

УДК 532.529

ВЛИЯНИЕ МЕЛКОДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ НА СТРУКТУРУ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

ОСИПЦОВ А. Н., ШАПИРО Е. Г.

Для изучения взаимодействия газопылевых потоков с твердыми поверхностями в различных диапазонах определяющих параметров требуются различные по специфике математические модели и экспериментальные исследования [1–5]. К настоящему времени проведено большое количество расчетов обтекания тел сверхзвуковыми двухфазными потоками в пренебрежении пограничным слоем (см., например, [2, 6]). Двухфазный вязкий ударный слой исследовался в [7]. В [8] в рамках модели запыленного газа [9] с несжимаемой несущей фазой показано, что вид уравнений двухфазного пограничного слоя на затупленном теле различен для режимов наличия и отсутствия инерционного осаждения частиц. Там же обнаружен эффект резкого увеличения тепловых потоков в критическую точку обтекаемого тела при отсутствии инерционного осаждения частиц даже при малой массовой концентрации примеси в набегающем потоке.

Ниже исследуется аналогичный эффект при обтекании затупленного тела запыленным газом с большой сверхзвуковой скоростью. Влияние частиц на движение несущей фазы учитывается лишь в пограничном слое вследствие резкого увеличения концентрации частиц вблизи стенки. Для описания движения газа в ударном слое используется решение «с постоянной плотностью» [10]. Из численного расчета определены границы диапазона определяющих параметров, в котором отсутствует инерционное осаждение частиц. Для этого случая методом сращиваемых асимптотических разложений выведены уравнения двухфазного пограничного слоя на торце. В широком диапазоне параметров проведено численное решение уравнений пограничного слоя в окрестности критической точки. Показано, что даже в случае малой массовой концентрации частиц в набегающем потоке (2–5%) может произойти существенное (до 100%) увеличение теплового потока в критическую точку обтекаемого тела.

1. Постановка задачи. Для описания движения газозвеси примем обычные предположения двухконтинуальной модели запыленного газа [9]: частицы — сферы одинакового радиуса σ , массы m , их объемной концентрацией и броуновским движением можно пренебречь.

Рассмотрим стационарное обтекание плоского или осесимметричного затупленного тела гиперзвуковым потоком запыленного газа в системе координат, связанной с поверхностью тела, ось x направлена по образующей, y — по нормали к телу. Несущий газ — совершенный, вязкий и теплопроводный. Отметим индексом s параметры среды частиц, ∞ — параметры на бесконечности, звездочкой — размерные величины, где их необходимо отличать от соответствующих безразмерных величин, индекс s относится к параметрам торможения. Введем безразмерные переменные

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_{\infty}^*}, \quad \rho_s = \frac{\rho_s^*}{\rho_{s\infty}^*}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_c^*}$$

$$p = \frac{p^*}{\rho_{\infty}^* v_{\infty}^{*2}}, \quad T = \frac{T^* 2c_p}{v_{\infty}^{*2}}, \quad T_s = \frac{T_s^* 2c_p}{v_{\infty}^{*2}}$$

