

УДК: 532.526.5.013.4

ВЛИЯНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОГО ПРОФИЛЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

КАЗАКОВ А. В., КУРЯЧИЙ А. П.

Исследования устойчивости дозвукового ламинарного пограничного слоя показали, что при прочих равных условиях устойчивость ламинарного течения значительно повышается при охлаждении всей поверхности тела до постоянной температуры $T_w = \text{const}$ меньшей, чем температура набегающего потока [1–3]. Это происходит благодаря увеличению критического числа Рейнольдса потери устойчивости и уменьшению диапазона неустойчивых возмущений типа волн Толмина – Шлихтинга при охлаждении поверхности. Недавно при исследовании устойчивости ламинарного течения на плоской пластине было обнаружено [4, 5], что аналогичное увеличение устойчивости течения достигается повышением температуры небольшого участка поверхности вблизи передней кромки пластины. В данной работе будет рассмотрена возможность затягивания перехода к турбулентному течению с помощью создания неравномерного распределения температуры вдоль поверхности тонких профилей, где появление неблагоприятного градиента давления во внешнем течении оказывает дестабилизирующее воздействие на пограничный слой.

1. Рассматривается обтекание тонкого профиля дозвуковым потоком вязкого газа при больших числах Рейнольдса $Re_\infty = \rho_\infty u_\infty l / \mu_\infty$ и малых числах M_∞ . Здесь ρ_∞ , u_∞ , μ_∞ — соответственно плотность, скорость и коэффициент динамической вязкости набегающего потока, а l — длина хорды профиля. Температура поверхности профиля предполагается заданной функцией продольной координаты x .

В дальнейшем будут использоваться только безразмерные величины, для чего все линейные размеры отнесены к l , плотность, коэффициент динамической вязкости, составляющие вектора скорости и температура — к ρ_∞ , μ_∞ , u_∞ , T_∞ соответственно, давление — к удвоенному скоростному напору $\rho_\infty u_\infty^2$, а полная энтальпия H — к своему значению в набегающем потоке $H_\infty = C_p T_\infty + u_\infty^2 / 2$. Для тонких профилей с относительной толщиной $\tau \ll 1$ в случае малых дозвуковых чисел M_∞ для расчета внешнего течения удобно воспользоваться известной теорией тонкого профиля в несжимаемой жидкости и выразить составляющие вектора скорости непосредственно через соответствующие интегралы от формы профиля [6].

При малых числах Маха сжимаемость газа во внешней области течения вносит поправки порядка $O(M_\infty^2)$ [7]. По найденным распределениям скорости и давления вдоль поверхности профиля рассчитывалось течение в пограничном слое, которое описывается обычными уравнениями пограничного слоя Прандтля для сжимаемого газа. Используя для нормальной к поверхности тела координаты и составляющей вектора скорости обычные для пограничного слоя Прандтля растягивающие множители $Re_\infty^{1/2}$ уравнения пограничного слоя удобно представить в виде

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v}{\partial y_1} = 0, \quad p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \right) H - \frac{u^2}{2} \right]$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial u}{\partial x_1} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y_1} &= -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y_1} \right) \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x_1} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y_1} &= \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial H}{\partial y_1} \right) + \\ + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma-1)M_\infty^2} \right)^{-1} &\frac{\partial}{\partial y_1} \left(\mu \left(1 - \frac{1}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь x_1 ; y_1 — координаты ортогональной системы координат, связанной с поверхностью профиля, причем x_1 отсчитывается вдоль поверхности тела. Отметим, что распределение давления вдоль поверхности находилось из решения задачи внешнего обтекания с использованием условия изоэнтропичности течения. В качестве граничных условий для уравнений пограничного слоя (1.1) использовались условия прилипания и непротекания на поверхности тела $u(x_1, 0) = v(x_1, 0) = 0$ и задавалось распределение полной энтальпии (или, что то же, температуры T_w) вдоль поверхности тела $H(x_1, 0) = H_w(x_1)$. На внешней границе пограничного слоя значения функций течения u и H определялись из сращивания с соответствующими функциями во внешней области: $H(x_1, y_1 \rightarrow \infty) \rightarrow 1$, $u(x_1, y_1 \rightarrow \infty) \rightarrow u_e$. Решение системы уравнений (1.1) находилось с помощью метода конечных разностей [4, 8]. Затем по полученным из расчета пограничного слоя профилям скорости и температуры поперек пограничного слоя в каждом сечении $x = \text{const}$ рассчитывались характеристики устойчивости течения в плоскопараллельном приближении на основе обычной линейной теории устойчивости [1–3]. Все функции течения в линеаризованных уравнениях для возмущений отнесены к своим значениям на внешней границе пограничного слоя, а линейные размеры — к характерной толщине пограничного слоя в соответствующей точке профиля $\delta = \text{Re}_{\infty}^{-1/2} (\mu_e x_1 / \rho_e u_e)^{1/2}$. Возмущения основного течения представляются в виде плоской волны

