g^{1/2} a_2^2} \left[\sqrt{t+\tau} + \frac{a(t)}{2\sqrt{t+\tau}} \right], \quad a(t) = \frac{7}{9} \varepsilon v_* t + a_0 \quad (3.15)$$

Заметим, что выражения (3.12)–(3.15) позволяют непосредственно определить скорость массообмена реагентом между неоднородностями и плотной фазой при адсорбции реагента на твердых частицах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ойгенблик А. А., Абаев Г. Н., Жильцов А. С., Железнов А. С., Ромашов А. С. Организация режима псевдооживления в реакторах кипящего слоя для хлорирования углеводородов.— Науч.-техн. реф. сб. НИИТЭХИМ. Сер. Хлорная пром-сть. М., 1982, вып. 2, с. 19–21.
2. Davies L., Richardson J. F. Gas interchange between bubbles and the continuous phase in a fluidised bed.— Trans. Inst. Chem. Engrs, 1966, v. 44, № 8, p. T293–T305.
3. Rowe P. N., Matsuno R. Single bubbles injected into a gas fluidised bed and observed by X-rays.— Chem. Engng Sci., 1971, v. 26, № 6, p. 923–935.
4. Бувич Ю. А. О движении пузырей в псевдооживленном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 3, с. 43–51.
5. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С., Сергеев Ю. А. Рост пузыря во взвешенном слое при нелинейном межфазном взаимодействии.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 6, с. 66–73.
6. Сергеев Ю. А. Распространение нелинейных волн в бидисперсном псевдооживленном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 1, с. 49–58.
7. Бобков Н. Н., Гупало Ю. П. О пакетном механизме перемешивания в кипящем слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 5, с. 73–84.
8. Ливенцов В. М., Мозольков А. Е. К вопросу о поведении полидисперсного облака частиц в потоке газа с низким числом Рейнольдса.— Инж.-физ. журн., 1976, т. 30, № 2, с. 235–239.
9. Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения.— Изв. вузов. Нефть и газ, 1958, № 1, с. 125–131.
10. Бувич Ю. А., Гупало Ю. П. О поверхностях разрыва в дисперсных системах.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 4, с. 722–734.
11. Murray J. D. On the mathematics of fluidization. Pt 2. Steady motion of fully developed bubbles.— J. Fluid Mech., 1965, v. 22, № 1, p. 57–80.
12. Davies R. M., Taylor G. I. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes.— Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1950, v. A 200, № 1062, p. 375–380.

Москва

Поступила в редакцию
15.III.1985