Здесь L — характерный размер обтекаемого тела, c_p — теплоемкость

газа при постоянном давлении, температуры отнесены к температуре торможения газа при гиперзвуковой скорости. Компоненты скоростей фаз отнесем к v_{∞}^* . В безразмерной форме уравнения движения запыленного газа [9] примут вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \rho \mathbf{V} &= 0, \quad \operatorname{div} \rho_s \mathbf{V}_s = 0 \\ \rho (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} + \nabla p + \alpha \beta \mu G \rho_s (\mathbf{V} - \mathbf{V}_s) &= \frac{\varepsilon}{\kappa} \left[-\nabla \left(\frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \mathbf{V} \right) + 2 \operatorname{Div} \mu \dot{\mathbf{S}} \right] \\ (\mathbf{V}_s \nabla) \mathbf{V}_s &= \beta \mu G (\mathbf{V} - \mathbf{V}_s), \quad (\mathbf{V}_s \nabla) T_s = \frac{2}{3} \frac{c_p}{\operatorname{Pr}} \frac{c_p}{c_s} \beta \mu D (T - T_s) \\ \rho (\mathbf{V} \nabla) T &= 2 (\mathbf{V} \nabla) p + \frac{2\varepsilon}{\kappa} \left[2\mu \dot{\mathbf{S}}^2 - \frac{2}{3} \mu (\operatorname{div} \mathbf{V})^2 \right] + \\ + \frac{\varepsilon}{\operatorname{Pr} \kappa} \operatorname{div} (\mu \nabla T) + 2\alpha \beta \mu G \rho_s |\mathbf{V} - \mathbf{V}_s|^2 + \frac{2}{3} \frac{\alpha \beta \mu}{\operatorname{Pr}} \rho_s D (T_s - T) \\ p &= \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \rho T, \quad \mu = T^\omega, \quad \kappa = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad \operatorname{Pr} = \frac{c_p \mu^*}{\lambda^*} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\rho_{s\infty}^*}{\rho_{\infty}^*}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\operatorname{Re}} = \frac{\mu_c^*}{v_{\infty}^* \rho_c^* L}, \quad \beta = \frac{6\pi \sigma \mu_c^* L}{m v_{\infty}^*}, \quad \rho_c^* = \frac{\rho_{\infty}^*}{\kappa} \\ G &= \left(1 + \frac{1}{6} \operatorname{Re}_s^{\gamma_s} \right) \left[1 + \exp \left(-\frac{0,427}{M_s^{4,63}} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь γ — показатель адиабаты, $1/\kappa$ — сжатие газа при гиперзвуковой скорости, c_s — теплоемкость вещества частиц, $\dot{\mathbf{S}}$ — тензор скоростей деформаций [11], G и D — функции, учитывающие конечность чисел Рейнольдса Re_s и Маха M_s обтекания частицы в законах межфазного трения и теплообмена, остальные обозначения общепринятые. Использована ашпроксимационная зависимость G из работы [12].

Вдали от обтекаемого тела поток предполагается однородным по скоростям фаз и плотности частиц. На поверхности тела ставится условие прилипания несущей фазы и задается температура стенки T_w .

Будем предполагать, что числа Рейнольдса обтекания тела велики ($\varepsilon \ll 1$), а массовая концентрация частиц в набегающем потоке мала ($\alpha \ll 1$). Используем также условие того, что скорость набегающего потока гиперзвуковая ($M_{\infty}^2 \gg 1$). Эти предположения позволяют существенно упростить постановку задачи (1.1). Во «внешнем» (вне пограничного слоя) течения при $\alpha \rightarrow 0$ исчезает влияние частиц на движение газа, и для его описания вблизи оси симметрии можно использовать известное решение [10], полученное на основе гиперзвукового приближения. Уравнения движения среды частиц можно в этом случае в лагранжевых переменных свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений на фиксированной траектории частиц.

2. Решение внешней задачи вблизи оси симметрии. Определение границ диапазона отсутствия инерционного осаждения частиц. В окрестности оси симметрии в гиперзвуковом приближении плотность газа ρ в ударном слое можно считать постоянной и равной предельному значению $1/\kappa$. Приближенные выражения для скорости газа на оси симметрии имеют вид [10]

$$\begin{aligned} v &= -\kappa f_0(\xi), \quad \xi = y/\delta \\ j=0: f_0 &= e \operatorname{sh} [\lambda (1 - e^2)^{1/2} \xi], \quad \lambda = \ln (1/e + \sqrt{1 + e^2}) \\ j=1: f_0 &= \frac{2e}{1+e} \xi + \frac{1-e}{1+e} \xi^2, \quad \lambda = \frac{1}{1+e} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$e = \sqrt{2b\kappa}, \quad b = \frac{3+j}{2+j}, \quad \delta = \kappa\lambda$$

Здесь $j=0$ в плоском случае и $j=1$ — в осесимметричном.

В качестве линейного масштаба L при обезразмеривании в данном случае взят радиус кривизны тела в критической точке, δ — безразмерный отход ударной волны на оси симметрии.

