МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 • 1986

УДК 532.517.4.011

ОБТЕКАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА ДВИЖУЩЕЙСЯ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

МАКИН В. К.

Описывается численная модель обтекания турбулентным потоком воздуха криволинейной поверхности. Модель основана на двумерных нелинейных уравнениях Рейнольдса и уравнениях неразрывности, записанных в системе координат, связанной с профилем криволинейной поверхности. Напряжения Рейнольдса представляются в виде произведения изотропного коэффициента турбулентной вязкости, линейно возрастающего с высотой, и тензора деформации поля средней скорости. Имитируется обтекание неподвижной синусоидальной поверхности и синусоидальной гравитационной волны на воде. Получена структура волновых полей скорости и давления. Анализируются различия в обтекании неподвижной и подвижной поверхностей.

1. Постановка задачи. Рассматривается несжимаемый турбулентный поток воздуха в двумерной области $0<x<L$, $\eta(x, t)<z<h$, где x, z и t – декартовы координаты и время, L и h – длина и высота области, $\eta(x, t)$ – профиль криволинейной поверхности. Полные нелинейные уравнения Рейнольдса и уравнение неразрывности в системе координат (x, ξ), где $\xi=(z-\eta)/(h-\eta)$, записывается в виде

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial \xi}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial \xi}+A_{jm}\frac{\partial}{\partial x_m}(u_iu_j+\overline{u_i'u_j'})=-A_{im}\frac{\partial p}{\partial x_m} \tag{1.1}$$

$$A_{im}\frac{\partial u_i}{\partial x_m}=0 \tag{1.2}$$

где $i=1, 2$, и по повторяющимся индексам производится суммирование; $x_1=x$, $x_2=\xi$; $u_1=u$ и $u_2=w$ – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости; вместо полного давления P введено его отклонение от гидростатического p

$$p=\frac{P}{\rho}+g\int_{\xi}^{\xi_h}\left(\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)^{-1}d\xi$$

где ρ – плотность воздуха, g – ускорение свободного падения.

Матрица преобразования координат имеет вид

$$A=\begin{bmatrix}1 & -H^{-1}\dfrac{\partial}{\partial x}(\eta+\xi H)\\ 0 & H^{-1}\end{bmatrix},\quad H=h-\eta$$

Замыкание уравнений (1.1), (1.2) основано на традиционном подходе, разработанном для нестационарного и неоднородного пограничного слоя над плоской поверхностью [1]. Известно, что отклонение от автомодельной структуры в системе координат, связанной с поверхностью, является эффектом малых возмущений. В результате выбор моделей турбулентности различной степени сложности практически не влияет на воспроизводимые поля волновых флуктуаций скорости и давления. Это обстоятельство позволяет применять наиболее простую модель, в которой одноточечные моменты второго порядка представляются в виде произведения изотропного коэффициента турбулентной вязкости K и компонент тензора деформации поля скоростей [1]

$$\overline{u_i'u_j'} = \frac{2}{3} e\delta_{ij} - K\left(A_{jm}\frac{\partial u_i}{\partial x_m} + A_{im}\frac{\partial u_j}{\partial x_m}\right)$$

Предполагается, что K зависит от координаты ξ так же, как в автомодельном пограничном слое $K=v_*\varkappa\xi H$, где v_* — скорость трения, $\varkappa=0{,}4$ — постоянная Кармана. Конкретные значения кинетической энергии турбулентности e несущественны, так как уравнения (1.1) допускают переопределение давления по формуле $p=p+{}^2/_3e$. Этот метод замыкания уравнений проверялся воспроизведением результатов, полученных в [3, 4], где для замыкания использовалось полуэмпирическое уравнение эволюции энергии турбулентности с известными гипотезами Колмогорова. Сравнение показало практическое совпадение всех рассчитываемых характеристик пограничного слоя. Хорошее согласование этих расчетов с данными лабораторных измерений в пограничном слое над волнами [4] обосновывает возможность применения выписанной модели турбулентности для исследования обтекания криволинейных поверхностей.

