

УДК 536.253

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ТЕРМИК В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ

ГОСТИНЦЕВ Ю. А., ЛАЗАРЕВ В. В., СОЛОДОВНИК А. Ф.,
ШАЦКИХ Ю. В.

Предложена приближенная аналитическая модель турбулентного термика в стратифицированной атмосфере, позволяющая прогнозировать динамику подъема, зависания и колебания плавучего облака как в пределах тропосферы, так и при его выходе в стратосферу. Оценены величины тепловой энергии термика, необходимые для пробивания тропопаузы в северных и южных широтах. Получены оценки количества вещества, выбрасываемого облаком в стратосферу. Предложен метод определения тепловой энергии вулканических извержений взрывного типа.

При подъеме нагретого газа в поле силы тяжести развивается свободно восходящее конвективное движение в виде облака или струи (аналогичная картина имеет место и при всплывании газа с меньшим, чем у атмосферы, молекулярным весом). Конфигурация поднимающегося конвективного элемента зависит от соотношения между временем действия источника энерговыделения t_u и характерным временем t_N подъема элемента до высоты зависания в стратифицированной атмосфере. Так, если $t_u > t_N$ (в пределе — при постоянно действующем источнике), то имеет место струйное течение; при обратном соотношении (в пределе — при мгновенном выделении тепла или массы легкого газа) в атмосфере образуется облако конечного размера (термик). Предельные законы динамики развития и затухания этих двух форм свободно-конвективного движения различны [1, 2].

Для приближенного аналитического описания турбулентного термика в предшествующих работах были использованы три разных подхода. В [3–5] развивается аналитическая модель турбулентного термика, в которой используются осредненные по объему облака уравнения сохранения и привлекается гипотеза о пропорциональности между скоростью вовлечения холодного воздуха в тело термика v и значением вертикальной скорости его подъема u : $v = -\alpha u$. Данная модель существенно упрощает решение задачи, однако универсальность коэффициента захвата α не имеет экспериментального обоснования. В [6, 7] постулируется возможность описания развитых турбулентных течений уравнениями Навье — Стокса с постоянными эффективными коэффициентами турбулентного переноса. И наконец, в третьем подходе [8–10] величина эффективной турбулентной вязкости связывается с параметрами движения, исходя из того, что турбулентная вязкость в свободных течениях определяется характеристиками потока и в общем случае является функцией координат и времени. Этот подход используется и в данной работе.

1. Основные уравнения. Система осредненных уравнений с граничными условиями для осесимметричного нестационарного развитого турбулентного конвективного (свободного или вынужденного) движения газа в стратифицированной атмосфере в приближении Буссинеска имеет вид [11]

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u \Omega + \frac{\partial}{\partial r} v \Omega = \frac{\partial}{\partial x} E \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{E}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \omega}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla (\mathbf{V} \omega) = \text{Pr}^{-1} \nabla (E (\nabla \omega)) - u N^2$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla (\mathbf{V} \theta) = \text{Pr}^{-1} \nabla (E (\nabla \theta)) - u \frac{T_a}{g} N^2$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c_j}{\partial t} + \nabla(\mathbf{V}c_j) &= Sc_j^{-1} \nabla(E(\mathbf{V}c_j)) - u \frac{dY_{ja}}{dx} \\
\nabla \mathbf{V} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} vr = 0, \quad \Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r} \\
\omega &= g \frac{\rho_a - \rho}{\rho} \approx -g \left[\beta \theta + \sum_j c_j \left(\frac{\mu_a}{\mu_j} - 1 \right) \right] \\
v &= \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial c_j}{\partial r} = 0, \quad r=0 \\
v &= u = \omega = \theta = c_j \rightarrow 0, \quad r^2 + x^2 \rightarrow \infty
\end{aligned} \tag{1.1}$$

При выводе первого уравнения в (1.1) в отличие от [8, 9] использовано условие $\langle v' \Omega' \rangle = -Er^{-1} \partial(\Omega r) / \partial r$, второе уравнение получено для случая $Sc_j = Sc = Pr$. В системе уравнений (1.1) использованы следующие обозначения: x и r — вертикальная и радиальная координаты; u , v — вертикальная и радиальная составляющие скорости газа \mathbf{V} ; ω — ускорение силы Архимеда; $E(x, r, t)$ — турбулентная вязкость; g — проекция ускорения свободного падения на ось x ; Pr , Sc — турбулентные числа Прандтля и Шмидта; $\theta = T - T_a$, $c_j = Y_j - Y_{ja}$ — избыточные температура и массовая концентрация j -го компонента смеси в облаке по отношению к окружающей среде; Ω — составляющая вектора завихренности, перпендикулярная плоскости (x, r) .

Поднимающееся облако в общем случае состоит из $1+p=1+k+m=1+l+n+m$ компонентов, где индекс 1 соответствует сухому воздуху, l — компонентам примеси, содержащимся как в облаке, так и в атмосфере; m — компонентам облака; n — примеси только атмосферы. Окружающая среда состоит из $1+k=1+l+n$ компонентов.

Величина

$$N^2 = -g \left(\frac{d \ln \rho_a}{dx} + \frac{g}{c_p^2} \right) = \frac{g}{\Theta} \frac{d\Theta}{dx} = \frac{g}{c_p} \frac{ds_a}{dx} \tag{1.2}$$

характеризует стратификацию окружающей атмосферы (принято, что N^2 не зависит от r); $\Theta = T_a(1000/p_a)^{(\gamma-1)/\gamma}$ — потенциальная температура; c_s — скорость звука; ρ_a , s_a , p_a — плотность, энтропия и давление (в мбар) в атмосфере; $\gamma = c_p/c_v$. Для устойчивой стратификации величина $N = \sqrt{gd \ln \Theta / dx}$, носящая название частоты Вейселя — Брента [12], имеет действительное значение и определяет характерное время подъема продуктов $t_N \sim N^{-1}$ до высоты зависания или период $T = 2\pi/N$ колебаний облака вблизи точки теплового равновесия. Используя выражение для потенциальной температуры и уравнение состояния атмосферы, можно получить

$$N^2 = g \left(\frac{d \ln T_a}{dx} - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{d \ln p_a}{dx} \right) = \frac{g}{T_a} \left(\frac{dT_a}{dx} + \frac{g}{c_p} \right) \approx g\beta(\Gamma_a + \Gamma)$$

где $\Gamma_a = g/c_p = 0,0098$ град/м — адиабатический градиент температуры, $\beta \approx 1/T_a$ — термический коэффициент расширения газа, $\Gamma = dT_a/dx$ — фактический градиент температуры в атмосфере. Когда падение T_a с высотой таково, что $|\Gamma| > \Gamma_a$, то состояние среды неустойчиво и $N^2 < 0$. Если T_a растет с высотой или падает с $|\Gamma| < \Gamma_a$, то атмосфера устойчива ($N^2 > 0$). В случае нежимаемой жидкости $c_s \rightarrow \infty$ и $N^2 = -gd \ln \rho_a / dx$.

