имеет следующее решение:

$$u=2\alpha^2X^{-3/4}\zeta^{-2},\quad w=\alpha\gamma\eta X^{-3/2}\zeta^{-2}$$

$$P/\rho=-{}^2/_3\gamma^2X^{-3}\zeta^{-3},\quad \zeta=1+{}^1/_{16}\alpha^2\eta^2$$

Постоянные α, γ определяются из интегрального условия (3.4), а влияние давления на профиль скорости можно проанализировать методом возмущений [8]. Измерения параметров потока в пределах 100 калибров [5] показали справедливость предельного закона (3.1) далеко вниз по потоку при начальной умеренной и сильной закрутке Ω.

Из предельных автомодельных законов для закрученных струйных течений и сравнений с экспериментами следует, что параметр Ω существенно влияет на гидродинамические характеристики течения. Важно отметить, что имеющиеся экспериментальные данные по характеристикам струй при начальном значении $\Omega>1$ описываются далеко вниз по потоку предельными законами для параметра $\Omega\gg1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лойцянский Л. Г.* Распространение закрученной струи в безграничном пространстве, затопленном той же жидкостью.– ПММ, 1953, т. 17, вып. 1, с. 3–16.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969, 742 с.
3. *Бушмарин О. Н.* Закрученная струя в спутном потоке жидкости той же плотности.– Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1955, № 176, с. 115–136.
4. *Гиневский Л. С.* Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969, 400 с.
5. *Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Турбулентное смешение газовых струй. М.: Наука, 1974. 272 с.
6. *Reynolds A.* Similarity in swirling wakes and jets.– J. Fluid Mech., 1962, v. 14, № 2, p. 241–243.
7. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
8. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
9. *Коробко В. И., Шашмин В. К., Шульман З. П.* Развитие ламинарных струйных течений с нулевым избыточным импульсом.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 3, с. 27–33.
10. *Шец, Якубовский.* Экспериментальное исследование турбулентного следа за тонкими телами, снабженными двигателем.– Ракетная техника и космонавтика, 1975, т. 13, № 12, с. 30–39.

Новополоцк,
Минск

Поступила в редакцию
20.V.1985

УДК 532.529:536.24

ОБ АНАЛОГИИ РЕЙНОЛЬДСА В ЗАПЫЛЕННОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

АГРАНАТ В. М.

Рассматривается неизотермическая задача Блазиуса для газовзвеси на основе уравнений квазиравновесного двухфазного ламинарного пограничного слоя [1–3]. Получены приближенные аналитические формулы для коэффициентов трения и теплообмена и дана оценка рамок их применимости, обобщена на случай запыленного квазиравновесного ламинарного пограничного слоя аналогия Рейнольдса между процессами трения и конвективного теплообмена [4].

Рассмотрим продольное стационарное обтекание полубесконечной гладкой непроницаемой пластины с неизменной температурой поверхности T_w вязким теплопроводным потоком газовзвеси с постоянными вдали от пластины давлением газа p_∞, скоростью и температурой газа и частиц u_∞, T_∞ и плотностью частиц $\rho_{s\infty}$. С использованием обычных допущений концепции запыленного газа [3] и теории однофазного пограничного слоя при вынужденном конвективном несжимаемом течении вдоль пластины [4] движение газовзвеси в пристеночной области в условиях малого динамического и теплового скольжения фаз (при $x'\gg l_u$, l_t, где x' – продольная координата, а l_u, l_t – длины динамической и тепловой релаксации частиц [3]) можно описать в соответствии с [1–3] при помощи следующей краевой задачи:

$$f'''+(1+\varkappa)ff''=0,\quad \theta''+(1+\varkappa\gamma)\Pr\theta'=0$$

$$\eta=0:\quad f=f'=\theta=0;\quad \eta\to\infty:\quad f'=\theta=1 \tag{1}$$

$$\Pr=\frac{\mu c_p}{\lambda},\qquad \varkappa=\frac{\rho_{s\infty}}{\rho^\circ},\qquad \gamma=\frac{c_s}{c_p},\qquad \theta=\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}$$

Здесь ρ° — физическая плотность газа, f — безразмерная функция тока, штрих обозначает производную по автомодельной переменной η, индекс s относится к параметрам среды частиц, остальные обозначения общепринятые в теории пограничного слоя [4].