На поверхности $\xi=0$ турбулентные потоки импульса определяются квадратичным законом локального трения (законом стенки), который в криволинейной системе координат имеет вид

$$A_{j3}\overline{u_i'u_j'} = -c_1|\Delta u|B_{ij}A_{j3} \qquad (\xi=0)$$
$$B_{ij}=\Delta(u_iA_{j3}+u_jA_{i3}), \qquad c_1=\varkappa^2[\ln(\xi^+H/z_0)]^{-2}$$

Здесь c_1 — коэффициент сопротивления, z_0 — параметр шероховатости, Δ — оператор, означающий разность величин на уровне ξ^+ и на самой поверхности.

2. Граничные и начальные условия; метод решения. На нижней и верхней границах области задаются значения компонент скорости

$$u_i=u_{i0} \quad (\xi=0), \quad u_1=\text{const}, \quad u_2=0 \quad (\xi=1) \tag{2.1}$$

При $t=0$ задаются профили скорости и давления

$$u(\xi)=\frac{v_*}{\varkappa}\ln\left(\frac{\xi h}{z_0}\right), \qquad w(\xi)=p(\xi)=0$$

Задача решается численно. Перепишем (1.1) в виде

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = F_i^l - A_{im}\frac{\partial p^{l+1}}{\partial x_m} \tag{2.2}$$

где в F_i включены члены, стоящие в левой части (1.1); l — номер временно́го шага. Дифференцируя (1.2) по времени и подставляя в (2.2), получим уравнение для определения давления p

$$A_{im}\frac{\partial}{\partial x_m}\left(A_{im}\frac{\partial p^{l+1}}{\partial x_m} - F_i^l + \frac{\partial u_i}{\partial t}\right) = 0 \tag{2.3}$$

Уравнение (2.3) решается методом последовательной верхней релаксации до заданной точности, определяемой выполнением уравнения неразрывности $A_{im}\partial u^{l+1}/\partial x_m=0$ (подробно вид разностной схемы см. в [2, 3]).

Ищется стационарное решение. Достижение стационарности определяется совпадением горизонтального потока импульса на нижней τ_0 и верхней τ_1 границах. Проинтегрированное по x уравнение (1.1) при $i=1$ в стационарном случае имеет вид

$$\tau=\tau^a+\tau^t+\tau^p=\text{const}$$

$$\begin{aligned} &\tau^a=-\rho\left\langle u\left[w-(1-\xi)\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}+u\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)\right]\right\rangle \\ &\tau^t=-\rho\left\langle \overline{u'w'}-\frac{\partial\eta}{\partial x}\overline{u'u'}(1-\xi)\right\rangle \\ &\tau^p=\left\langle \frac{\partial\eta}{\partial x}p(1-\xi)\right\rangle \end{aligned} \qquad (2.4)$$

где τ^a, τ^t и τ^p — потоки импульса за счет адвекции, напряжений Рейнольдса и поля давления; уголковые скобки означают осреднение по x.

На поверхности $\xi=0$ в силу граничных условий (2.1), а также (3.1), (3.2) $\tau^a=0$ и, следовательно,

$$\tau_0=-\rho\left\langle \overline{u'w_0'}-\frac{\partial\eta}{\partial x}\overline{u'u_0'}+\frac{\partial\eta}{\partial x}p_0\right\rangle \qquad (2.5)$$

На верхней границе $\xi=1$ в силу (2.1) $\tau^a=\tau^p=0$ и потому

$$\tau_1=-\rho\langle\overline{u'w_1'}\rangle=\rho v_{*1}^2$$

где v_{*1} — новое значение скорости трения. В расчетах совпадение τ_0 и τ_1 выполнялось с точностью до 2%.

3. Численный эксперимент. Целью эксперимента являлось исследование различия обтекания неподвижной и подвижной поверхностей одинаковой геометрии и связи распределений волновых характеристик воздушного потока вблизи поверхности по вертикальной декартовой координате $z'=z/h$ и вертикальной координате ξ (см. также [4, 5]).

Рассматривались два варианта.

I. Неподвижная криволинейная поверхность

$$\eta(x)=a\cos(kx), \quad u_0=w_0=0 \qquad (3.1)$$

где a — амплитуда, $k=2\pi/L$ — волновое число.