$$q' = g(y_2) \exp[i(\alpha x_2 + \beta z_2 - \omega t_2)] \quad (1.2)$$

Здесь $g(y_2)$ представляет собой комплексную амплитуду возмущения, ω — действительная частота, α и β — комплексные волновые числа.

Подстановка возмущений, заданных в форме (1.2), в линеаризованную систему уравнений Навье — Стокса позволяет получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно следующих величин:

$$\Phi_1 = \alpha u' + \beta w', \quad \Phi_2 = v', \quad \Phi_3 = p', \quad \Phi_4 = h', \quad \Phi_5 = -\beta u' + \alpha w', \quad \Phi_6 = \rho'$$

где u' , v' , w' — компоненты вектора скорости; p' , ρ' , h' — возмущение давления, плотности и энтальпии соответственно [2, 11]. Анализ полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, проведенный в [9], показал, что некоторые члены в системе уравнений для возмущений имеют тот же порядок малости, что и отброшенные в силу допущения о плоскопараллельности основного течения члены исходной линеаризованной системы уравнений Навье — Стокса. Поэтому в главном приближении можно воспользоваться упрощенной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, приведенной, например, в [2]

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dy_2} &= \sum_{j=1}^{j=6} a_{ij} z_j \quad (i=1, \dots, 6) \\ z_1(0) = z_3(0) = z_5(0) &= 0, \quad z_1(\infty) = z_2(\infty) = z_3(\infty) = 0 \end{aligned}$$

$$z_1 = \alpha u' + \beta w', \quad z_2 = \frac{dz_1}{dy_2}, \quad z_3 = \alpha v'$$

$$z_4 = \frac{p'}{\gamma M_e^2}, \quad z_5 = h', \quad z_6 = \frac{dz_5}{dy_2} \quad (1.3)$$

$$a_{12} = 1, \quad a_{21} = \frac{iR\rho}{\mu} (\alpha U - \omega), \quad a_{23} = \frac{R\rho\alpha}{\mu} \frac{dU}{dy_2}$$

$$a_{24} = \frac{iR}{\mu} (\alpha^2 + \beta^2), \quad a_{31} = -i, \quad a_{33} = \frac{d \ln \rho}{dy_2}$$

$$a_{34} = -i\gamma M_e^2 (\alpha U - \omega), \quad a_{35} = i\rho (\alpha U - \omega), \quad a_{43} = -i\rho (\alpha U - \omega), \quad a_{56} = 1,$$

$$a_{63} = -\frac{\sigma R}{\mu} \frac{d \ln \rho}{dy_2} \quad a_{64} = -\frac{i\sigma R}{\mu} (\gamma - 1) M_e^2 (\alpha U - \omega),$$

$$a_{65} = \frac{i\sigma R}{\mu} \rho (\alpha U - \omega)$$

Остальные коэффициенты a_{ij} тождественно равны нулю, i — мнимая единица.

В работе будут рассматриваться лишь возмущения, распространяющиеся в направлении основного потока ($\beta=0$), так как при небольших дозвуковых скоростях такие возмущения являются наиболее быстро растущими в пространстве возмущениями типа волн Толмина — Шлихтинга [10].