Для интегрирования уравнений движения частиц введем лагранжевы [11] координаты t, x_0 , где x_0 — координата начала траектории частиц в ударном слое при $y=\delta$; t — безразмерное время движения частиц вдоль траектории. Тогда уравнения движения и неразрывности среды частиц из (1.4) на оси симметрии примут вид

$$\frac{dy}{dt} = v_s, \quad \frac{dv_s}{dt} = \beta\mu G(v-v_s) \quad (2.2)$$

$$(1+\delta)^{1+j+\rho_s} \left[(1+y) \frac{\partial x(x_0, t)}{\partial x_0} \right]^{1+j} v_s = 0$$

Входящие в выражение для G (1.2) числа Рейнольдса и Маха обтекания частицы можно в рассматриваемом случае представить в виде

$$Re_s = Re_{s1} \frac{|v-v_s|}{\mu}, \quad M_s = \frac{|v-v_s|}{\gamma\mu\kappa}, \quad Re_{s1} = \rho_c^* v_{\infty}^* \frac{2\sigma}{\mu_c^*} \quad (2.3)$$

Вязкость, используя интеграл Бернулли, можно представить в виде $\mu = [1 - (\kappa f_0)^2]^\omega$. Давление определено из уравнения состояния.

Для нахождения плотности среды частиц из (2.2) необходимо определить $w_1 = \partial x(x_0, t) / \partial x_0$ на оси симметрии. Уравнения движения частиц в проекции на ось x имеют вид

$$\frac{\partial x(x_0, t)}{\partial t} = u_s, \quad \frac{\partial u_s(x_0, t)}{\partial t} = \beta\mu G(u-u_s)$$

Продифференцируем эти уравнения по x_0 и введем обозначение $w_2 = \partial u_s(x_0, t) / \partial x_0$. На оси симметрии имеем

$$\frac{dw_1}{dt} = w_2, \quad \frac{dw_2}{dt} = -\beta\mu G \left[\left(v + \frac{1+y}{1+j} \frac{\partial v}{\partial y} \right) w_1 - w_2 \right] \quad (2.4)$$

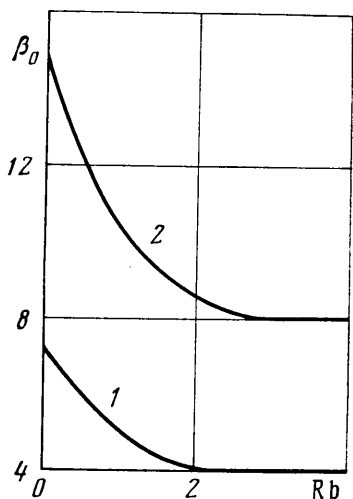
При выводе (2.4) использовано, что на оси симметрии $\partial G / \partial x_0 = \partial u / \partial y = 0$, а $\partial u / \partial x$ выражено из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial x} [u(x+xy)^j] + \frac{\partial}{\partial y} [vx^j(1+y)^{1+j}] = 0$$

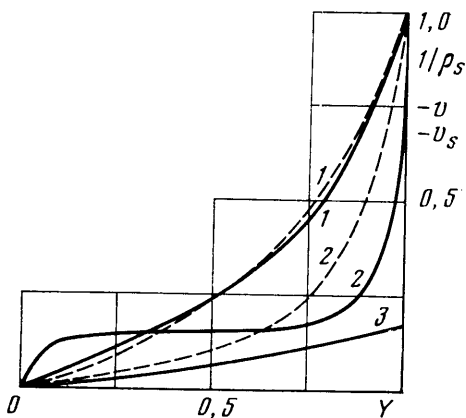
Начальные условия для системы (2.2)–(2.4) получаем из условия сохранения параметров среды частиц на ударной волне