Из (1.1) следует, что динамическая задача о подъеме термика в стратифицированной атмосфере в принятых допущениях может решаться автономно на основании только уравнений движения, неразрывности и плаучести без детализации распределений температуры и концентрации.

2. Турбулентный термик на автомодельном участке движения. В случае безразличной стратификации атмосферы ($N^2 = 0$) или при временах

движения, меньших характерного времени тепловой релаксации атмосферы (периода волн плавучести $T=2\pi/N$), последним членом в правой части уравнения плавучести в (1.1) можно пренебречь. Тогда на достаточном удалении от точки мгновенного выделения тепла (или массы легкого газа) вырабатывается автомодельный режим движения концентрационно-теплого термика с сохраняющимися во всей области течения величинами интегралов плавучести, тепла и вещества

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \omega r dr dx = \Pi_0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \vartheta r dr dx = Q_0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} c_j r dr dx = P_{j0} \quad (2.1)$$

Величина любого из интегралов (2.1) может быть вычислена через значения двух других с использованием уравнения состояния.

Возможен другой предельный случай вихревого движения — вынужденное конвективное течение, динамика которого определяется сохранением образованного в начале процесса импульса завихренности. Тепло и концентрация при этом переносятся как пассивные примеси. Законы сохранения для такого случая имеют вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Omega r^2 dr dx = I_0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \vartheta r dr dx = Q_0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} c_j r dr dx = P_{j0}$$

Если в начальный момент времени плавучее облако имеет импульс завихренности, то поднимающийся объем газа начнет подчиняться законам свободно-конвективного движения при временах $t > I_0/\Pi_0$. При $t < I_0/\Pi_0$ движение определяется хорошо изученными закономерностями вихревого кольца [13].

Из (1.1) следует, что в стратифицированной атмосфере ($N^2 \neq 0$) даже при $I_0 = 0$ автомодельного режима подъема термика, вообще говоря, нет, хотя при достаточно малых временах решение в пределе стремится к автомодельному.

Будем искать решение задачи о свободно-конвективном движении плавучего облака при $dY_{ка}/dx=0$ в виде

$$v = \Pi_0^{1/4} t^{-1/2} \varphi_1, \quad u = \Pi_0^{1/4} t^{-1/2} \varphi_3 \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \omega &= \Pi_0^{1/4} t^{-3/2} \varphi_4, \quad \Omega = t^{-1} \varphi_5, \quad \vartheta = \Pi_0^{-3/4} Q_0 t^{-3/2} \varphi_6 \\ c_j &= \Pi_0^{-3/4} P_{j0} t^{-3/2} \varphi_j, \quad E = \Pi_0^{1/2} v \varphi_7, \quad \eta = \Pi_0^{-1/4} t^{-1/2} r, \\ \zeta &= \Pi_0^{-1/4} t^{-1/2} x, \quad \varphi_i = \varphi_i(\eta, \zeta, t) \end{aligned}$$

Подставляя (2.2) в исходные уравнения и граничные условия (1.1), получим

$$t \frac{\partial \varphi_5}{\partial t} - \varphi_5 - \frac{1}{2} \left(\eta \frac{\partial \varphi_5}{\partial \eta} + \zeta \frac{\partial \varphi_5}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi_1 \varphi_5 + \frac{\partial}{\partial \zeta} \varphi_3 \varphi_5 =$$

$$= v \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} \varphi_7 \frac{\partial \varphi_5}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi_7 \frac{\partial \varphi_5}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial \varphi_4}{\partial \eta} \quad (2.3)$$

$$t \frac{\partial \varphi_4}{\partial t} + L_1(\varphi_4) = \text{Pr}^{-1} v L_2(\varphi_4) - t^2 N^2 \varphi_3$$

$$t \frac{\partial \varphi_6}{\partial t} + L_1(\varphi_6) = \text{Pr}^{-1} v L_2(\varphi_6) - t^2 \frac{N^2 \Pi_0}{Q_0 g \beta} \varphi_3$$

$$t \frac{\partial \varphi_j}{\partial t} + L_1(\varphi_j) = \text{Sc}_j^{-1} L_2(\varphi_j) v$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial \xi} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi_1 \eta = 0, \quad \varphi_5 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial \eta}$$

$$L_1(\Phi) = -\frac{3}{2} \Phi - \frac{1}{2} \left(\eta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \xi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \Phi \varphi_1 \eta + \frac{\partial}{\partial \xi} \Phi \varphi_3$$

$$L_2(\Phi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi_7 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi_7 \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}$$

$$\varphi_1 = \frac{\partial \varphi_3}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi_4}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi_6}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi_j}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = 0$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_4 = \varphi_6 = \varphi_j \rightarrow 0, \quad \eta^2 + \xi^2 \rightarrow \infty$$

В общем случае N^2 в (2.3) может быть функцией от x и t . Примем для простоты $N^2 = \text{const}$, т. е. потенциальная температура меняется с высотой по экспоненте $\Theta = \Theta_* \exp(N^2 x/g)$. Из (2.3) видно, что время входит в задачу только в отношении к характерному времени тепловой перестройки атмосферы $t_N = |N^2|^{-1/2}$. При $N^2 = 0$ или при $\tau = t|N^2|^{1/2} < 1$ с точностью до членов порядка $o(\tau^2)$ все функции φ_i в (2.3) можно считать не зависящими явно от τ . Тогда существует автомодельное решение (2.3), удовлетворяющее сохранению интегралов (2.1), которые принимают форму

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_4 \eta \, d\eta \, d\xi = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_6 \eta \, d\eta \, d\xi = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_7 \eta \, d\eta \, d\xi = 1 \quad (2.4)$$

