

УДК 532.526.4

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ТЕЛЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

АЛЕКСИН В. А., ШЕВЕЛЕВ Ю. Д.

Исследуются вопросы течения и теплообмена при пространственном обтекании тела сложной формы потоком сжимаемого газа под малым углом атаки на основе конечно-разностного метода расчета. Приводятся результаты численного решения уравнений трехмерного турбулентного пограничного слоя. Анализируется влияние определяющих параметров на развитие пространственных течений и теплообмен. Найдены характерные области течения в пограничном слое: линии растекания и стекания на поверхности, зоны отрыва и поверхности раздела потоков. Определены местоположения максимальных значений теплового потока и трения на поверхности, приводится поведение предельных линий тока на теле, дается оценка интенсивности вторичных течений в пограничном слое.

При обтекании тела сложной формы потоком сжимаемого газа даже при небольшом угле атаки в пограничном слое возникает пространственное перетекание потоков, которое в ряде областей течения в значительной степени определяет величины трения и теплового потока на поверхности. Интенсивность этих пространственных или вторичных течений обусловлена трехмерной конфигурацией тела, а образующиеся пограничные слои на таких телах являются существенно пространственными. Для их исследования необходимо применять пространственные уравнения пограничного слоя и модели турбулентности. При турбулентном режиме течения для замыкания системы уравнений пространственного пограничного слоя используются модели и гипотезы турбулентности различной сложности и полноты. Модели турбулентности трехмерных течений обычно классифицируются на алгебраические (среди них выделяются варианты изотропных и неинотропных коэффициентов турбулентного переноса) и дифференциальные модели турбулентности с дополнительными дифференциальными уравнениями [1-3]. При исследовании существенно пространственных течений численными методами использование алгебраических моделей турбулентного переноса [2, 4, 5] представляется более экономичным, чем усложненных. Такой подход и применяется в данной работе.

1. Система уравнений для осредненных характеристик пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе относительно произвольной системы координат ξ, η, ζ приводится в [2]. Для ее замыкания вводятся дополнительные гипотезы полуэмпирического характера. Ниже применяется модель эффективных коэффициентов переноса, являющаяся обобщением двухмерной модели турбулентного переноса [4].

Полные напряжения трения вдоль осей ξ и η , включающие в себя напряжения трения и напряжения Рейнольдса, а также полный тепловой поток, учитывающий турбулентный теплоперенос, определяются следующим образом:

$$\tau_1 = \mu \frac{\partial u}{\partial \xi} - \rho \langle u'v' \rangle = \mu_0 \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \tau_2 = \mu \frac{\partial w}{\partial \xi} - \rho \langle w'v' \rangle = \mu_0 \frac{\partial w}{\partial \xi} \quad (1.1)$$

$$q = \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \xi} - \rho \langle h'v' \rangle = \frac{\lambda_0}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \xi}$$

Уравнения пространственного пограничного слоя в сжимаемом газе относительно криволинейной системы координат ξ, η, ζ , связанной с по-

верхностью обтекаемого тела $\zeta=0$, имеют вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} u \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\rho \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} w \right) + \sqrt{g} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho v) = 0 \\ & \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial u}{\partial \eta} + v \frac{\partial u}{\partial \zeta} + A_1 u^2 + A_2 w^2 + A_3 u w = A_4 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu_0 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) \\ & \frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial w}{\partial \eta} + v \frac{\partial w}{\partial \zeta} + B_1 u^2 + B_2 w^2 + B_3 u w = B_4 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\mu_0 \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \\ & p = \rho RT, \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} p = 0 \\ & \frac{\rho u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{\rho w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial h}{\partial \eta} + \rho v \frac{\partial h}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\lambda_0}{c_p} \frac{\partial h}{\partial \zeta} \right) + \mu_0 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)^2 + 2 \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial w}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \frac{\rho_e u_e}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial h_e}{\partial \xi} + \frac{\rho_e w_e}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial h_e}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь ξ и η направлены вдоль поверхности, а ζ — по нормали к ней, ξ отсчитывается вдоль образующих тела, η — от наветренной плоскости симметрии против часовой стрелки, $g_{33}=1$, $g_{31}=g_{32}=0$, $\cos \psi_0 = g_{12} / \sqrt{g_{11} g_{22}}$, $g = g_{11} g_{22} - g_{12}^2$.

Первое уравнение (1.2) — уравнение неразрывности, два последующих — уравнения количества движения в проекциях на координаты ξ , η ; последнее уравнение — уравнение притока тепла. Статическое давление p является функцией ξ и η и постоянно поперек пограничного слоя. В расчетах принимается, что $\mu = \mu_e (h/h_e)^\kappa$, $\lambda = \lambda_e (h/h_e)^\kappa$, $\kappa = 0,75$.

В уравнениях (1.2) g_{ij} — компоненты метрического тензора; u , v , w — компоненты скорости, направленные соответственно по осям ξ , ζ , η ; h — удельная энтальпия; ρ — плотность; T — температура. Индекс e относится к величинам на внешней границе пограничного слоя, w — на стенке, t — к характеристикам, определяющим турбулентный режим, штрихами отмечены пульсации величин.

Коэффициенты A_i , B_i определяются геометрией поверхности обтекаемого тела и параметрами внешнего невязкого потока [6].