$$t=0: \quad y=\delta, \quad v_s=-1, \quad w_1=1, \quad w_2=0 \quad (2.5)$$

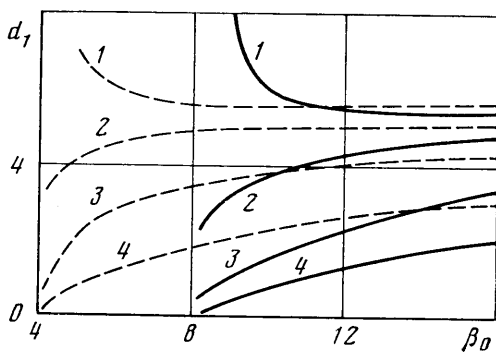
Решение задачи (2.2)–(2.5) с выражениями для скорости несущей фазы (2.1) позволяет определить распределение скорости и плотности частиц на оси симметрии в гиперзвуковом ударном слое. Если принять $\gamma=1,4$; $\omega=0,5$, то определяющих параметров в данной задаче будет два: β и Re_{s1} . Определим диапазон этих параметров, в котором отсутствует инерционное осаждение частиц на тело, т. е. $v_s=0$ в критической точке. Заметим, что в окрестности критической точки поле скоростей несущей фазы линейно: $u=u_1x$, $v=-2^j u_1 y$, причем $u_1=0,5$ в плоском случае и $u_1=2^{j/3}$ — в осесимметричном [10]. Если осаждение частиц отсутствует, то



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

из уравнений движения следует, что локально-линейным будет распределение скоростей частиц

$$\begin{aligned} u_s &= u_{s1}x, & v_s &= v_{s1}y \\ u_{s1} &= -1/2\beta + \sqrt{1/4\beta^2 + u_1\beta}, & v_{s1} &= -1/2\beta + \sqrt{1/4\beta^2 - 2'u_1\beta} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Концентрация частиц при отсутствии осаждения [13] неограниченно возрастает вблизи критической точки, причем

$$\rho_s \sim \frac{d_1}{y^v}, \quad v = 1 + 2^j \frac{u_{s1}}{v_{s1}} \quad (2.7)$$

Коэффициенты u_{s1} , v_{s1} и порядок особенности плотности частиц v являются функциями только β и u_1 и не зависят от Re_{s1} и начальных условий (2.4), а константа d_1 — интегральная характеристика задачи.

Система (2.2) и (2.4) решалась численно. Из результатов численных расчетов были определены границы диапазона отсутствия инерционного осаждения и величина d_1 как функция определяющих параметров, причем в качестве определяющих параметров оказалось удобным использовать $\beta_0 = \beta/u_1$, и $Rb = Re_{s1}^{3/2}/6$. На фиг. 1 приведены значения d_1 как функции β_0 для плоского (штриховые линии) и осесимметричного (сплошные) течений, цифрами 1–4 отмечены кривые для $Rb=2, 3, 10, 50$ соответственно. При $\beta_0 \rightarrow \infty$ коэффициент d_1 стремится к предельному значению $1/\chi$ и перестает зависеть от Rb . На фиг. 3 приведено распределение плотности — сплошные линии и скорости частиц — штриховые линии для $j=0$, $\beta_0=5$, $Rb=2,25$ (кривые 1, 2), цифрой 3 отмечен профиль скорости несущей фазы. При увеличении числа Рейнольдса частиц их релаксация к скорости несущей фазы происходит

Таблица 1

$H, \text{ км}$	$\varepsilon_1 \cdot 10^8$	$\delta_e \cdot 10^4 \text{ м}$	$H, \text{ км}$	$\varepsilon_1 \cdot 10^8$	$\delta_e \cdot 10^4 \text{ м}$	$H, \text{ км}$	$\varepsilon_1 \cdot 10^8$	$\delta_e \cdot 10^4 \text{ м}$
2	2,3	1,5	10	5,25	2,3	20	24	4,9

Таблица 2

$\sigma \cdot 10^6 \text{ м}$	$H=2 \text{ км}$			$H=10 \text{ км}$			$H=20 \text{ км}$		
	β_0		Rb	β_0		Rb	β_0		Rb
	$j=0$	$j=1$		$j=0$	$j=1$		$j=0$	$j=1$	
1	78	59	10,8	74	55	6,2	73	55	2,25
2	19,5	15	17,1	18,5	14	9,9	18,2	14	3,6
3	8,8	—	22,4	8,2	—	13	8,1	—	4,7
4	4,9	—	27,1	4,6	—	15,7	4,6	—	5,7

быстрее и профиль скорости частиц приобретает пограничный характер вблизи волны. Из результатов численных расчетов следует также, что с увеличением β_0 (уменьшением инерционности частиц) скорость частиц стремится к скорости несущей фазы, а плотность к предельному значению, равному $1/\kappa$ всюду, кроме критической точки ($Y=y/\delta$).