Исследуем автомодельные уравнения завихренности, плавучести и неразрывности в (2.3) при малых значениях коэффициента турбулентности $\nu < 1$ (в дальнейшем примем $\varphi_7 \equiv 1$). По порядку величин

$$\varphi_5 \sim \nu^{-1}, \quad \varphi_3 \sim \varphi_4 \sim \nu^{-1/2}, \quad \varphi_1 \sim \nu^{1/2}, \quad \eta \sim \nu^{1/2}, \quad \xi \sim \nu^{-1/2}, \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \sim \nu^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi}$$

откуда следует, что вертикальный масштаб конвективного облака в ν^{-1} раз больше его характерного поперечного размера. Так как в этом случае можно положить $\varphi_5 \approx -\partial \varphi_3 / \partial \eta$, то после однократного интегрирования уравнения завихренности динамическая задача для автомодельного турбулентного термика сводится к системе

$$-\frac{1}{2} \varphi_3 + \left(\varphi_1 - \frac{1}{2} \eta \right) \frac{\partial \varphi_3}{\partial \eta} + \left(\varphi_3 - \frac{1}{2} \xi \right) \frac{\partial \varphi_3}{\partial \xi} - \varphi_4 = \nu \nabla^2 \varphi_3$$

$$-\frac{3}{2} \varphi_4 + \left(\varphi_1 - \frac{1}{2} \eta \right) \frac{\partial \varphi_4}{\partial \eta} + \left(\varphi_3 - \frac{1}{2} \xi \right) \frac{\partial \varphi_4}{\partial \xi} = \text{Pr}^{-1} \nu \nabla^2 \varphi_4 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \eta \varphi_3 + \frac{\partial}{\partial \eta} \eta \varphi_1 = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_4 \eta \, d\eta \, d\xi = 1$$

Смысл использованного приближения заключается в пренебрежении изменением динамического давления в термике, поскольку в этом случае первое уравнение в (2.5) совпадает с автомодельным уравнением для вертикальной компоненты скорости φ_3 .

В [11] решение (2.5) найдено в предположении подобия автомодельных профилей избыточной плотности (температуры, концентрации) и вертикальной скорости (такой подход был предложен в [7]).

Параметры автомодельного движения облака при этом зависят от координат и времени следующим образом:

$$\begin{aligned}
 v &= -v^{1/2} (2\xi)^{-1} (1 - e^{-\xi^2}) \frac{dF}{dz} \Pi_0^{1/4} t^{-1/2} \\
 u &= v^{1/2} e^{-\xi^2} F(z) \Pi_0^{1/4} t^{-1/2}, \quad \omega = v^{1/2} e^{-\xi^2} F(z) \Pi_0^{1/4} t^{-3/2} \\
 \vartheta &= v^{1/2} e^{-\xi^2} F(z) \Pi_0^{-3/4} Q_0 t^{-3/2} \\
 c_j &= v^{1/2} e^{-\xi^2} F(z) \Pi_0^{-3/4} P_{j0} t^{-3/2} \\
 \Omega &= \xi e^{-\xi^2} F(z) t^{-1}, \quad E = v \Pi_0^{1/2} \\
 \xi &= r (2v^{1/2} \Pi_0^{1/4} t^{1/2})^{-1}, \quad z = x (2v^{1/2} \Pi_0^{1/4} t^{1/2})^{-1} \\
 F(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-z^2}}{C - \Phi(z)}, \quad \Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz, \quad C = \frac{1 + e^{-1/4 v^{-2}}}{1 - e^{-1/4 v^{-2}}}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Из (2.6) следует, что функция $F(z)$ растет с ростом z до некоторой максимальной величины F_m , а затем резко падает, асимптотически стремясь к нулю. При малых значениях коэффициента турбулентности $v < 0,2$ зависимость F от z хорошо аппроксимируется разрывной функцией: $F(z) \approx 2z$ при $0 \leq z \leq z_m$, $F(z) = 0$ при $z > z_m$. Безразмерная вертикальная координата точки максимума $F(z)$ при этом определяется из выражения [11]

$$z_m \approx (2v)^{-1} + v \ln(2v^3 \pi^{-1/2})$$

На плоскости $z = z_m$ все параметры течения, кроме радиальной скорости, достигают наибольшего, а v — нулевого значения (максимумы u , ω , ϑ , c_j лежат на оси $r = 0$). При $z > z_m$ значения всех функций быстро уменьшаются в пределах характерной толщины $\Delta z \sim v$ (на верхней кромке термика образуется свободный пограничный слой толщиной $\delta \sim v^{1/2} \Pi_0^{1/4} t^{1/2}$).

Уравнение траектории движения газовой частицы в поле всплывающего автомодельного облака имеет вид

$$\frac{dz}{dt} = \frac{F(z) e^{-\xi^2} - z}{2t}, \quad \frac{d\xi}{dt} = -\frac{(1 - e^{-\xi^2}) F' + 2\xi^2}{4\xi t} \tag{2.7}$$

или

$$\frac{dz}{d\xi} = 2\xi \frac{z - F e^{-\xi^2}}{(1 - e^{-\xi^2}) F' + 2\xi^2}, \quad F' = \frac{dF}{dz} \tag{2.8}$$

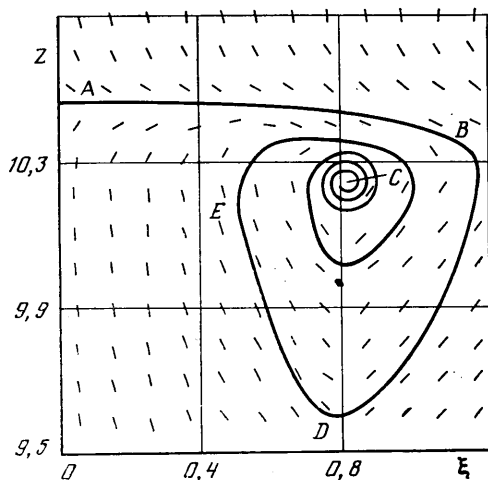
Анализ (2.8) показывает, что тело термика отделено сверху от окружающей среды газодинамической фронтальной поверхностью, поднимающейся со временем геометрически подобным образом. Ни одна газовая частица, попавшая в облако, не выйдет в процессе дальнейшего движения за пределы этой поверхности (нормальная скорость движения частицы относительно поверхности равна нулю). Из фиг. 1, где в укрупненном масштабе изображено течение около фронтальной поверхности, видно, как свободный пограничный слой сворачивается в вихревую пленку, образуя расширяющуюся со временем тороидальную область спирального вихря. При $t \rightarrow \infty$ все газовые частицы, находящиеся внутри облака, стремятся к центру завихренности C , являющемуся одной из характерных точек термика. Другие характерные точки фиксируют положение верхней A , боковой B и нижней D кромок облака, а также координаты внутренней границы E области вихревого кольца.