Расчет безразмерных локальных коэффициентов трения и теплообмена C_f и Nu_x на основе (1) сводится к вычислению величин $a=f''(0)$ и $b=\theta'(0)$ при заданных значениях параметров Pr, $\varkappa$, γ. При отсутствии частиц ($\varkappa=0$) подобный расчет проводился, в частности, асимптотическим методом в [5]. По аналогии с [5, 6] формально дважды интегрируя уравнения (1) с учетом граничных условий и производя асимптотическую оценку возникающих при этом интегралов с сохранением лишь первых ненулевых членов разложений, находим относительные интенсивности трения и теплообмена и связь коэффициентов трения и теплообмена

$$\alpha_1\equiv\frac{C_f}{C_f^\circ}=\frac{a}{a^\circ}=(1+\varkappa)^{1/2},\qquad \alpha_2\equiv\frac{\mathrm{Nu}_x}{\mathrm{Nu}_x^\circ}=\frac{b}{b^\circ}=(1+\varkappa)^{1/2}\left(\frac{1+\varkappa\gamma}{1+\varkappa}\right)^{1/3} \tag{2}$$

$$\mathrm{Nu}_x=\frac{1}{2}C_f\,\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}^{*1/3},\qquad \mathrm{Pr}^*=\mathrm{Pr}\frac{1+\varkappa\gamma}{1+\varkappa} \tag{3}$$

являющуюся обобщением аналогии Рейнольдса [4].

Верхний индекс градус в (2) относится к характеристикам чистого газа ($\varkappa=0$). Согласно [4], $a^\circ=0{,}4696$, $b^\circ=a^\circ\mathrm{Pr}^{1/3}$ ($0{,}6\leqslant\mathrm{Pr}\leqslant10$).

Первая формула (2) совпадает с соответствующей формулой, полученной в [2], и согласуется с соотношением [3]

$$\alpha_1=(1+\varkappa)^{1/2}\left(1+\frac{0{,}49}{x}\frac{\varkappa}{1+\varkappa}\right) \tag{4}$$

учитывающим в первом приближении поправку на динамическое скольжение частиц (в отличие от (1)—(3) здесь $x=x'/l_u\neq\infty$). Интересно, что формула (4) при $\varkappa>1$ уточняет первую формулу (2) лишь в узком диапазоне изменения x, например для $\varkappa=3$ только при $1<x<1{,}9$, что следует из сравнения (2) и (4) с численными расчетами [2]. При этом для $1{,}9\leqslant x\leqslant3$ формула (4) дает завышенные на 10—12% значения α_1, а погрешность формулы (2) не превышает 8%, обращаясь в нуль при $x\simeq3$. Вторая формула (2) хорошо согласуется с экспериментальными данными [7]: для всех рассмотренных в [7] значений $\varkappa$ максимальная погрешность при $x'=8$ см составляет 2%, а при $x'=5$ см — 13%. Увеличение погрешности формул (2) с уменьшением x можно объяснить влиянием неравновесности течения на α_1 и α_2 при конечных x.

Важно отметить, что соотношение (3) легко получить также на основе модели псевдогаза [3] с эффективными физическими константами

$$\rho^*=\rho^\circ(1+\varkappa),\qquad c_p^*=c_p\frac{1+\varkappa\gamma}{1+\varkappa},\qquad \mu^*=\mu,\qquad \lambda^*=\lambda \tag{5}$$

Замена характеристик чистого газа на эффективные параметры (5) в известной формуле [4] $\mathrm{Nu}_x={}^1\!/_2C_f\mathrm{Re}_x\mathrm{Pr}^{1/3}$, полученной путем обработки численных результатов при $0{,}6\leqslant\mathrm{Pr}\leqslant10$, приводит к соотношению (3).

Из численных результатов [2] вытекает, что выход a на равновесное значение наблюдается для $\varkappa\leqslant20$ уже при $x\leqslant x_1\simeq3$. Установление равновесного значения b должно происходить также при $x\sim x_1$, так как при малом динамическом скольжении фаз $l_t\sim l_u$. Поэтому область применения формул (2), (3) в смысле допустимых значений продольной координаты приближенно задается неравенством

$$\max(x_1',x_2')=x_0'<x'<x_*'$$

$$x_1'=3\tau_u u_\infty,\qquad x_2'=\frac{\mathrm{Re}_0\,\nu}{u_\infty(1+\varkappa)},\qquad x_*'=\frac{\mathrm{Re}_*\,\nu}{u_\infty(1+\varkappa)}$$

где τ_u — время динамической релаксации частиц, Re_0, Re_* — значения Re_x, ограничивающие зону ламинарного пограничного слоя чистого газа на пластине.

Для воздуха, запыленного при стандартных условиях ($p_\infty=0{,}1$ МПа, $T_\infty=293$ К) частицами микронного размера единичной плотности ($\rho_s^\circ=10^3$ кг/м³), имеем $\tau_u=2\rho_s^\circ\sigma^2/(9\mu)=1{,}23\cdot10^{-5}$ с.