В табл. 1, 2 приведены некоторые характерные значения определяющих параметров для движения тела размера $L=1 \text{ м}$ в запыленной атмосфере Земли. Плотность вещества частиц ρ_s^{*} полагалась равной $2,65 \text{ г/см}^3$. Параметры стандартной атмосферы брались из [14], $\varepsilon_1 = \varepsilon/\kappa$, $\delta_e = L\sqrt{\varepsilon_1}$ — характерная толщина пограничного слоя в критической точке. При расчете величин, входящих в таблицы, использовалось условие $M_\infty^2 \gg 1$, т. е. отношение плотности газа за фронтом ударной волны и плотности газа в набегающем потоке считалось равным предельному сжатию, температура в критической точке считалась равной $v_\infty^{*2}/2c_p$, показатель степени в формуле Саттерленда $\omega=0,5$. В этом случае число $Re = v_\infty^{*2} L \rho_c^{*} / \mu_c^{*}$ выражается через число Рейнольдса, подсчитанное по скорости звука набегающего потока a_∞^{*}

$$Re = \frac{a_\infty^{*} L \rho_\infty}{\mu_\infty^{*}} \frac{\mu_c^{*}}{\mu_s^{*}} \frac{\rho_c^{*}}{\rho_\infty^{*}} \frac{v_\infty^{*}}{a_\infty^{*}} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} Re_a \quad (2.8)$$

$$Re_{s1} = Re \frac{2\sigma}{L}, \quad \beta = \frac{4,5}{Re \kappa} \frac{\rho_\infty^{*}}{\rho_s^{*}} \left(\frac{L}{\sigma} \right)^2$$

Таким образом, определяющие параметры задачи на высоте полета H можно выразить через параметры стандартной атмосферы [14] и размер частиц (см. табл. 1, 2).

Толщина пограничного слоя на два порядка превосходит размер частиц, начиная с которого не происходит инерционного осаждения.

3. Вывод уравнений пограничного слоя и их решение в окрестности критической точки. Неограниченный рост концентрации частиц вблизи стенки во внешнем решении при отсутствии инерционного осаждения позволяет предположить, что в пограничном слое влияние частиц на движение несущей фазы может оказаться существенным. Для выяснения этого вопроса методом сращиваемых разложений построим уравнения двухфазного сжимаемого пограничного слоя, ограничившись для простоты выкладок случаем плоского или осесимметричного торца. Введем систему координат xu (декартову или цилиндрическую) с началом в критической точке, ось u направим по нормали к поверхности.

Пусть из решения внешней задачи ($\varepsilon \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$; x, u фиксированы) найдено распределение параметров фаз на теле (обозначаем индексом e)

$$v_e(x) = v_{se}(x) = 0$$

$$\rho_e(x), p_e(x), u_e(x), u_{se}(x), T_e(x), T_{se}(x) \sim O(1)$$

При малых y имеем $\rho_{se}(x) \sim d(x)/y^\nu$, $d(x) \sim O(1)$. Введем в погранслое координату $\eta = y/\sqrt{\varepsilon_1}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon/\kappa$. Параметры фаз представим в виде обычных для пограничного слоя разложений по ε_1 , плотность частиц представим в виде

$$\rho_s = \frac{d(x)}{\varepsilon_1^{0,5\nu}} \rho_{s0} + \dots \quad (3.1)$$

Индекс 0 относится к старшим по ε_1 членам разложения.

Порядки величин в (3.1), как всегда в методе сращиваемых разложений, выбраны из условий непротиворечивости и сращивания с внешним решением. Подставляя эти разложения в (1.1) оставляя главные члены, получим уравнения пограничного слоя