На поверхности тела задаются граничные условия

$$\zeta=0, \quad u=w=0, \quad \rho v = (\rho v)_w, \quad F_1 \left(\xi, \eta, h_w, \frac{\partial h}{\partial \zeta} \Big|_w \right) = 0 \quad (1.3)$$

На внешней границе пограничного слоя задаются распределения компонент скорости $u_e(\xi, \eta)$, $w_e(\xi, \eta)$ и распределение энтальпии $h_e(\xi, \eta)$, которые находятся из уравнений газовой динамики или определяются по данным эксперимента

$$u \rightarrow u_e, \quad w \rightarrow w_e, \quad h \rightarrow h_e, \quad \zeta \rightarrow \infty \quad (1.4)$$

Начальные условия задаются в некоторой области таким образом, чтобы обеспечить единственность решения задачи. При обтекании тел, имеющих переднюю точку торможения, начальные условия определяются из решения в окрестности точки торможения. В общем случае в некоторой области задаются профили скорости и энтальпии.

При введении эффективных коэффициентов турбулентного переноса в соотношениях (1.1) делается предположение об изотропности коэффициента турбулентной вязкости. Из него следует, что продольный и попереч-

ный эффективные коэффициенты вязкости равны

$$\mu_{\sigma_1} = \mu_{\sigma_2} = \mu_{\sigma} \quad (1.5)$$

направление суммарного касательного напряжения $\tau = (\tau_1, \tau_2)$ совпадает с направлением вектора $\mathbf{G} = (\partial u / \partial \xi, \partial w / \partial \xi)$, а путь смещения Прандтля является скалярной функцией ($l_1 = l_2 = l$). Тогда обобщение гипотезы Прандтля для пространственного пограничного слоя дает обобщенную формулу Прандтля [1]

$$\mu_t = \rho l^2 |\mathbf{G}|$$

$$|\mathbf{G}| = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + 2 \cos \psi_0 \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.6)$$

Коэффициент эффективной вязкости μ_{σ} зависит от локального $Re_A = \mu_t / \mu$ и локального критического Re_* — чисел Рейнольдса и определяется выражением

$$\mu_{\sigma} = \varphi_* \mu = 1/2 \mu Re_A^{-1} [Re_A^2 - Re_*^2 + \sqrt{(Re_*^2 - Re_A^2)^2 + 4 Re_*^2 Re_A}] \quad (1.7)$$

Аналогично вводится коэффициент эффективной теплопроводности

$$\lambda_{\sigma} = \lambda \varphi_* F(Re_A, Re_*, Pr, Pr_t) \quad (1.8)$$

$$F = 1 + \left(\frac{Pr}{Pr_t} - 1 \right) Re_A^2 \left[Re_*^2 \left(1 + \varphi_* \frac{Re_A}{Re_*^2} \right) \right]^{-1}$$

Числа Прандтля определяются по коэффициентам молекулярного и турбулентного переноса: $Pr = c_p \mu / \lambda$, $Pr_t = c_p \mu_t / \lambda_t$. При численных расчетах их значения принимаются постоянными поперек пограничного слоя: $Pr = 0,7$, $Pr_t = 0,9$. Длина пути смещения задается эмпирической зависимостью

$$l = \beta_* \delta \Phi(\beta_*, k, \xi / \delta) \quad (1.9)$$

$$\Phi = \left[1 - \exp\left(-\frac{2k}{\beta_*} \frac{\xi}{\delta}\right) \right] \left[1 + \exp\left(-0,75 \frac{2k}{\beta_*} \frac{\xi}{\delta}\right) \right]^{-1}$$

где $k = 0,4$ — константа Кармана. В расчетах принимается $\beta_* = 0,1$. Толщина пограничного слоя определяется по профилю полной скорости U . Как и в двухмерном случае, величина Re_* в пространственном пограничном слое зависит от градиента давления, проницаемости обтекаемой поверхности, чисел Маха и Рейнольдса

$$Re_* = Re_*(Re_{\theta_1}, P^+, v_w^+, \Gamma_e), \quad P^+ = \left(\frac{U_e}{|U_e|} \nabla p_e \right) \frac{v_e}{\rho_w v_*^3} \quad (1.10)$$

$$v_w^+ = \frac{v_w}{v_*}, \quad \Gamma_e = (\gamma - 1) M_e^2, \quad v_* = \sqrt{\tau_w / \rho_w}, \quad U_e = (u_e^2 + w_e^2 + 2 \cos \psi_0 u_e w_e)^{1/2}$$

Число Рейнольдса Re_{θ_1} определяется через пространственный аналог толщины потери импульса θ_1

$$Re_{\theta_1} = \frac{U_e \theta_1}{v_e}, \quad \theta_1 = \int_0^{\infty} \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \left(1 - \frac{U}{U_e} \right) d\xi, \quad U^2 = u^2 + w^2 + 2 \cos \psi_0 u w \quad (1.11)$$

Зависимость Re_* от Re_{θ_1} определяет непрерывный переход от ламинар-

ного режима течения к турбулентному вдоль поверхности тела. При развитии турбулентном течении и при $P^+ = v_w^+ = \Gamma_e = 0$ имеем $Re_* \sim 10$.