Согласно [4], для чистого воздуха $\mathrm{Re}_0\simeq10^2$, $\mathrm{Re}_*\simeq5\cdot10^5$. Тогда при $u_\infty=1$ м/с, $\varkappa=1$ получаем диапазон допустимых значений x' от $7{,}5\cdot10^{-4}$ до 3,75 м. С ростом u_∞, $\varkappa$ и радиуса частиц σ диапазон (x_0',x_*') за счет роста x_1' и уменьшения x_*' сужается и x_0' становится больше x_*' (например, при $u_\infty=100$ м/с, $\varkappa=9$, $\sigma=1{,}5$ мкм).

При $x_1'\geqslant x_*'$ существенное влияние на коэффициенты трения и теплообмена в области $x'<x_*'$ оказывает динамическая и тепловая неравновесность течения. В случае мелких частиц и невысоких скоростей потока, когда $x_1'\ll x_*'$, участок $(0,x_1')$ пластины вносит незначительный вклад в суммарные коэффициенты трения и теп-

лообмена в области $(0, x_*')$ и при их расчете можно пользоваться формулами (2), (3) во всем промежутке $(0, x_*')$. При $x' > x_*'$ следует использовать формулы для C_f и Nu_x, полученные при рассмотрении двухфазного турбулентного пограничного слоя, например формулы из [8].

Таким образом, формулы (2), (3) можно рекомендовать для практического использования при расчете трения и теплообмена между пластиной и газовзвесью в случае невысоких скоростей ламинарного обтекания и мелких частиц $(x_1' \ll x_*')$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Стулов В. П.* Об уравнениях ламинарного пограничного слоя в двухфазной среде.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 1, с. 51–60.
2. *Осипцов А. Н.* О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 4, с. 48–54.
3. *Марбл Ф.* Динамика запыленных газов.— Механика. Период. сб. пер. иностр. ст., 1971, № 6, с. 48–89.
4. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
5. *Резников Б. И., Смыслов Ю. Н.* Об одном методе определения трения и теплового потока в автомодельных задачах пограничного слоя.– ПМТФ, 1964, № 1, с. 53–58.
6. *Агранат В. М., Берцун В. Н., Гришин А. М.* Устойчивость режимов теплообмена в лобовой критической точке тела, обтекаемого потоком диссоциированного газа.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1979. № 5, с. 97–106.
7. *Богачев В. В.* Исследование гидродинамики и теплообмена в запыленном пограничном слое: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. техн. наук. Ставрополь, Ставропольск. политехн. ин-т., 1981. 16 с.
8. *Павлюченко А. М.* Аналогия Рейнольдса и закон теплообмена в турбулентном пограничном слое при наличии твердых частиц.– В сб.: Динамика многофазных сред. Новосибирск; 1983, с. 314–319.

Томск

Поступила в редакцию
16.VII.1985

УДК 532.546+622.276

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

АМЕТОВ И. М., БЕРНАДИНЕР М. Г.

Эксплуатация газовых и газоконденсатных скважин сопровождается осложнениями, связанными с поступлением жидкости (воды и конденсата) из пласта. При достаточно высокой пластовой энергии, обеспечивающей соответственно большие скорости газа по стволу скважины, жидкость выносится газовым потоком из лифтовых труб. По мере падения пластового давления уменьшается скорость газа в скважине. Динамической энергии газового потока не хватает на вынос всей жидкости из скважины, и она начинает накапливаться в лифтовых трубах. Столб жидкости в скважине оказывает отрицательное влияние на работу добывающих скважин как за счет дополнительного противодавления на пласт, так и за счет увеличения гидравлического сопротивления лифтовых труб движению в них газа. Последнее обстоятельство влияет только на режим газового потока в скважине. Увеличение же противодавления на пласт сопровождается перестройкой работы всей системы скважина – пласт. При этом нередки случаи, когда накопление жидкости в стволе приводит к пульсационному характеру работы скважины. Примером такой ситуации является суточная диаграмма скважины № 68 Артюховского месторождения на Украине (фигура). Артюховское месторождение характеризуется глубоким залеганием – 4200 м и большой степенью истощения пластовой энергии. Пластовое давление снизилось с 42 МПа в начале разработки до 22 МПа в настоящее время. Как видно из фигуры, скважина самовозбуждается через каждые 5–6 ч, после чего ее производительность падает почти до нуля.

Ниже рассматривается модель работы газовой скважины при наличии жидкости в стволе, исследуется характер стационарных режимов и анализируются причины цикличности дебита. По постановке задача близка к изученной ранее в [1] задаче фонтанирования нефтяных скважин.

Пусть скважина радиуса r_0 расположена в центре однородного кругового газового пласта радиуса R, проницаемости k, толщины h и пористости m. Будем считать пласт насыщенным газом, а призабойную зону скважин – газом и жидкостью. Это может быть вода, подтянувшаяся к скважине, или конденсат, скопившийся в призабойной зоне. Будем рассматривать плоскорадиальное движение в пласте вдоль координаты r. Давление P на внешней границе пласта R положим постоянным и равным P_R. Характер распределения давления по пласту определяется только дви-