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_0 u_0 x^j}{\partial x} + \frac{\partial \rho_0 v_0 x^j}{\partial \eta} &= 0, & \frac{\partial \rho_{s0} u_{s0} x^j}{\partial x} + \frac{\partial \rho_{s0} v_{s0} x^j}{\partial \eta} &= 0 \\ \rho_0 \left(u_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial T_0}{\partial \eta} \right) + \frac{dp_e}{dx} + \frac{\alpha \beta}{\varepsilon_1^{\nu/2}} d\mu_0 G_0 \rho_{s0} (u_0 - u_{s0}) &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_0 \frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right) \\ u_{s0} \frac{\partial u_{s0}}{\partial x} + v_{s0} \frac{\partial u_{s0}}{\partial \eta} &= \beta \mu_0 G_0 (u_0 - u_{s0}), & \frac{\partial p_0}{\partial \eta} &= 0 \\ u_{s0} \frac{\partial v_{s0}}{\partial x} + v_{s0} \frac{\partial v_{s0}}{\partial \eta} &= \beta \mu_0 G_0 (v_0 - v_{s0}), & p_e &= \frac{\gamma-1}{2\gamma} \rho_0 T_0 \\ u_{s0} \frac{\partial T_{s0}}{\partial x} + v_{s0} \frac{\partial T_{s0}}{\partial \eta} &= \frac{2}{3} \frac{c_p}{c_s} \frac{\beta}{\text{Pr}} \mu_0 D_0 (T_0 - T_{s0}), & \mu_0 &= T_0^\omega \\ \rho_0 \left(u_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial T_0}{\partial \eta} \right) &= 2u_0 \frac{dp_e}{dx} + 2\mu_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_0 \frac{\partial T_0}{\partial \eta} \right) + \\ &+ 2 \frac{\alpha \beta}{\varepsilon_1^{\nu/2}} d\mu_0 \left[(u_0 - u_{s0})^2 + \frac{T_{s0} - T_0}{3 \text{Pr}} \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь G_0 и D_0 — функции от чисел Маха и Рейнольдса обтекания частицы, посчитанных по скорости $|u_{s0}^* - u_0^*|$.

Граничные условия и условия сращивания имеют вид

$$\begin{aligned} \eta \rightarrow 0: & u_0 = v_0 = 0, \quad T_0 = T_w \\ \eta \rightarrow \infty: & u_0 \rightarrow u_e, \quad u_{s0} \rightarrow u_{se}, \quad \eta^\nu \rho_{s0} \rightarrow 1, \quad \rho_0 \rightarrow \rho_e \\ & T_0 \rightarrow T_e, \quad T_{s0} \rightarrow T_{se}, \quad \left. \frac{\partial v_{s0}}{\partial \eta} \rightarrow \frac{\partial v_{se}}{\partial y} \right|_{y=0} \end{aligned}$$

Из уравнений (3.2) видно, что влияние частиц на движение несущей фазы будет существенным, если между параметрами α и ε_1 имеется связь $\varepsilon_1^{\nu/2} \sim \alpha$.

В окрестности критической точки внешнее решение имеет вид (2.6), (2.7) и $T_e = T_{se} = 1 + \dots$

Решение уравнений пограничного слоя при малых x будем искать в виде

$$\begin{aligned} u_0(x, \eta) &= u_1 x^j(z) + \dots, & v_0(x, \eta) &= -u_1 \eta g(z) + \dots \\ u_{s0}(x, \eta) &= u_{s1} x^j(z) + \dots, & v_{s0}(x, \eta) &= v_{s1} \eta g_s(z) + \dots \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$T_0(x, \eta) = \theta(z) + \dots, \quad T_{s0}(x, \eta) = \theta_s(z) + \dots$$

$$\rho_0(x, \eta) = \psi(z)/g(z) + \dots, \quad \rho_{s0}(x, \eta) = \psi_s(z)/(\eta^\nu g_s) + \dots, \quad z = \eta \sqrt{u_1}$$