Решение полученной системы дифференциальных уравнений (1.3) параметрически зависит от $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ и ω и представляет собой задачу на собственные значения для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение задачи на собственные значения находилось интегрированием системы (1.3) от внешней границы пограничного слоя к стенке с использованием процедуры ортогонализации [2]. Отметим, что на внешней границе пограничного слоя для собственных функций системы (1.3) использовалось их асимптотическое поведение при $y_2 \rightarrow \infty$. Действительно, так как вне пограничного слоя коэффициенты a_{ij} постоянны, а функции основного течения U , ρ , μ тождественно равны единице, решение системы (1.3) можно искать в виде

$$z_i = \sum_{j=1}^{j=6} C_j A_i^j \exp(\lambda_j y_2) \quad (1.4)$$

где C_j — произвольные постоянные, а λ_j и A^j — соответственно собственные числа и векторы системы уравнений, получающейся в результате подстановки (1.4) в (1.3).

Собственные значения λ_j определяются из условия $\|\lambda E - a_{ij}\| = 0$, где E — единичная матрица. Для величин λ^2 получается кубическое уравнение с коэффициентами, зависящими только от a_{ij} , из которого в данной работе находились все шесть точных значений для собственных чисел λ_j в отличие от работы [2], где были использованы приближенные значения соответствующих собственных чисел.

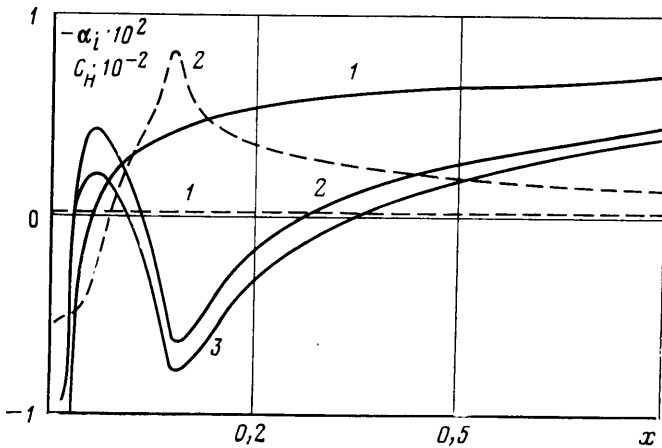
Найденные собственные числа λ_j и векторы A^j использовались в качестве начальных условий при интегрировании системы (1.3) к стенке, причем коэффициенты C_j при собственных решениях, соответствующих незатухающим при $y_2 \rightarrow \infty$ собственным функциям, принимались тождественно равными нулю. Три оставшихся затухающих при $y_2 \rightarrow \infty$ решения строятся путем интегрирования к стенке, и на основе использования граничных условий на стенке и соответствующей нормировки решения [2] находится характеристическое уравнение для собственных значений системы (1.3).

2. Были проведены расчеты устойчивости течения в пограничном слое для тонкого эллиптического и симметричного профиля с острой задней кромкой при $M_\infty = 0,1$. Для эллиптического профиля, форма поверхности

которого задавалась в виде $y_w = \delta_w \sqrt{x(1-x)}$, линейная теория обтекания тонкого тела и применение правила Лайтхилла для исправления особенностей в решении вблизи передней и задней критических точек [7] дают следующее выражение для продольной составляющей вектора скорости на внешней границе пограничного слоя:

$$u_e(x) = (1 + \delta_w + 0,5\delta_w^2) [(x-x^2)/(x-x^2-0,5\delta_w^2)]^{1/2} \quad (2.1)$$

Распределение скорости (2.1) и распределение давления, определяемое из условия изоэнтропичности внешнего невязкого течения, использовались при расчете пограничного слоя на эллиптическом профиле с относительной толщиной $\tau = \delta_w = 0,05$ для трех различных распределений температуры $T_w(x)$. Так как при интегрировании уравнений пограничного слоя применялся маршевый метод расчета, то пограничный слой рассчитывался только до точки нулевого трения, где $du/dy (y=0) = 0$. В рассмат-