Безразмерные координаты точек A , C и D определяются из (2.6) и (2.8) аналитически. Так, на верхней кромке облака ($z = z_A$, $\xi = 0$) имеет место равенство $dz/d\xi = 0$, откуда следует $F_A = z_A$ и из разложения $F(z)$ при $z \gg 1$ (при малых v) получаем

$$\xi_A = 0, \quad z_A \approx (2v)^{-1} + v \ln(v\pi^{-1/2}) \tag{2.9}$$

В центре завихренности (точка C) $dz/dt = d\xi/dt = 0$ и

$$\xi_c \approx \sqrt{\ln(2 - 8v^2 \ln 2)}, \quad z_c \approx (2v)^{-1} + v \ln[4v^3 \pi^{-1/2} \ln 2] \tag{2.10}$$



Фиг. 1

Координаты нижней кромки D термика находятся из условий $F_D = 2z_D$, $dz/d\xi = 0$

$$z_D \approx z_m = (2\nu)^{-1} + \nu \ln(2\nu^3 \pi^{-1/2}), \quad \xi_D \approx \sqrt{\ln(2 - 2\nu^3)} \quad (2.11)$$

Положения точек B , C , D и E могут также определяться численным решением задачи Коши для уравнений (2.7) и $F(z)$ из (2.6) при начальном условии $\xi = 0$, $z = z_A$.

При малых ν ($\nu < 0,06$) на основании (2.9)–(2.11) для автомодельного турбулентного термика можно выписать приближенные зависимости

$$x_A \approx \nu^{-1/2} \Pi_0^{1/4} t^{1/2}; \quad R_B \approx 2,44 \nu^{1/2} \Pi_0^{1/4} t^{1/2}; \quad R_C \approx 2\sqrt{\ln 2} \nu^{1/2} \Pi_0^{1/4} t^{1/2} \quad (2.12)$$

$$\frac{R_B}{R_C} \approx 1,46; \quad \frac{R_B}{x_A} \approx 2,44\nu; \quad \frac{R_C}{x_A} \approx 2\nu\sqrt{\ln 2}$$

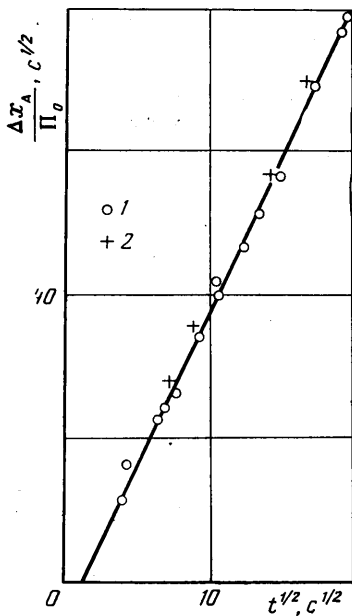
Чем больше коэффициент турбулентности, тем медленнее облако всплывает вверх и быстрее расширяется за счет вовлечения окружающего газа. Объем облака растет во времени по закону $W = 4/3\pi\nu^{1/2}\Pi_0^{1/4}t^{3/2}$.

Подчеркнем еще раз, что турбулентная вязкость $E = \nu\Pi_0^{1/2}$ является характеристикой вырабатывающегося турбулентного движения, а не свойством среды, как в ламинарном течении. Значение коэффициента турбулентности ν в принципе можно находить либо расчетным путем из более детальной системы турбулентных уравнений с привлечением дополнительных принципов (например, принципа минимума производства энтропии [14]), либо из экспериментов по зависимости от времени положения характерных точек облака на автомодельной стадии подъема при известной величине интеграла плавучести Π_0 . Проиллюстрируем второй подход.

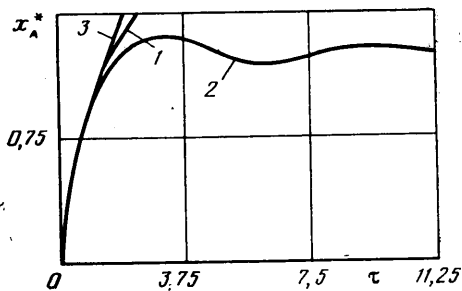
На фиг. 2 представлены экспериментальные данные по динамике подъема верхней кромки облаков воздушных ядерных взрывов мощностью 20 кт [15] и 1 Мт [16] (точки 2 и 1). Величина интеграла плавучести Π_0 ($\text{м}^4/\text{с}^2$) определяется из соотношения

$$\Pi_0 = \frac{\alpha Q_2 g \beta}{2\rho_a c_p} \approx 6,43 \cdot 10^6 W \quad (2.13)$$

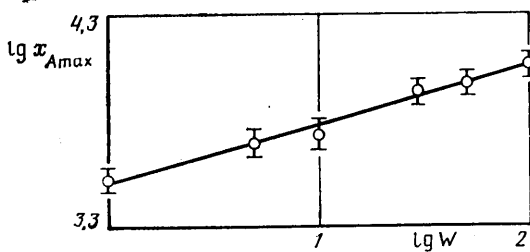
где Q_2 — общее тепловыделение в Дж, W — мощность взрыва в кт тротилового эквивалента, $\alpha \approx 0,35$ — относительная доля общей энергии, остающейся в виде тепла в продуктах ядерного взрыва [16]. Автомодельные участки движения достаточно хорошо аппроксимируются единой зависимостью $\Delta x_A + x_0 \approx 4,35 \Pi_0^{1/4} t^{1/2}$, где x_0 — ордината виртуального источника. Воспользовавшись аналитической формулой для x_A из (2.12), можно на основании данных эксперимента оценить значение величины коэффициента турбулентности $\nu = 0,05$.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

3. Влияние стратификации атмосферы на динамику подъема турбулентного термика. Интегрирование по пространству уравнения плавучести в (1.1) при $N^2 \neq 0$ дает

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \omega r dr dx = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} u N^2 r dr dx \quad (3.1)$$

В общем случае интеграл плавучести не сохраняется во времени: уменьшается при устойчивой стратификации, когда $N^2 > 0$, и увеличивается при неустойчивой. Физически различие этих двух вариантов выражается в том, что в устойчивой атмосфере термик после затухающих колебаний в конце концов зависнет на некоторой высоте, а при $N^2 < 0$ будет ускоряться, формально поднимаясь до бесконечности.