2. Уравнения (1.2) с помощью замены переменных

$$\xi_1 = \xi, \quad \eta_1 = \eta, \quad \lambda = \sqrt{\frac{u_e}{\mu_e \rho_e \alpha}} \int_0^{\xi} \rho \, d\zeta \quad (2.1)$$

$$u = u_e(\xi, \eta) E(\xi, \eta, \lambda), \quad w = \beta(\xi, \eta) u_e(\xi, \eta) \times$$

$$\times [G(\xi, \eta, \lambda) + \varphi(\xi, \eta) E(\xi, \eta, \lambda)], \quad h = h_e(\xi, \eta) I(\xi, \eta, \lambda)$$

$$\rho v = \sqrt{\frac{\mu_e \rho_e u_e}{\alpha}} \left[K - \frac{\alpha}{\gamma g_{11}} E \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} - \frac{\alpha \beta}{\gamma g_{22}} (G + \varphi E) \frac{\partial \lambda}{\partial \eta} \right]$$

где $\alpha(\xi, \eta)$ и $\beta(\xi, \eta)$ — пока произвольные, а $E(\xi_1, \eta_1, \lambda)$, $G(\xi_1, \eta_1, \lambda)$, $K(\xi_1, \eta_1, \lambda)$, $I(\xi_1, \eta_1, \lambda)$ — новые безразмерные функции, приводятся к виду, удобному для численного интегрирования

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(l \varphi_* \frac{\partial E}{\partial \lambda} \right) = K \frac{\partial E}{\partial \lambda} + N_1^* (E^2 - I) + N_2^* G^2 + N_3^* EG + N_4 E \frac{\partial E}{\partial \xi} + N_5 (G + \varphi E) \frac{\partial E}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(l \varphi_* \frac{\partial G}{\partial \lambda} \right) = K \frac{\partial G}{\partial \lambda} + M_1^* (E^2 - I) + M_2^* G^2 + M_3^* EG + N_4 E \frac{\partial G}{\partial \xi} + N_5 (G + \varphi E) \frac{\partial G}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(l \frac{\varphi_* F}{Pr} \frac{\partial I}{\partial \lambda} \right) = K \frac{\partial I}{\partial \lambda} + Q_1 \left(I - \frac{\rho_e}{\rho} \right) E + Q_2 \left(I - \frac{\rho_e}{\rho} \right) [G + \varphi E] +$$

$$+ \gamma_* l \varphi_* \left\{ \left(\frac{\partial E}{\partial \lambda} \right)^2 + 2\beta \cos \psi_0 \frac{\partial E}{\partial \lambda} \frac{\partial (G + \varphi E)}{\partial \lambda} + \beta^2 \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (G + \varphi E) \right]^2 \right\} +$$

$$+ N_4 E \frac{\partial I}{\partial \xi} + N_5 (G + \varphi E) \frac{\partial I}{\partial \eta} \quad (2.2)$$

$$- \frac{\partial K}{\partial \lambda} = P_1^* E + P_2^* G + N_4 \frac{\partial E}{\partial \xi} + N_5 \frac{\partial G}{\partial \eta} + \varphi N_5 \frac{\partial E}{\partial \eta}$$

Здесь введены обозначения

$$l = \frac{\mu \rho}{\mu_e \rho_e}, \quad \gamma_* = \frac{u_e^2}{h_e}$$

$$N_1 = \frac{\alpha}{\gamma g_{11} u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi} + \alpha A_1, \quad N_2 = \alpha \beta A_2, \quad N_3 = \frac{\alpha \beta}{\gamma g_{22} u_e} \frac{1}{\partial \eta} \frac{\partial u_e}{\partial \eta} + \alpha \beta A_3$$

$$M_1 = \frac{\alpha}{\beta} B_1, \quad M_2 = \frac{\alpha}{\gamma g_{22} u_e} \frac{\partial \beta u_e}{\partial \eta} + \alpha \beta B_2, \quad M_3 = \frac{\alpha}{\gamma g_{11}} \frac{\partial}{\partial \xi} \ln(\beta u_e) + \alpha B_3$$

$$N_4 = \frac{\alpha}{\gamma g_{11}}, \quad N_5 = \frac{\alpha \beta}{\gamma g_{22}},$$

$$N_1^* = N_1 + \varphi N_3 + \varphi^2 N_2, \quad N_2^* = N_2, \quad N_3^* = N_3 + 2\varphi N_2$$

$$M_1^* = M_1 - \varphi N_1 + \varphi (M_3 - \varphi N_3) + \varphi^2 (M_2 - \varphi N_2) + N_4 \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + N_5 \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}$$

$$M_2^* = M_2 - \varphi N_2, \quad M_3^* = M_3 - \varphi N_3 + 2\varphi (M_2 - \varphi N_2) + N_5 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}$$

$$P_1 = \frac{\alpha}{\gamma g_{11} u_e} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{\frac{g}{g_{11}}} u_e \right) - \frac{1}{2\gamma g_{11}} \left(\frac{\alpha \partial}{\partial \xi} \ln u_e - \frac{1}{\mu_e \rho_e} \frac{\partial}{\partial \xi} \mu_e \rho_e \alpha \right)$$

$$P_2 = \frac{\alpha}{\sqrt{g} u_e} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\beta \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} u_e \right) - \frac{\beta}{2\sqrt{g_{22}}} \left(\frac{\alpha \partial}{\partial \eta} \ln u_e - \frac{1}{\mu_e \rho_e} \frac{\partial}{\partial \eta} \mu_e \rho_e \alpha \right)$$

$$P_1^* = P_1 + \varphi P_2 + N_5 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}, \quad P_2^* = P_2$$

$$Q_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial \xi} \ln h_e, \quad Q_2 = \frac{\alpha \beta}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial}{\partial \eta} \ln h_e$$