Фиг. 1

риваемом случае эта точка располагается вблизи задней критической точки профиля $x_s \approx 0,96$. Полученные профили скорости и температуры (плотности) поперек пограничного слоя в каждом сечении $x = \text{const}$ ($0 \leq x \leq x_s$) использовались затем при расчете пространственного нарастания возмущений типа волн Толмина — Шлихтинга. Для приближенного расчета положения точки перехода ламинарного течения в пограничном слое в турбулентное в данной работе был использован метод, аналогичный методу [11] и обычно применяемому методу e^N предсказания положения точки перехода [12]. На фиг. 1 представлены зависимости максимальных коэффициентов пространственного нарастания возмущений $\alpha_i(x)$ (x — продольная координата) для пограничного слоя на эллиптическом профиле при $\delta_w = 0,05$ и $\text{Re}_\infty = 4 \cdot 10^6$. Отрицательные значения α_i соответствуют возмущениям, амплитуда которых возрастает в направлении потенциального течения. Кривая 1 соответствует характеристикам устойчивости пограничного слоя при постоянной температуре поверхности $T_w = 1$. Кривые 2 и 3 соответствуют следующим распределениям температуры по поверхности профиля $T_{w1}(x)$ и $T_{w2}(x)$:

$$\begin{aligned} T_{wj} &= a_j \quad (0 \leq x \leq b_j), & T_{wj} &= c_j - d_j x, & T_{wj} &= 1 \quad (x \geq f_j) \\ a_1 &= 1,6; & b_1 &= 0,05; & c_1 &= 1,9; & d_1 &= 6; & f_1 &= 0,15 \\ a_2 &= 1,9; & b_2 &= 0,04; & c_2 &= 2,2; & d_2 &= 7,5; & f_2 &= 0,16 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Нагрев поверхности вблизи передней кромки оказывает в этой области дестабилизирующее воздействие на течение в пограничном слое, причем вблизи передней кромки появляется локальная область неустойчивости. Однако ниже по течению за этой областью течение опять становится устойчивым и вторично теряет устойчивость уже на достаточно большом расстоянии от передней кромки профиля ($x > 0,3$). При этом сами максимальные по модулю величины коэффициентов пространственного нарастания α_i оказываются в этой неустойчивой области значительно меньшими по абсолютной величине, чем соответствующие значения $|\alpha_i|$ в тех же сечениях $x = \text{const}$ в случае $T_w = 1$. Такое изменение характеристик устойчивости ламинарного течения связано с неавтономностью течения в пограничном слое и перестройкой профилей температуры и продольной составляющей вектора скорости.

Такая перестройка происходит не только на участке поверхности с переменной температурой стенки, но и ниже по течению от этого участка [4—5]. Действительно, при неравномерном распределении температуры вдоль поверхности тела на части участка поверхности, температура которого выше температуры торможения, тепловой поток оказывается направленным от поверхности тела к газу в пограничном слое. Благодаря этому температура газа внутри пограничного слоя становится выше, чем температура газа в пограничном слое при постоянной температуре поверхности $T_w = 1$. Ниже по течению нагретый вблизи передней кромки газ оказывается над поверхностью с относительно более низкой температурой. При этом тепловой поток направлен уже от газа в пограничном слое к поверхности тела. Профили температуры поперек пограничного слоя и величины тепловых потоков на этой части поверхности оказываются близкими к тем профилям и значениям теплового потока, которые реализуются при охлаждении поверхности до температур меньших, чем температура набегающего потока $T_w < 1$.

Для иллюстрации этого на фиг. 1 представлена зависимость безразмерного теплового потока $C_H = C_H' \sqrt{R_{ex}}$ от продольной координаты в случае обтекания эллиптического профиля, причем штриховая кривая 1 соответствует $T_{w1} = 1$, а 2 — температуре $T_{w2}(x)$, заданной по формулам (2.2).

Устойчивость течения в области, где температура стенки выше температуры торможения и тепловой поток направлен от горячей поверхности к газу, может значительно понижаться. Если температура вдоль стенки была бы постоянной и равной температуре стенки при $x = 0$, то это, как известно, приводило бы к уменьшению критического числа Рейнольдса потери устойчивости и более быстрому нарастанию неустойчивых возмущений (см., например, [1, с. 488]).