Приближенное решение уравнений (2.3) для случая стратифицированной по закону $N^2 = \text{const}$ атмосферы можно искать в виде $\varphi_i = \varphi_{i0} K_i(\tau)$, где $\varphi_{i0}(z, \xi)$ — автомодельные функции, а $K_i(\tau)$ — неизвестные функции безразмерного времени $\tau = t|N|$.

Подставляя φ_i в уравнения движения, плавучести, теплопроводности и диффузии, получим

$$\begin{aligned} \tau K_3' + K_3 - K_4 + K_0 K_3 (K_3 - 1) &= 0, & K_0 &= 1/2 F_z'(z) \\ \tau K_4' + K_0 K_4 (K_3 - 1) \pm K_3 \tau^2 &= 0 \\ \tau K_6' + K_0 K_6 (K_3 - 1) \pm K_3 \Pi_0 (\beta Q_0)^{-1} \tau^2 &= 0 \\ \tau K_j' + K_0 K_j (K_3 - 1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Верхний знак у последних членов второго и третьего уравнений соответствует устойчивой, нижний — неустойчивой стратификации. Функции K_3 , K_4 , K_6 и K_j дают зависимость от τ для скоростей, плавучести, температуры и концентраций. В первом приближении считается, что все зависимости K_i от z и F от τ параметрические.

Решение системы (3.2) имеет вид [11]

$$\begin{aligned} K_3 &= \tau^{(K_0-1)} \sin \tau \left[\int_0^{\tau} K_0 \tau^{(K_0-2)} d\tau \right]^{-1}, & K_4 &= K_3 \tau \operatorname{ctg} \tau \\ K_6 &= \Pi_0 (\beta Q_0)^{-1} K_3 \tau \operatorname{ctg} \tau \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$K_j = \tau^{K_0} \exp \left[- \int_0^{\tau} \tau^{(K_0-2)} \sin \tau d\tau / \int_0^{\tau} \tau^{(K_0-2)} \sin \tau d\tau \right]$$

Так как при малых ν функцию $F(z)$ можно представить как разрывную: $F(z) \approx \approx 2z$ при $z \leq z_A$, $F(z) = 0$ при $z > z_A$, то $K_0 = 1$ и из (3.3) следует

$$K_3 = \frac{\sin \tau}{\text{Si}(\tau)}, \quad K_4 = \frac{\tau \cos \tau}{\text{Si}(\tau)}, \quad K_6 = \frac{\Pi_0}{g\beta Q_0} K_4, \quad K_j = \frac{\tau}{\text{Si}(\tau)}, \quad (3.4)$$

$$\text{Si}(\tau) = \int_0^\tau \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau$$

Вертикальная и радиальная скорости, плавучесть, температура и концентрация в размерных координатах при $0 \leq x \leq x_A$, где $x_A(\tau)$ выражается через $z_A(\tau)$, в устойчивой атмосфере с $N = \text{const}$ приведены ниже

$$\begin{aligned} v &= -2\nu \Pi_0^{1/2} r^{-1} \frac{\sin \tau}{\text{Si}(\tau)} \Phi(r, t) \\ u &= xN \frac{\sin \tau}{\tau \text{Si}(\tau)} \Phi(r, t) \\ \omega &= xN^2 \frac{\cos \tau}{\tau \text{Si}(\tau)} \Phi(r, t) \\ \vartheta &= xN^2 (g\beta)^{-1} \frac{\cos \tau}{\tau \text{Si}(\tau)} \Phi(r, t) \\ c_j &= xN^2 P_{j0} \Pi_0^{-1} \frac{1}{\tau \text{Si}(\tau)}, \quad \Phi = \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu \Pi_0^{1/2} t}\right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Для нахождения закона движения верхней кромки облака воспользуемся условием сохранения интеграла вещества в (2.1) (этот интеграл, как следует из (2.3), является единственной сохраняющейся величиной при подъеме термика в стратифицированной атмосфере). Выполняя интегрирование в (2.1) по пространству $0 \leq r < < \infty$, $0 \leq x \leq x_A(\tau)$ с привлечением выражения для c_j из (3.5), получим

$$x_A = \left(\frac{\Pi_0}{\nu^2 N^2} \right)^{1/4} \overline{\nu \text{Si}(\tau)} \quad (3.6)$$

При временах $\tau < 1$ реализуется автомодельный режим подъема с $x_A \sim t^{1/2}$. При $\tau > \pi/2$ сила плавучести меняет знак (облако переохлаждается по отношению к окружающей среде и поднимается только по инерции), при $\tau = \pi$

$$x_{A\text{max}} \approx 1,36 \nu^{-1/2} \Pi_0^{1/4} N^{-1/2} \quad (3.7)$$

имеет место первое полное торможение облака с последующим его опусканием, перегревом и снова подъемом. При больших τ термик совершает затухающие колебания (с характерным периодом $T = 2\pi/N$) около уровня теплового равновесия $\langle x_A \rangle$ (уровня нулевой плавучести: $\omega = 0$)

$$\langle x_A \rangle \approx 1,25 \Pi_0^{1/4} \nu^{-1/2} N^{-1/2} \quad (3.8)$$

На фиг. 3 кривые 1 и 2 соответствуют зависимостям $x_A^* = x_A \nu^{1/2} N^{1/2} \Pi_0^{-1/4}$ от безразмерного времени $\tau = t |N^2|^{1/2}$ для подъема кромки облака в автомодельном режиме и в устойчивой атмосфере ($N^2 = \text{const} > 0$).

Для случая неустойчивой атмосферы ($N^2 = \text{const} < 0$) выкладки, аналогичные (3.2) – (3.6), дают

$$x_A = \left(\frac{\Pi_0}{\nu^2 N^2} \right)^{1/4} \overline{\nu \text{shi}(\tau)}, \quad \text{shi}(\tau) = \int_0^\tau \frac{\text{sh}(\tau)}{\tau} d\tau \quad (3.9)$$

Распределения функций в пространстве и времени при этом можно получить из (3.5), формально заменив \sin , \cos и Si на гиперболические функции sh , ch , shi . В неустойчивой среде термик с увеличением времени ускоряется, используя энергию атмосферы (см. кривую 3 на фиг. 3).