Граничные условия (1.3), (1.4) после преобразования (2.1) принимают вид.

$$\lambda=0, \quad E=G=0, \quad K=K_w, \quad f_1 \left(\xi, \eta, I_w, \frac{\partial I}{\partial \lambda} \Big|_w \right) = 0$$

$$E, I \rightarrow 1, \quad G \rightarrow 0, \quad \lambda \rightarrow \infty$$

Из системы (2.2) можно исключить уравнение неразрывности, для этого необходимо его проинтегрировать и значение K подставить в оставшиеся уравнения системы. После введения первообразных функций f, g ($E = \partial f / \partial \lambda$, $G = \partial g / \partial \lambda$) будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(l \varphi_* \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \right) &= - (P_1^* f + P_2^* g) \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} + N_1^* \left[\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \right)^2 - I \right] + N_2^* \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \right)^2 + \\ &+ N_3^* \frac{\partial f}{\partial \lambda} \frac{\partial g}{\partial \lambda} + N_4 \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial f}{\partial \lambda} - \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) + \\ &+ N_5 \left[\left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} + \varphi \frac{\partial f}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \lambda} - \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \left(\frac{\partial g}{\partial \eta} + \varphi \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \right] \\ \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(l \varphi_* \frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} \right) &= - (P_1^* f + P_2^* g) \frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} + M_1^* \left[\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \right)^2 - I \right] + M_2^* \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} \right)^2 + \\ &+ M_3^* \frac{\partial f}{\partial \lambda} \frac{\partial g}{\partial \lambda} + N_4 \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial g}{\partial \lambda} - \frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) + \\ &+ N_5 \left[\left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} + \varphi \frac{\partial f}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial g}{\partial \lambda} - \frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} \left(\frac{\partial g}{\partial \eta} + \varphi \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \right] \\ \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(l \frac{\varphi_* F}{Pr} \frac{\partial I}{\partial \lambda} \right) &= - (P_1^* f + P_2^* g) \frac{\partial I}{\partial \lambda} + \\ &+ l \varphi_* \gamma_* \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \right)^2 + 2\beta \cos \psi_0 \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} + \varphi \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \right) + \beta^2 \left(\frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} + \varphi \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} \right)^2 \right] + \\ &+ N_4 \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \frac{\partial I}{\partial \xi} - \frac{\partial I}{\partial \lambda} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) + N_5 \left[\left(\frac{\partial g}{\partial \lambda} + \varphi \frac{\partial f}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial I}{\partial \eta} - \frac{\partial I}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial g}{\partial \eta} + \varphi \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned}$$

Граничные условия определяются следующим образом:

$$\lambda=0, \quad \frac{\partial f}{\partial \lambda} = \frac{\partial g}{\partial \lambda} = 0, \quad f=f_w, \quad g=g_w, \quad f_1 \left(\xi, \eta, I_w, \frac{\partial I}{\partial \lambda} \Big|_w \right) = 0$$

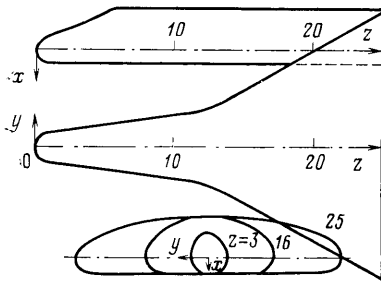
$$\frac{\partial f}{\partial \lambda}, \quad I \rightarrow 1, \quad \frac{\partial g}{\partial \lambda} \rightarrow 0, \quad \lambda \rightarrow \infty$$

Можно убедиться в справедливости соотношения

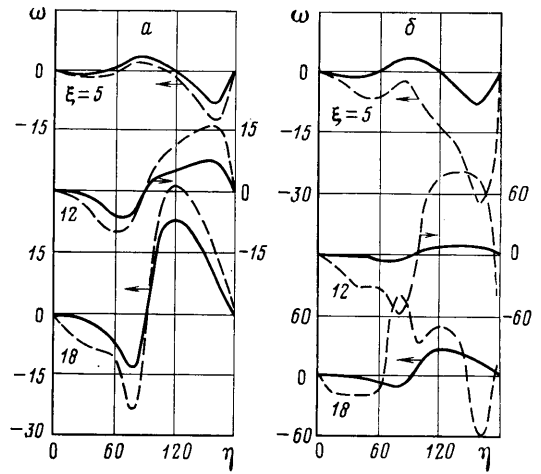
$$K_w = - (P_1^* f_w + P_2^* g_w) - N_4 \frac{\partial f_w}{\partial \xi} - N_5 \left(\frac{\partial g_w}{\partial \eta} + \varphi \frac{\partial f_w}{\partial \eta} \right)$$

где значение K_w связано с параметром проницаемости $F_w^* = (\rho v)_w / \rho_e u_e$ выражением