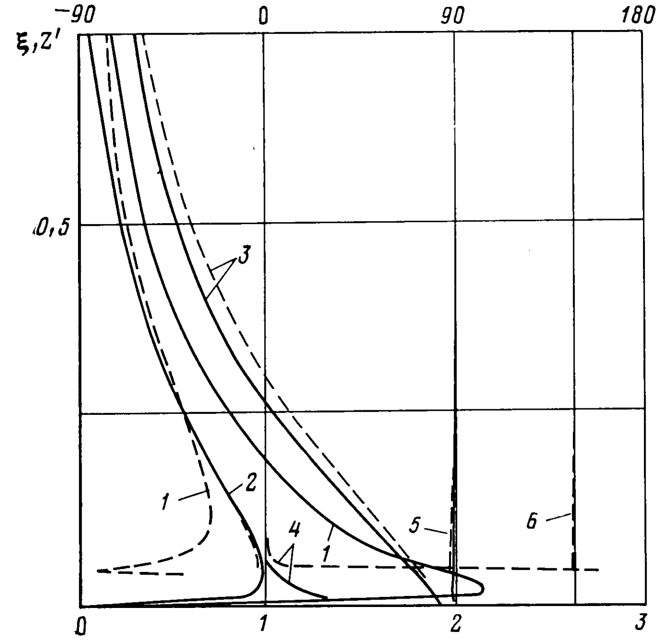
II. Подвижная поверхность, моделирующая ветровую гравитационную волну на воде

$$\begin{aligned} &\eta(x,t)=a\cos\varphi, \quad u_0=a\omega\cos\varphi, \quad w_0=a\omega\sin\varphi \\ &\varphi=kx-\omega t, \quad \omega^2=gk, \quad \frac{\partial\eta}{\partial t}=w_0-\frac{\partial\eta}{\partial x}u_0+O(ak)^2 \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Здесь последнее уравнение — кинематическое условие на поверхности, ω — частота, $\omega/k=c$ — фазовая скорость. Отношение характерного времени подстройки пограничного слоя к волнам к характерному времени развития ветровых волн составляет 0,01 [2]. Таким образом, поле скоростей ветра в среднем всегда соответствует состоянию поверхности на любой стадии развития волн. Этот факт позволяет для исследования пограничного слоя над волнами на данной стадии их развития, характеризуемой отношением v_*/c, использовать «замороженный» волновой профиль (с постоянной во времени амплитудой a) и искать стационарное решение задачи.

Для этого используется замена переменных $x'=x-ct$ и $\xi'=\ln(\xi/\xi_0+1)$, позволяющая исключить из (1.1) производные по времени и сгущающая сетку с приближением к поверхности, где формируются поверхностные потоки импульса и энергии (ξ_0 — параметр разрежения). Параметры поверхности и пограничного слоя имеют следующие значения: $a=6\cdot10^{-3}$ м, $c=0,8$ м/с, $L=0,4$ м, $v_*=0,08$ м/с, $z_0=4,4\cdot10^{-5}$ м, $h=0,2$ м.

На фиг. 1 (неподвижная поверхность) и 2 (подвижная поверхность) показаны распределение по высоте в координатах z' (пунктирные линии) и ξ (сплошные линии) амплитуд и фаз волновых составляющих компонент скорости и давления. На нижней оси отложены нормированные амплитуды продольной скорости u/v_* (кривые *1*), вертикальной скорости w/v_* (кривые *2*), давления $mp/\rho v_*^2$ (кривые *3*). Масштабный коэффициент m на фиг. 1 равен 0,1, на фиг. 2 — 0,5. На верхней оси отложены значения фаз в градусах. Кривые *4*, *5*, *6* соответствуют фазам продольной и вертикальной скоростей и фазе давления. Характерной особенностью является совпадение распределений амплитуд и фаз вертикальной составляющей скорости и давления в координатах z' и ξ. Этот факт позволяет