Зависимости (3.7), (3.8) позволяют оценить величину коэффициента турбулентности ν по экспериментально определенным высотам зависания термика при известных величинах интеграла плавучести Π_0 и коэффициента Ваясяля – Брента в устойчивой атмосфере.

На фиг. 4 представлена зависимость максимальной высоты подъема в тропосфере верхней кромки $x_{A\max}$ (м) облаков приземных ядерных взрывов от полной выделившейся энергии W (квт) [16, 17]. Пересчет этой зависимости с учетом (2.13) позволяет найти аппроксимирующее выражение

$$x_{A\max} = (67 - 70) \Pi_0^{1/4} \quad (3.10)$$

где x_A — в м, Π_0 — в $\text{м}^4/\text{с}^2$. Сравнение его с (3.7) дает $vN = (3,8 - 4,1) \cdot 10^{-4}$, с^{-1} . Для стандартных условий в приземном слое атмосферы до высоты тропопаузы величина коэффициента Вэйсяля — Брента $N \approx 0,011$, с^{-1} [12]. Тогда для значения коэффициента турбулентности получим оценку $v \approx 0,038$, согласующуюся с величиной, полученной из обработки опытных данных по динамике подъема кромки термика на атомомодельной стадии.

4. Выход термика в стратосферу. Выше рассматривался случай экспоненциальной атмосферы ($N = \text{const}$), пригодной для описания движения термика в тропосфере.

Катастрофические извержения вулканов и мощные ядерные взрывы обеспечивают выброс газопепловых облаков на высоты, превышающие уровень тропопаузы. В этом случае естественного вымывания мелких частиц субмикронного размера атмосферными осадками не происходит и облако может существовать длительное время (при выбросе в стратосферу — месяцы), приводя к экранировке солнечной радиации и возможным климатическим изменениям на планете [18]. В связи с этим представляют интерес оценки как тепловой энергии термика, обеспечивающей его подъем в нижние слои стратосферы, так и количества продуктов, выносимых облаком за тропопаузу.

Выход облака в стратосферу можно моделировать подъемом термика в двухслойно-стратифицированной среде, когда $N = N_1 > 0$ до некоторой высоты H_* , а при $x \geq H_*$ величина коэффициента Вэйсяля — Брента скачком изменяется до значения $N_2 = \text{const} > N_1$ (согласно модели Международной стандартной атмосферы в тропосфере, $N_1 \approx 0,011$, с^{-1} , в стратосфере $N_2 \approx 0,21$, с^{-1} до $x \approx 40$ км). Уровень тропопаузы H_* изменяется с широтой и сезоном. На низких экваториальных широтах (от 0 до $\pm 30^\circ$) он обычно составляет ~ 16 км, а в более высоких широтах ~ 10 км [12].

Аналитического решения для движения конвективного облака в двухслойной атмосфере получить не удастся. Однако можно сделать верхнюю и нижнюю оценки для законов подъема кромки термика. Так как в устойчиво стратифицированной среде увеличение N приводит к ухудшению условий подъема термика, то выражения (3.5) и (3.6) с $\tau = tN_1$ могут служить в качестве верхней оценки параметров течения в двухслойной среде (влиянием скачка N после $x = H_*$ в этом случае пренебрегается). Тогда для кромки облака имеем

$$x_{A\max} = \left(\frac{\Pi_0}{v^2 N_1^2} \right)^{1/4} \sqrt{\text{Si}(tN_1)} \quad (4.1)$$

Нижнюю оценку получим из следующих соображений. Предположим, что после прохождения верхней кромкой облака высоты H_* в момент времени t_0 , определяемый из условия

$$H_* = \left(\frac{\Pi_0}{v^2 N_1^2} \right)^{1/4} \sqrt{\text{Si}(t_0 N_1)} \quad (4.2)$$

распределения параметров течения в облаке при $x \geq H_*$ и $t \geq t_0$ скачкообразно изменяются и соответствуют асимптотическим законам, которые имели бы место, если бы во всей области движения было $N = N_2 = \text{const}$. Тогда в соответствии с (3.5) для концентрации примеси в облаке можно записать

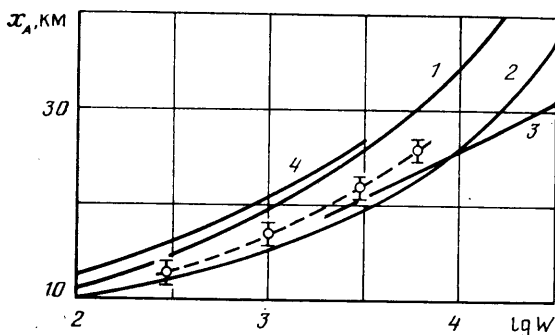
$$c_j = \frac{xN_1}{\Pi_0} P_{j0} \exp\left(-\frac{r^2}{4v\Pi_0^{1/2}t}\right) \frac{1}{t \text{Si}(tN_1)} \quad (x \leq H_*)$$

$$c_j = \frac{xN_2}{\Pi_0} P_{j0} \exp\left(-\frac{r^2}{4v\Pi_0^{1/2}t}\right) \frac{1}{t \text{Si}(tN_2)} \quad (x > H_*, t \geq t_0)$$

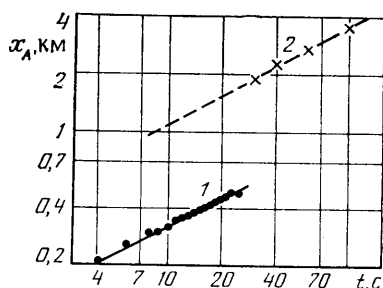
Вспользуемся условием сохранения интеграла вещества в (2.1) при движении в стратифицированной атмосфере и проинтегрируем c_j в (4.3) по ζ от 0 до ∞ , а по x от 0 до H_* и от H_* до $x_A(t)$, где $x_A(t)$ — неизвестная функция времени для закона подъема верхней кромки термика. Тогда для нижней оценки $x_A(t)$ при $x_A \geq H_*$ получим

$$x_{A \min} = \left(\frac{\Pi_0}{v^2 N_2^2} \right)^{1/4} \left\{ \left[1 - \frac{\text{Si}(t_0 N_1)}{\text{Si}(t N_1)} \right] \text{Si}(t N_2) + \frac{N_2}{N_1} \text{Si}(t_0 N_1) \right\}^{1/2} \quad (4.4)$$