Подставив разложения (3.3) в уравнения пограничного слоя, получим

краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \theta^\omega \frac{d^2 f}{dz^2} + \omega \theta^{\omega-1} \frac{df}{dz} \frac{d\theta}{dz} - \frac{\psi f^2}{g} + z\psi \frac{df}{dz} + \frac{1}{\kappa} - K\beta_0 \theta^\omega (f - af_s) \frac{\psi_s}{z^\nu g_s} &= 0 \\ \frac{d\psi}{dz} = \frac{2^j f \psi}{gz} - \frac{\psi}{z}, \quad \frac{d\psi_s}{dz} = \frac{2^j af_s \psi_s}{czg_s} + \frac{(\nu-1)\psi_s}{z} \\ \frac{\theta^\omega}{Pr} \frac{d^2 \theta}{dz^2} + \omega \theta^{\omega-1} \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 + \frac{2K\beta_0}{3Pr} \psi_s \theta^\omega \frac{\theta_s - \theta}{g_s z^\nu} + z\psi \frac{d\theta}{dz} &= 0 \\ \frac{df_s}{dz} = \frac{(af_s)^2 - \beta_0 \theta^\omega (f - af_s)}{aczg_s}, \quad \frac{dg_s}{dz} = \frac{\beta_0 \theta^\omega (cg_s - g) - (cg_s)^2}{c^2 z g_s} \\ \frac{d\theta_s}{dz} = -\frac{2}{3} \frac{c_p}{c_s} \frac{\beta_0 \theta^\omega}{Pr} \frac{\theta - \theta_s}{czg_s}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\frac{\gamma+1}{\gamma-1} = \frac{\theta\psi}{g}, \quad K = \frac{\alpha d_1 u_1^{\nu/2}}{\varepsilon_1^{\nu/2}}, \quad a = \frac{u_{s1}}{u_1}, \quad c = -\frac{v_{s1}}{u_1}$$

$$z=0: f=\psi=0, \quad \theta=\theta_w; \quad z=\infty: f=f_s=g_s=\psi_s=\theta=\theta_s=1 \quad (3.5)$$

Для решения задачи (3.4)–(3.5) была произведена замена переменного $z_1 = 2 \operatorname{arctg} 0,5\pi z/\pi$, переводящая область интегрирования $z \in [0, \infty[$ в единичный отрезок $z_1 \in [0, 1]$. Такая замена при интегрировании с постоянным шагом Δz_1 дает большое число точек разбиения в области сильного изменения искомых функций и малое число точек там, где функции меняются слабо. При помощи разложения решения по степеням $1/z^\nu$ граничное условие на бесконечности ($z_1=1$) сползло в точку $z_1=1-\Delta z_1$. Для решения системы (3.4) строился итерационный процесс, состоящий из двух этапов. На первом этапе решалась подсистема уравнений (3.4), описывающая движение несущей фазы при известных с предыдущей итерации параметрах частиц. На втором этапе по известному полю скорости и температуры газа строилось поле скоростей и температур частиц и находилась функция ψ_s , т. е. решалась задача Коши для подсистемы уравнений (3.4), описывающей движение частиц. Найденные функции использовались для вычисления членов, описывающих межфазное взаимодействие в уравнениях движения несущей фазы. Уравнения движения и энергии несущей фазы в свою очередь решались при помощи итераций методом прогонки.

Процесс продолжался до достижения сходимости по полю газодинамических параметров, а затем начинался второй этап — нахождение параметров частиц. При всех расчетах в качестве нулевой итерации бралось поле скоростей и температур чистого газа. Шаг интегрирования в большинстве вариантов был равным $\Delta z_1=0,002$; $Pr=0,7$; $\omega=0,5$.

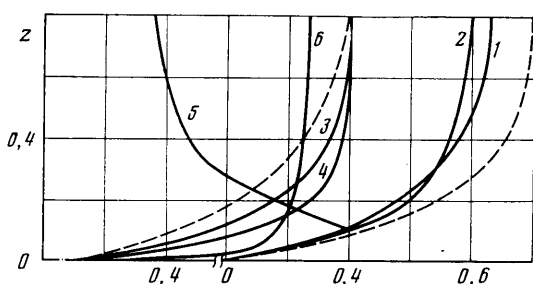
На фиг. 4 приведены профили скорости газа и частиц f_s, af_s (кривые 1, 2), температуры газа и частиц θ, θ_s (кривые 3, 4), плотности частиц и функции ψ_s (кривые 5, 6) для следующих значений определяющих параметров: $j=1$; $\beta_0=8,1$; $K=3,5$; $c_s/c_p=2$; $\theta_w=0,14$ (для кривой 5 на фиг. 4 ось z растянута в 10 раз). Штриховыми линиями обозначены распределения параметров чистого газа. При уменьшении инерционности частиц (увеличении β_0) уменьшается и их влияние на параметры несущей фазы. Из асимптотического анализа поведения ρ_{s0} при малых z следует, что ρ_{s0} стремится к конечному значению на стенке. Таким образом, учет пограничного слоя приводит к исчезновению особенности концентрации частиц, возникающей во внешнем решении.