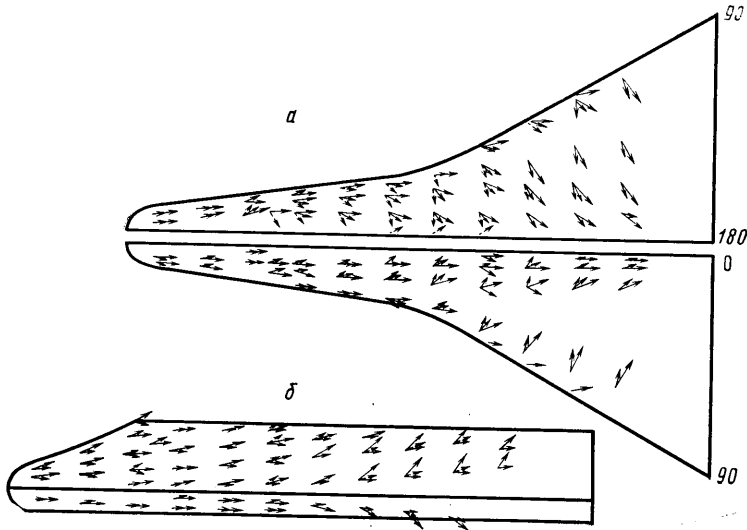
$$K_w = F_w^* \sqrt{Re_\alpha}, \quad Re_\alpha = \frac{\rho_e u_e \alpha}{\mu_e}$$



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

В расчетах задается значение F_w^* или K_w .

Для численного интегрирования уравнений пространственного турбулентного пограничного слоя используется конечно-разностный метод повышенной степени точности, основанный на схеме [7]. Он обеспечивает четвертый порядок точности по нормальной к поверхности координате. При этом в зависимости от структуры турбулентного пограничного слоя сетка задается неравномерной. В направлениях, касательных к поверхности, задаются также неравномерные интервалы интегрирования в зависимости от интенсивности перестройки течения.

Конечно-разностная схема основывается на двух- и трехмерных пространственных шаблонах и на методе слежения за направлением скорости потока. В зависимости от знака поперечной составляющей скорости w выделяются характерные области течения. Местоположение линий стекания, растекания, поверхностей раздела потоков заранее неизвестно, они определяются в процессе счета. При этом в итерационной процедуре используются полуавтомодельные приближения и производные в поперечном направлении аппроксимируются с использованием направленных разностей в зависимости от направления вектора скорости.

3. Исследуется течение в пограничном слое на теле сложной пространственной конфигурации, обтекаемого потоком сжимаемого газа под малыми углами атаки. Форма рассматриваемого семейства тел приводится на фиг. 1 в виде конфигураций поперечных сечений в плоскостях xOz , yOz ,

yOx (x, y, z — декартова система координат) и задается в цилиндрической системе координат (z, r, φ) уравнением поверхности $\pi(z, r, \varphi) = 0$. В неявном виде уравнение поверхности представляется как $r = r_0(z, \varphi)$, где r_0 — расстояние от точки поверхности до оси z . Для пересчета компонент вектора скорости внешнего невязкого течения из цилиндрической системы координат в неортогональную систему координат, нормально связанную с поверхностью обтекаемого тела (ξ, η, ζ), вводится декартова система координат (x, y, z). Уравнения преобразования координат имеют вид

$$x = r_0 \cos \eta + \zeta \psi_1, \quad y = r_0 \sin \eta + \zeta \psi_2, \quad z = \xi + \zeta \psi_3 \quad (3.1)$$

Здесь $\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ — вектор нормали к поверхности $\pi(z, r, \varphi) = r - r_0(z, \varphi) = 0$. В декартовой системе координат компоненты Ψ определяются соотношениями

$$\psi_1 = \frac{\partial \pi}{\partial x} |\nabla \pi|^{-1}, \quad \psi_2 = \frac{\partial \pi}{\partial y} |\nabla \pi|^{-1}, \quad \psi_3 = \frac{\partial \pi}{\partial z} |\nabla \pi|^{-1}$$

Для нахождения компонент вектора скорости $v'(v^{\xi}, v^{\eta}, v^{\zeta})$ в пограничной системе (ξ, η, ζ) по компонентам $v(v_x, v_y, v_z)$ вычисляется матрица $A = B^{-1} = \{a_{j,i}\}$, где $a_{j,i} = \partial x^i / \partial \eta^j = (b_{j,i})^{-1}$, $\eta^1 = \xi$, $\eta^2 = \eta$, $\eta^3 = \zeta$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$. Преобразование компонент вектора $v''(v^x, v^y, v^z)$ цилиндрической системы координат к компонентам вектора пограничной системы $v'(v^{\xi}, v^{\eta}, v^{\zeta})$ осуществляется с использованием матрицы, обратной к $D(D^{-1} = A^{-1}C)$

$$v' = D^{-1}v''$$

Матрица C определяет переход от цилиндрической системы координат к декартовой.

Метрические коэффициенты поверхности g_{ij} в приближении пограничного слоя определяются через значения функций $r_0, r_{0\xi}', r_{0\eta}'$ по формулам

$$g_{11} = 1 + r_{0\xi}'^2, \quad g_{22} = r_0'^2 + r_{0\eta}'^2, \quad g_{12} = r_{0\xi}' \cdot r_{0\eta}'$$

Внешнее невязкое течение берется из [8], где представлены результаты численных расчетов сверхзвукового обтекания тела рассматриваемой формы.