Так как в действительности перестройка параметров течения после прохождения облаком уровня скачкообразного изменения коэффициента Вейселя — Брента происходит не мгновенно, а растянута по времени, то реальное положение кромки при $x_A > H_*$ будет выше $x_{A \min}$ (но ниже



Фиг. 5



Фиг. 6

$x_{A \max}$). На основании (4.2) и (4.4) по известным значениям v , N_1 , N_2 , H_* , Π_0 можно получить нижние оценки для времени подхода кромки облака к уровню тропопаузы τ_0 и времени достижения кромкой первой точки торможения τ_1 , а также высоту этой точки из уравнений

$$x_{A \min}^* = \left[\frac{N_1}{N_2} \left(1 - \frac{h_*^2}{\text{Si}(\tau_1)} \right) \text{Si}(\tau_1 N_2 / N_1) + h_*^2 \right]^{1/2}$$

$$\text{Si}(\tau_0) = h_*^2 = \frac{\text{Si}^2(\tau_1) \sin(\tau_1 N_2 / N_1)}{\text{Si}(\tau_1) \sin(\tau_1 N_2 / N_1) - \text{Si}(\tau_1 N_2 / N_1) \sin \tau_1} \quad (4.5)$$

$$x_{A \min}^* = x_{A \min} (v^2 N_1^2 / \Pi_0)^{1/4}, \quad h_* = H_* (v^2 N_1^2 / \Pi_0)^{1/4}, \quad \tau_1 = t_1 N_1$$

Верхние оценки даются формулами (3.7) и (4.2).

На фиг. 5 представлены расчетные зависимости (кривые 1, 2) оценок максимальной высоты подъема кромки облака приземного ядерного взрыва при его выходе в стратосферу от полной выделившейся энергии для высоких широт ($\varphi = 30-90^\circ$; $H_* = 10$ км; $v N_1 = 3,8 \cdot 10^{-4}$ с $^{-1}$; $\alpha = 0,35$). Там же кривыми 3, 4 изображены результаты расчетов [19, 20], выполненных на основании модели [3], и приведены экспериментальные точки [21].

Относительное количество вещества (по минимальной оценке)

$$M_{\min}^* = P_{j_0}^{-1} \int_{H_*}^{x_{A \min}^*} c_j r dr dx$$

выносимого конвективным облаком в стратосферу за период времени от подхода его верхней кромки к тропопаузе до времени достижения кромкой первой точки торможения $\tau_1 - \tau_0$, оценим на основании выражения

(4.3) для концентрации примеси. Тогда

$$M_{\min}^* = 1 - \frac{\text{Si}(\tau_0)}{\text{Si}(\tau_1)} = 1 - \left(\frac{H_*}{x_{A \min}} \right)^2$$

Аналогичная оценка для максимальной величины выброса дает

$$M_{\max}^* = 1 - \frac{\text{Si}(\tau_0)}{\text{Si}(\pi)} = 1 - \left(\frac{H_*}{x_{A \max}} \right)^2$$

Воспользовавшись приведенными формулами и привлекая данные фиг. 5, для термиком с суммарной энергией $4,18 \cdot 10^{15}$ и $4,18 \cdot 10^{14}$ Дж (приземные ядерные взрывы с энергиями в 1 Мт и 100 кт соответственно) получим, что первое облако выбросит за тропопаузу в северных широтах около 70%, а второе $\approx 10\%$ общего количества продуктов. Аналогичные оценки в случае подъема термиком с теми же энергиями в экваториальных широтах дают $M^* \approx 30\%$ для первого облака и $M^* = 0$ для второго (термик зависит под тропопаузой).

Критические значения энергии ядерных приземных взрывов, обеспечивающие выход облака и выброс продуктов в стратосферу при положениях тропопаузы $H_* = 10$ и 16 км, согласно расчетам, составляют ~ 80 и 500 кт тротилового эквивалента ($3,35 \cdot 10^{14}$ и $2,1 \cdot 10^{15}$ Дж).

5. Термик при вулканических извержениях взрывного типа. Существенную трудность при изучении активных вулканов представляет оценка их энерговыделения. Известно несколько традиционных способов такой оценки: по интенсивности сейсмических волн, по кинетической энергии выбрасываемых вулканических бомб, по работе, идущей на выброс резургентного материала. Все эти методы основаны на изучении вторичных явлений извержения, на долю которых приходится (может быть, за исключением работы на выброс) лишь малая часть общего энерговыделения. Большую его часть составляет тепловая энергия газопеплового облака. Поэтому в последние годы появилась тенденция оценивать энергию вулканических извержений по замеряемым высотам зависания облака или конвективной колонки продуктов при известном поле ветра и стратификации атмосферы [22, 23].

В принципе для извержений взрывного типа такой подход может быть реализован на основании приведенных выше аналитических выражений и экспериментальных данных по зависимости максимальной высоты подъема кромки термика от тепловой нагрузки (или запаса плавучести) как в пределах тропосферы, так и после выхода в стратосферу. Следует отметить невысокую точность подобного подхода, связанную с тем, что энергия термика пропорциональна четвертой степени высоты зависания и квадрату коэффициента Вейселя — Брента. Небольшие ошибки в измерении x_A и N в такой ситуации могут приводить к существенным искажениям результатов.

Воспользовавшись изложенной выше моделью термика и ее согласованием с результатами экспериментов, можно предложить несколько иной подход к оценке энергии вулканических извержений взрывного типа, частично лишенный отмеченных недостатков. Речь идет о наблюдении за динамикой подъема кромки облака продуктов на некотором отрезке автомоделного участка движения.

Согласно обработке экспериментальных данных по подъему облаков ядерных взрывов, верхняя видимая граница термика движется по закону

$$x_A + x_0 \approx 4,35 \Pi_0^{1/4} t^{1/2}$$

где x_0 — положение виртуального источника. Если имеется экспериментально найденная зависимость $x_A(t)$ из наблюдений за облаком извержения, то, построив ее в логарифмических координатах и убедившись в справедливости закона $x_A \sim t^{1/2}$ (только в этом случае тип извержения можно отнести к взрывному), по двум моментам времени t_1, t_2 и соответствующим высотам подъема кромки облака x_1, x_2 можно найти интеграл плавучести и тепловую энергию вулканического извержения

$$\Pi_0 \approx 2,8 \cdot 10^3 \left(\frac{x_2 - x_1}{t_2^{1/2} - t_1^{1/2}} \right)^4, \quad \text{м}^4/\text{с}^2, \quad Q_T = 2\pi \rho_A c_p \Pi_0 (g\beta)^{-1} \quad (5.1)$$

На фиг. 6 кривой 1 представлена зависимость от времени высоты подъема верхней кромки облака продуктов извержения слабого вулкана Карымский, произошедшего 09.VI 1970 г. в 0 ч 49 мин [24]. Видно, что примерно через 6 с после начала извержения движение облака выходит на автомодельный режим, соответствующий мгновенному выделению энергии. Воспользовавшись (5.1), получим $\Pi_0 \approx 2,2 \cdot 10^3$, $\text{м}^4/\text{с}^2$; $Q_T \approx \approx 5 \cdot 10^{10}$ Дж.