Фиг. 1

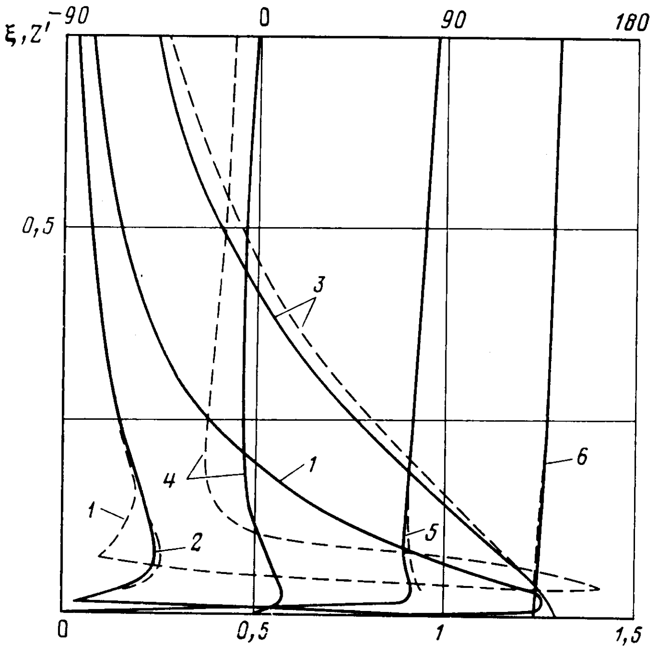
для получения экспериментальных поверхностных значений указанных характеристик над волнистой поверхностью проводить измерения в декартовой системе координат, используя неподвижные относительно уровня $z=0$ приборы, с экстраполяцией результатов на уровень $\xi=0$. Распределение амплитуд горизонтальной волновой составляющей скорости характеризуется наличием резко выраженного максимума по ξ и минимума по z'; последний связан с переходом фазы возмущений через 90°.

В случае распространения гравитационной волны отмечается наличие минимума в распределении амплитуд вертикальной составляющей скорости по координате z', отсутствующего в другом варианте. Количественные значения рассматриваемых характеристик в обоих вариантах различны.

При обтекании криволинейной поверхности создается сопротивление, создаваемое касательными напряжениями Рейнольдса и корреляцией поверхностного давления с наклоном поверхности (см. формулу (2.5)); последнее известно как сопротивление формы и отсутствует при обтекании плоской поверхности. Коэффициент сопротивления формы τ_0^p/τ_0, где τ_0^p и τ_0 определяются соотношениями (2.4), (2.5) на $\xi=0$, составляет в расчетах соответственно 10 и 6%. Проинтегрируем уравнение (1.1) при $i=1$ по x и ξ

$$\int_0^1 \frac{\partial}{\partial t}\langle uH\rangle d\xi=\tau_1-\tau_0^t-\tau_0^p$$

При обтекании плоской поверхности $\tau_0^p=0$, $\tau_1=\tau_0^t=\rho v_*^2$. При обтекании криволинейной поверхности возникает сопротивление формы, определяемое членом $\tau_0^p>0$, что ведет к уменьшению средней скорости и увеличению τ_1. Коэффициент сопротивления пограничного слоя $\tau_1/\rho u_1^2$ при обтекании криволинейной поверхности больше, чем при обтекании плоской поверхности; в расчетах превышение составляет соответственно 8 и 4%.



Фиг. 2

В случае движения поверхности $u_{i0}=u_{i0}(x,\ t)$ к ней направлен поток энергии

$$\Pi=-\left\langle p_0\frac{\partial\eta}{\partial t}\right\rangle+\left\langle \tau_0^t\left(u_0-w_0\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)\right\rangle \qquad (3.3)$$

Основная часть потока энергии определяется первым членом справа в (3.3) и составляет от Π около 90%. Поток энергии Π составляет от потока энергии на верхней границе пограничного слоя $\tau_1 u_1$ около 4%, однако именно за счет него происходит рост ветровых гравитационных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
2. *Chalikov D. V.* The numerical simulation of wind-wave interaction.– J. Fluid Mech., 1978, v. 87, pt 3, p. 561–582.
3. *Макин В. К.* Поле ветра над волнами.– Океанология, 1979, т. 19, № 2, с. 206–212.
4. *Макин В. К., Чаликов Д. В.* Численное моделирование структуры воздушного потока над волнами.– Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, № 3, с. 292–299.
5. *Макин В. К., Панченко Е. Г.* Распределение приповерхностного давления на волнистой поверхности.– Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1983, т. 19, № 10, с. 1098–1101.

Ленинград

Поступила в редакцию
18.II.1985