На теле сложной пространственной конфигурации (фиг. 1) для значений параметров $M_{\infty} = 6$, $Re_{\infty} = 2,5 \cdot 10^7$ при угле атаки $\alpha = 5^\circ$ в условиях холодной стенки ($T_w/T_{*} = 0,1 - 0,5$) численно определены характеристики течения и теплообмена, выделены основные области поля течения.

Исследование проведено при ламинарном и турбулентном режимах. Ниже приводятся результаты численных расчетов обтекания поверхности модельного тела со значением температурного фактора 0,3. В случае турбулентного режима $Re_{\infty} = 2,5 \cdot 10^7$.

При обтекании тела рассматриваемой формы под углом атаки $\alpha = 5^\circ$ потоком сжимаемого газа поле давления на поверхности определяется пространственностью конфигурации. Максимум давления достигается в критической точке. На наветренной стороне область повышенного давления располагается на боковой кромке. Слабое уменьшение давления происходит в направлении к линии симметрии, где образуется область пониженного давления. В районе крыльев при $\xi \geq 13$ эта область смещается к линии $\eta = 75^\circ$. В целом изменение давления на днище тела незначительно. На подветренной стороне заметное влияние на распределение давления оказывает наличие кабины, где наблюдается локальный максимум давления. За кабиной возникает область разрежения — давление падает до локального минимума ($\eta \approx 140 - 155^\circ$) при $\xi \geq 14$. Область повышенного давления располагается на боковой кромке. Отметим, что на боковых кромках крыльев давление значительно выше, чем на остальной части поверхности, а на линии симметрии тела не реализуется локальный минимум

давления. Наличие локальных максимумов и минимумов в распределении давления приводит к изменению градиента давления в продольном и поперечном направлениях.

Численные исследования показали, что продольная составляющая скорости в пограничном слое положительна ($u > 0$) в интервале $1 \leq \xi \leq 25$; компонента трения τ_1 на поверхности не обращается в нуль и не меняет знака, что позволяет использовать аппроксимации по потоку производных по ξ .

Проекция направлений линий тока на внешней границе пограничного слоя (длинные стрелки) и предельных линий тока (короткие стрелки, штриховые соответствуют ламинарному режиму, сплошные — турбулентному) на горизонтальную yOz (фиг. 2, *a*) и вертикальную плоскости xOz (фиг. 2, *b*) позволяют выделить особенности пространственного течения на наветренной, подветренной и боковой поверхностях тела (приводятся две короткие стрелки, если заметно различие в направлениях для двух режимов). Существенное влияние на свойства пограничного слоя оказывает конфигурация тела, местоположение кабины и крыльев. Так, наличие кабины на подветренной стороне тела приводит к резкой перестройке потока: за ней возникает область с сильными вторичными течениями. На боковой поверхности крыльев при $\xi \geq 11$ образуется линия растекания $\eta \approx 80^\circ$ (см. фиг. 2). Пространственность потока в пограничном слое характеризуется интенсивностью вторичных течений, которая определяется максимальным значением разности углов $\omega - \omega_e$. Эту интенсивность удобно оценивать по величине $\omega_w - \omega_e$ — угла разворота предельных линий тока по отношению к линиям тока на внешней границе пограничного слоя. На фиг. 3, *a*, *b* приводятся распределения ω_e , ω_w соответственно для ламинарного и турбулентного режимов в зависимости от η для $\xi = \text{const}$ (сплошные кривые соответствуют ω_e , штриховые — ω_w). Для турбулентного режима течения значения ω_w близки к ω_e (фиг. 3, *a*).

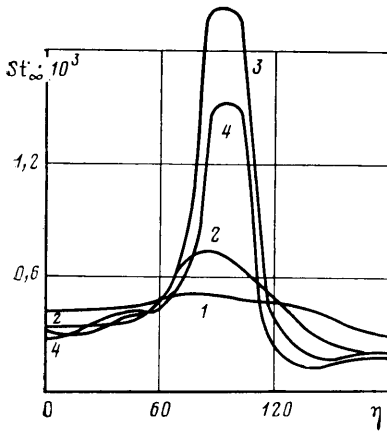
В интервале $1 < \xi \leq 25$ выделяются несколько характерных областей. Первая область ($1 < \xi \leq 5$) начинается от сферического затупления и продолжается до кабины. Начало второй области, продолжающейся до крыльев, располагается вблизи кабины на подветренной стороне тела. Третья область включает крылья и оканчивается при $\xi = 25$.

В первой области в поперечном направлении выделяются следующие зоны течения, которые различаются знаками ω_w , ω_e

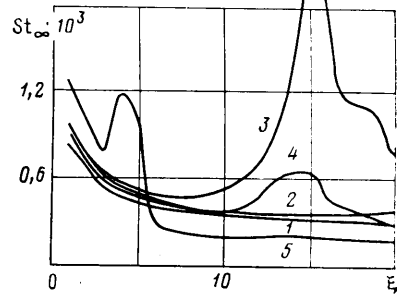
$$0 \leq \eta \leq \eta_1, \omega_w < 0; \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2, \omega_w > 0; \eta_2 \leq \eta \leq 180^\circ, \omega_w < 0.$$