Величина K , пропорциональная массовой концентрации частиц в набегающем потоке, характеризует влияние частиц на параметры газа и толщину динамического пограничного слоя. С ростом K увеличивается тепловой поток в критическую точку. Удобно ввести отношение коэффициента теплообмена Nu несущей фазы [8] к значению этого коэффициента в чистом газе Nu_0 . На фиг. 5 приведены зависимости Nu/Nu_0 от K в критической точке для $j=1$. Кривые 1–3 соответствуют значениям $\beta_0=8,1$; $c_p/c_s=0,25$; 0,5; 1. Кривые 4, 5 — $\beta_0=16$ и $c_p/c_s=0,25$; 1. Коэффициент

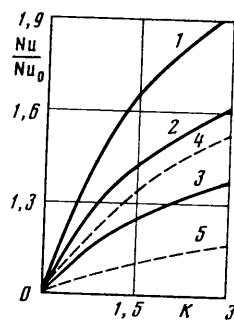
трения несущей фазы очень слабо зависит от K , β_0 и отношения теплоемкостей.

Определяющим параметром является также температура стенки θ_w . Расчеты показали, что при изменении температуры стенки в диапазоне $0,14 \leq \theta_w \leq 0,99$ отличие от представленных на фиг. 5 распределений относительного коэффициента теплообмена не превосходит 5%. Качественная картина распределения параметров фаз в плоском и осесимметричном случаях одинакова.

При значениях $K = \alpha d_1 u_1^{1/2} / \varepsilon_1^{1/2} > 1$ наличие частиц приводит к увеличению теплового потока в 1,5–2 раза. Используя таблицы из второго раздела и зависимость d_1 от Rb и β_0 (фиг. 2), получим, что $K > 1$ при $\alpha \geq 0,03$.



Фиг. 4



Фиг. 5

Таким образом, даже при массовой концентрации частиц в набегающем потоке $\alpha \sim 3-5\%$ тепловой поток в критическую точку затупленного тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком запыленного газа, может возрасти в 1,5–2 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейдерман, Льюис, Байрон. Воздействие двухфазного потока, истекающего из сопла РДТТ, на обтекаемую поверхность. — Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 10, с. 114–124.
2. Васильков А. П. Окрестность критической точки затупленного тела в гиперзвуковом двухфазном потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 121–129.
3. Howe D. T., Taylor E. Stagnation region heat transfer in hypersonic particle environments. — AIAA Journal, 1976, v. 14, № 10, p. 1486–1488.
4. Матвеев С. К. Математическое описание обтекания тел потоком газозвеси с учетом влияния отраженных частиц. — В кн.: Движение сжимаемой жидкости и неоднородных сред. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982, с. 189–201.
5. Васин А. В., Полежаев Ю. В. Унос массы при совместном эрозионном и тепловом воздействии двухфазного потока. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 1, с. 120–126.
6. Головачев Ю. П., Шмидт А. А. Обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком запыленного газа. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 3, с. 73–77.
7. Пейгин С. В. Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в двухфазном потоке. — ПММ, 1984, т. 48, № 2, с. 254–263.
8. Осипцов А. Н. Пограничный слой на затупленном теле в потоке запыленного газа. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 5, с. 99–107.
9. Марбл Ф. Динамика запыленных газов. — В кн.: Механика. Период. сб. перев. иностр. статей, 1971, № 6, с. 48–89.
10. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
12. Carlson D. J., Hoglund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles. — AIAA Journal, 1964, v. 2, № 11, p. 1980–1984.
13. Осипцов А. Н. Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 3, с. 46–52.
14. Атмосфера стандартная. ГОСТ 4401–81. М. Гос. ком. СССР по стандартам, 1981. 179 с.

Москва

Поступила в редакцию
1.X.1985