Прямая 2 на фиг. 6 аппроксимирует экспериментальные наблюдения за динамикой подъема турбулентного газопеплового облака взрыва более мощного вулкана Асама в Японии, имевшего место 14.VIII 1947 г. [25]. Оценка интеграла плавучести и энерговыведения вулканического извержения по (5.1) дает $\Pi_0 \approx 4,4 \cdot 10^7$, $\text{м}^4/\text{с}^2$; $Q_T \approx 10^{13}$ Дж. Найденное значение совпадает с оценками [25], выполненными на основании обработки сейсмограмм.

На автомодельном участке движения динамика подъема облака не зависит от стратификации атмосферы и слабо подвержена влиянию ветра. Поэтому предложенный способ оценки тепловой энергии вулканических взрывных извержений обладает большей точностью, чем основанный на измерении высоты зависания облака продуктов.

В заключение отметим, что развитая приближенная модель аэродинамики турбулентного термика правильно описывает зависимости характерных параметров облака ядерного взрыва или вулканического взрывного извержения от времени, энерговыведения и стратификации атмосферы, но упускает некоторые детали внутренней структуры течения. Для получения более полной картины движения в термике необходим численный анализ полной системы уравнений (4.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. Предельные законы свободновосходящих конвективных потоков — ЖЭТФ, 1937, т. 7, вып. 12, с. 1463—1465.
2. Гостинцев Ю. А., Суханов Л. А., Солодовник А. Ф. Предельные законы нестационарных свободновосходящих турбулентных конвективных движений в атмосфере.— Докл. АН СССР, 1980, т. 252, № 2, с. 311—314.
3. Morton B. R., Taylor G. I., Turner J. S. Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources.— Proc. Roy. Soc. A, 1956, v. 234, № 1196, p. 1—23.
4. Wang C. P. Motion of turbulent buoyant thermal in a calm stably stratified atmosphere.— Phys. Fluids, 1973, v. 16, № 6, p. 744—749.
5. Гришин А. М., Алексеев Н. А., Брабандер О. П., Зальмеж В. Ф. Распространение в приземном слое атмосферы термиков, возникающих при лесных пожарах.— В сб.: Теплофизика лесных пожаров. Новосибирск, 1984, с. 76—85.
6. Morton B. R. Weak thermal vortex rings.— J. Fluid Mech., 1960, v. 9, № 1, p. 107—118.
7. Мальбахов В. М. К теории термиков в неподвижной атмосфере.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1972, т. 8, № 7, с. 683—694.
8. Гостинцев Ю. А., Суханов Л. А. Турбулентный концентрационно-тепловой термик при большой вязкости в нестратифицированной среде.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 6, с. 153—163.
9. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В. К теории аэродинамики, самовоспламенения и выгорания турбулентных термиков, вихревых колец и струй в свободной атмосфере.— Хим. физика, 1982, № 9, с. 1279—1290.
10. Гостинцев Ю. А. Турбулентный тепломассообмен всплывающего облака продуктов горения с окружающей атмосферой.— В сб.: Тепло- и массообмен в химически реагирующих системах. Минск, 1983, с. 3—11.
11. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В., Шацких Ю. В. Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере. Препринт. М.: Ин-т хим. физики АН СССР, 1985. 46 с.
12. Gossard E. E., Hook W. H. Waves in atmosphere. Amsterdam: Elsevier Sci. Publ. Co., 1975. 456 p.
13. Луговцов Б. А. О движении турбулентного вихревого кольца и переносе им пассивной примеси.— В кн.: Некоторые проблемы математики и механики. Н.: Наука, 1970, с. 182—189.
14. Гроот С. Н., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. 456 с.
15. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва.— ПМТФ, 1967, № 2, с. 3—15.

16. *Glasstone G., Dolan J.* The effects of nuclear weapons. US Dept. Defense, 1977, 653 p.
17. *Келлог У., Рэнн Р., Гринфильд С.* Ближнее выпадение продуктов атомного взрыва.— В сб.: Метеорология и атомная энергия. М.: Изд-во иностр. лит., 1959, с. 243–255.
18. *Turko R. P., Toon O. B., Ackerman T. P., Pollack J. B., Sagan C.* Nuclear winter: global consequences of multiple nuclear explosions.— *Science*, 1983, v. 222, № 4630, p. 1283–1292.
19. *Bauer E. A.* Catalog of perturbing influences on stratospheric ozone. 1955–1975.— *J. Geophys. Res.*, 1979, v. C 84, № 11, p. 6929–6940.
20. *Machta L.* Entrainment and the maximum height of an atomic cloud.— *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 1950, v. 31, № 6, p. 215–216.
21. *Telegadas K.* Estimation of maximum credible atmospheric radioactivity concentrations and dose rates from nuclear tests.— *Atmosph. Environment*, 1979, v. 13, p. 327–334.
22. *Wilson L., Sparks R. S., Haung T. S., Watkins N. D.* The control of volcanic column heights by eruption energetics and dynamics.— *J. Geophys. Res.*, 1978, v. B 83, № 4, p. 1829–1836.
23. *Федотов С. А.* Оценки выноса тепла и пирокластики вулканическими извержениями и фумаролами по высоте их струй и облаков.— *Вулканология и сейсмология*, 1982, № 4, с. 3–27.
24. *Фирстов П. П., Токарев П. И., Лемзиков В. К.* Киносъемка выбросов и схема эксплозивного процесса вулкана Карымского.— *Бюл. вулканол. станций*, 1978, № 55, с. 151–157.
25. *Minakami T.* On explosive activities of andesic volcanous and their forerunning phenomena.— *Bull. Volcanol. Ser. II*, 1950, v. 10, p. 59–85.

Москва

Поступила в редакцию
5.V.1985