Границы между зонами $\eta_1(\xi)$, $\eta_2(\xi)$ являются функциями ξ . Линия симметрии $\eta = 0$ на наветренной стороне является линией стекания. В первой и третьей зонах поток направлен против направления η . Во второй зоне значения угла ω_w положительны, в ней интенсивность вторичных течений минимальна, минимум достигается при $\eta \approx 90^\circ$. С увеличением ξ интенсивность вторичных течений возрастает в третьей зоне и достигает 5° . Резкое возрастание и затем убывание давления в окрестности $\xi = 5$ на подветренной стороне тела ($\eta = 180^\circ$), обусловленное наличием кабины, приводит к значительной перестройке течения. В области $\xi > 5$ на подветренной стороне тела возникает сильное вторичное течение. При $\eta = 170^\circ$ наблюдается максимум значения угла ω_w ; величина угла разворота превышает 8° . В зоне $\eta_2 \leq \eta \leq 180^\circ$ поток в пограничном слое разворачивается и значения угла ω_w становятся положительными. В области течения $\xi \geq 9$ образуется линия растекания при $\eta = 80^\circ$. Линии симметрии $\eta = 0$ и $\eta = 180^\circ$ являются линиями стекания. С увеличением ξ до 10 возрастают углы разворота предельных линий тока и линий тока на внешней границе ω_w и ω_e . Эта тенденция наблюдается и в третьей области. Линия растекания смещается к $\eta \approx 95^\circ$.

Численно исследовано влияние температурного фактора $t_0 = T_w/T_*$ на развитие интенсивности пространственного течения. Возрастание t_0 при-



Фиг. 4



Фиг. 5

водит к увеличению интенсивности вторичных течений в пограничном слое (при изменении t_0 от 0,3 до 0,5 — в среднем на $1,5^\circ$).

Ламинарный режим течения на телах пространственной конфигурации характеризуется значительно большей интенсивностью вторичных течений, чем турбулентный. На фиг. 3, б приводятся кривые распределения углов ω_w , ω_e в зависимости от η для различных значений ξ . В первой области максимальное значение угла ω_w достигается при $\eta \approx 90^\circ$. Интенсивность вторичных течений характеризуется значениями угла разворота, превышающими 9° . В остальных областях характер изменения ω_w по отношению к ω_e еще более сложный. При этом значительно возрастает интенсивность вторичных течений.

Распределение полного локального трения характеризуется коэффициентом $c_{f,\infty} = 2\tau_w / \rho_\infty v_\infty^2$. Для первой области ($1 < \xi \leq 5$) максимальное значение трения достигается при $\eta = 180^\circ$, т. е. на линии растекания на поверхности. При $\eta = 90^\circ$ имеется локальный максимум. С увеличением координаты ξ для области $6 \leq \xi \leq 10$ линия симметрии $\eta = 180^\circ$ является линией стекания, на ней реализуется локальный минимум трения. В этой области максимум трения достигается при $\eta \approx 90^\circ$. Максимальное значение полное локальное трение τ_w имеет на боковых кромках крыльев ($\xi \approx 17$). Изменения трения на крыльях в областях, близких к наветренной и подветренной линиям симметрии, незначительны.

Величина локального теплового потока на поверхности определяется числом Стантона $St_\infty = q_w / (H_w - H_*) \rho_\infty U_\infty$, кривые изменения которого в зависимости от η при различных значениях ξ из интервала $1 < \xi \leq 25$ для турбулентного режима течения приведены на фиг. 4: 1 — $\xi = 6$; 2 — $\xi = 12$; 3 — $\xi = 18$; 4 — $\xi = 21$. В первой области ($1 < \xi \leq 5$) максимальное значение теплового потока наблюдается, как и для полного трения, на линии растекания $\eta = 180^\circ$. При $\eta = 90^\circ$ имеется локальный максимум St_∞ . Во второй области ($6 \leq \xi \leq 10$) максимум теплового потока q_w достигается при $\eta = 90^\circ$ на боковой поверхности тела, минимальное значение число St_∞ имеет на линии стекания при $\eta = 180^\circ$ на подветренной стороне. На фиг. 5 приводятся распределения числа St_∞ в зависимости от продольной координаты ξ для различных значений η : 1 — $\eta = 0^\circ$; 2 — $\eta = 40^\circ$; 3 — $\eta = 80^\circ$; 4 — $\eta = 120^\circ$; 5 — $\eta = 180^\circ$. Максимальные значения теплового потока q_w на поверхности имеют место на боковой кромке ($\eta \approx 80^\circ$) в области начала крыльев. Здесь реализуется локальный максимум St_∞ . Кроме того, при удалении от боковой кромки ($\eta = 80^\circ$) уровень тепловых потоков q_w падает и величина локального максимума (при изменении ξ) уменьшается. На наветренной стороне тела тепловые потоки выше, чем на подветренной. Значения St_∞ резко падают при удалении от критической точки, за-

тем тепловые потоки несколько возрастают, но мало изменяются на наветренной стороне вблизи плоскости симметрии (кривая 1). На подветренной стороне кривые распределения St_∞ имеют локальный максимум вблизи кабины ($\xi \approx 5$). В области $\xi > 10$ на подветренной стороне тепловые потоки мало изменяются. С увеличением температурного фактора t_0 тепловые потоки к поверхности уменьшаются, но кривые распределения St_∞ от η остаются подобными.