Однако в случае переменной вдоль поверхности тела температуры ухудшение характеристик устойчивости течения в области нагретой части поверхности ниже по течению сопровождается появлением области, где течение вновь становится устойчивым. Затем течение вторично теряет устойчивость, но скорости нарастания неустойчивых возмущений оказываются здесь меньше, чем в случае постоянной температуры поверхности $T_w = 1$. Это происходит благодаря тому, что ниже по течению от нагретого участка нагретый вблизи передней кромки газ оказывается над поверхностью с относительно более низкой температурой и реализуется ситуация, аналогичная охлаждению поверхности до температур ниже температуры набегающего потока [1]. Для определения положения точки перехода по известным $\alpha_i(x)$ рассчитывались коэффициенты пространственного усиления возмущений

$$a(x) = - \int_{x_0}^x \alpha_i(x) dx$$

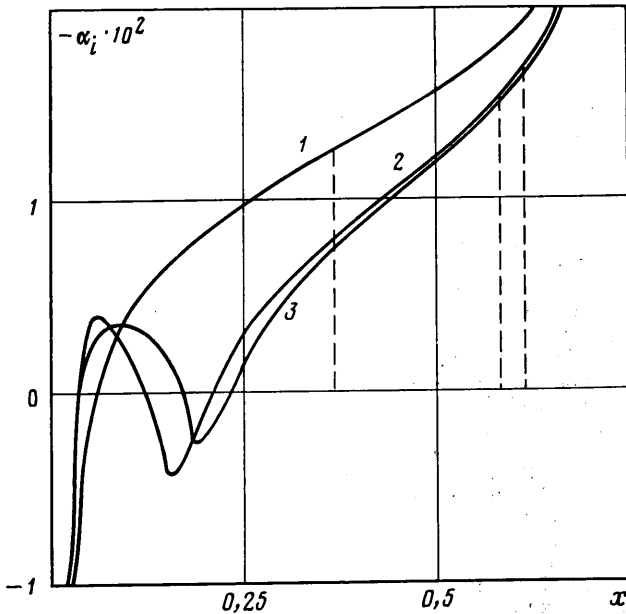
Здесь x_0 — координата точки, соответствующей нижней ветви кривой

нейтральной устойчивости [10, 11]. Расчеты коэффициентов пространственного усиления показывают, что точка перехода при $T_w=1$ располагается в точке с координатой $x=0,67$, а в случае распределений температуры по поверхности T_{w1} и T_{w2} положение точек перехода определяется координатами $x=0,85$ и $0,92$ соответственно.

Были проведены расчеты устойчивости пограничного слоя на тонком симметричном профиле типа профиля Жуковского при $M_\infty=0,1$ и $Re_\infty=4 \cdot 10^6$, форма которого задавалась выражением $y_w=\delta_w(1-x)\sqrt{x(1-x)}$. Максимальная полутолщина профиля τ и в этом случае выбиралась равной 5% ($\tau=0,05$), а величина δ_w при этом оказывается равной $\delta_w=16\tau/3\sqrt{3}$. На фиг. 2 приведены зависимости максимальных величин коэффициентов пространственного нарастания $\alpha_i(x)$ от продольной координаты. Кривая 1 соответствует $T_w=1$, причем точка потери устойчивости располагается в точке с координатой $x=0,065$, а точка перехода — при $x=0,365$. Кривые 2 и 3 соответствуют распределениям температуры поверхности $T_{w1}(x)$ и $T_{w2}(x)$, которые задавались согласно следующим выражениям:

$$\begin{aligned} T_{wj} &= a_j \quad (0 \leq x \leq b_j), & T_{wj} &= c_j - d_j x, & T_{wj} &= 1 \quad (x \geq f_j) \\ a_1 &= 1,6; & b_1 &= 0,05; & c_1 &= 1,9; & d_1 &= 6; & f_1 &= 0,15 \\ a_2 &= 1,6; & b_2 &= 0,04; & c_2 &= 1,75; & d_2 &= 4,25; & f_2 &= 0,2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Нагрев поверхности приводит к более ранней потере устойчивости (точка потери устойчивости располагается при $x=0,035$) и появлению вблизи передней кромки локальной области неустойчивости. Локальная