В окрестности кабины летательного аппарата ($\xi \approx 5$) в меридиональной плоскости подветренной стороны ($\eta = 180^\circ$) давление резко возрастает, а затем убывает. Согласно численным расчетам невязкого поля течения [8], между внешней ударной волной и поверхностью тела при движении по радиальному направлению от поверхности к ударной волне сначала образуется волна сжатия, которая затем переходит в скачок уплотнения, пересекающий ударную волну. Возможно образование области взаимодействия падающего скачка уплотнения с пограничным слоем [9, 10], что может привести к утолщению пограничного слоя и усилению теплообмена к поверхности. Усиление теплообмена вследствие взаимодействия значительно интенсивнее при ламинарном режиме, чем при турбулентном. Это взаимодействие определяется различными параметрами. При значительной интенсивности падающего скачка уплотнения повышение давления может привести к отрыву потока. Проведенные расчеты пограничного слоя при ламинарном и турбулентном режимах течения показывают, что отрыва потока не возникает, но в ламинарном режиме локальный отрыв возможен при некоторых значениях определяющих параметров. Большое влияние на область отрыва оказывает конфигурация тела, в частности угол наклона кабины. Экспериментальные исследования [9, 10] показывают, что степень усиления теплообмена в области взаимодействия зависит от радиуса затупления. Затупление носовой части тела влияет на интенсивность вихревого течения, которое в случае затупленного тела выше, чем в случае заостренной носовой части. Искривление головной ударной волны оказывает влияние на возникновение неравномерности невязкого потока и образование тонкого энтропийного слоя в ряде областей течения. При больших значениях ξ возможно заметное его утоньшение и поглощение пограничным слоем, что приводит к необходимости учета неравномерности внешнего невязкого потока [11–13].

В области изменения кривизны передней кромки крыла ($\xi \approx 15$) в плоскости $\eta = 90^\circ$ взаимодействуют сверхзвуковые потоки, прошедшие над различными участками кромки. Поток сжимается, происходит резкое повышение давления. Затем давление ($\xi \approx 16$) выходит на плато и изменяется более равномерно. Для рассматриваемого тела изменение кривизны передней кромки плавное, поэтому в этой области зоны отрыва не возникают, но возможно образование зон повышенного теплообмена в месте взаимодействия головной ударной волны и скачка уплотнения и в области вниз по потоку. Вследствие этого необходимо допускать возможность локального усиления теплообмена на наветренной и подветренной сторонах тела при $\xi > 15$. Усиление теплообмена в этих областях зависит от многих факторов [9]: угла стреловидности передней кромки крыла, формы головной части и крыла, от наличия угловых точек и разрывов кривизны поверхности. Особенно эта зависимость существенна при малых числах Рейнольдса, соответствующих ламинарному режиму.

Представленные результаты численного исследования характеристик течения и теплообмена на теле сложной формы показывают сложный пространственный характер потоков в пограничном слое. Они позволяют проанализировать местоположение характерных областей в пограничном слое, линий стекания, растекания, отрыва потока, максимумов теплового потока к поверхности и определить характеристики полей скоростей и температуры в тех областях, где справедливы уравнения пограничного слоя.

Для более точного качественного и количественного описания особенностей течения и теплообмена в областях отрыва потока, взаимодействия ударных волн и скачков уплотнения с пограничным слоем необходимо, по-видимому, использовать более сложные модели переноса параметров вязкого газа и характеристик турбулентности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
2. Алексин В. А., Шевелев Ю. Д. Численное исследование пространственных турбулентных пограничных слоев. Метод расчета. Препринт № 147. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1980.
3. Ротта Ю. Х. Семейство моделей турбулентности для трехмерных пограничных слоев.— В сб.: Турбулентные сдвиговые течения. Т. 1. М.: Машиностроение, 1982, с. 279–290.
4. Алексин В. А., Совершенный В. Д. Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий.— В сб.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977, с. 55–63.
5. Алексин В. А., Шевелев Ю. Д. Пространственные турбулентные пограничные слои на биеллиптических телах, обтекаемых потоком сжимаемого газа под углом атаки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 2, с. 39–47.
6. Шевелев Ю. Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М.: Наука, 1977. 224 с.
7. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое.— В сб.: Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964, с. 304–325.
8. Сахаров В. И., Шевелев Ю. Д. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел сложной формы. Препринт № 116. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1978.
9. Боровой В. Я., Давлет-Кильдеев Р. З., Рыжкова М. В. Об особенностях теплообмена на поверхности некоторых несущих тел при больших сверхзвуковых скоростях.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1, с. 101–106.
10. Майкапар Г. И. Аэродинамическое нагревание подветренной стороны тела при сверхзвуковых скоростях.— Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6. с. 130–135.
11. Авдеевский В. С. Влияние кривизны ударной волны на теплообмен при трехмерном обтекании тел сверхзвуковым потоком.— В сб.: Исследование теплообмена в потоках жидкости и газа. М.: Машиностроение. 1965, с. 29–54.
12. Соколов Л. А. Поглощение энтропийного слоя вязким слоем.— Уч. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 5, с. 71–76.
13. Елькин Ю. Г., Ермак Ю. Н., Липатов И. И., Нейланд В. Я. Поглощение энтропийного слоя на затуленном конусе в гиперзвуковом потоке вязкого газа.— Уч. зап. ЦАГИ, 1983, т. 14, № 1, с. 18–25.

Москва

Поступила в редакцию
16.VII.1985