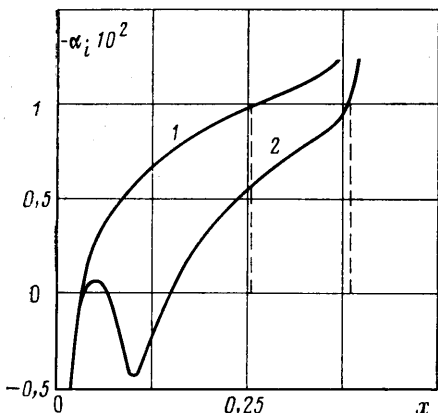
Фиг. 2

область неустойчивого течения вблизи передней кромки в случае T_{w2} имеет почти в 1,5 раза большую протяженность, чем в случае температуры поверхности, заданной функцией T_{w1} . Однако в области вторичной потери устойчивости скорости пространственного нарастания возмущений в этих двух случаях отличаются друг от друга незначительно. Точка перехода в случае температуры поверхности, заданной функцией $T_{w1}(x)$, располагается при $x=0,615$, а в случае температуры, изменяющейся согласно $T_{w2}(x)$, при $x=0,58$. Таким образом, нагрев части поверхности вблизи передней

кромки приводит на тонких профилях к смещению точки перехода вниз по течению относительно ее положения на профилях с постоянной температурой поверхности.

Аналогичные результаты были получены для пограничного слоя на том же профиле Жуковского для больших значений характерного числа Рейнольдса. На фиг. 3 представлены результаты расчетов коэффициентов пространственного нарастания $\alpha_i(x)$ при $Re_\infty = 10^7$. Кривая 1 соответствует постоянной температуре поверхности $T_w = 1$, а кривая 2 получена для распределения температуры по поверхности, заданной выражением

$$\begin{aligned} T_w &= 1,6 \quad (0 \leq x \leq 0,04), \quad T_w = 2 - 10x, \\ T_w &= 1, \quad (x \geq 0,1) \end{aligned} \quad (2.4)$$



Фиг. 3

Точка перехода в случае температуры поверхности, заданной выражением (2.4), располагается при $x = 0,38$, в то время как при постоянной температуре поверхности координата точки перехода $x = 0,25$. Приведенные расчеты показывают, что даже при наличии во внешнем течении неблагоприятного градиента давления

нагрев части поверхности тела вблизи его передней кромки и создание соответствующего распределения температуры вдоль поверхности тела приводят к уменьшению скоростей нарастания неустойчивых возмущений и затягиванию перехода к турбулентному режиму течения.

В заключение авторы выражают благодарность М. Н. Когану за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969, 742 с.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
3. Reshotko E. Boundary-layer stability and transition.— Annu. Rev. Fluid Mech., v. 8, Palo Alto, Calif., 1976, p. 311–349.
4. Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А. Об устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве поверхности плоской пластины вблизи передней кромки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 3, с. 68–72.
5. Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А. О повышении устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве поверхности вблизи передней кромки обтекаемого тела.— Докл. АН СССР, 1985, т. 283, № 2, с. 333–335.
6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
7. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
8. Blottner F. G. Finite difference methods of solution of the boundary-layer equations.— AIAA Journal, 1970, v. 8, № 2, p. 193–205.
9. Алексеев М. А. Об асимптотических приближениях в задаче устойчивости ламинарного пограничного слоя при сверхзвуковых скоростях.— Тр. ЦАГИ, 1982, вып. 1420. 28 с.
10. Lekoudis S. G. Stability of three-dimensional compressible boundary layers over wings with suction.— AIAA Pap., 1979, № 265. 12 p.
11. Srokowski A. J., Orszag S. A. Mass flow requirements for L. F. C. wing design.— AIAA Pap., 1977, № 1222. 15 p.
12. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982. 151 с.

Москва

Поступила в редакцию
7.1.1985