

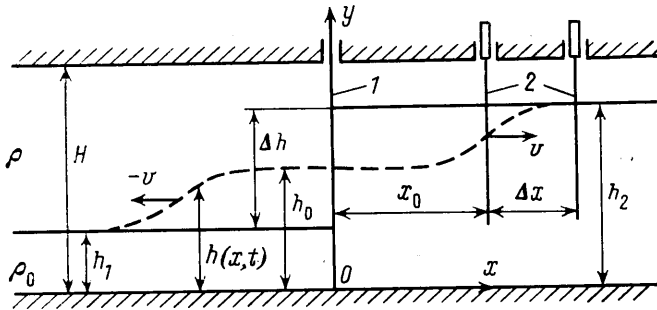
НОВЫЙ ТИП ПЛОСКИХ СТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

АГЕЕВ В. А., БУКРЕЕВ В. И., ГАВРИЛОВ Н. В.

В [1] в рамках второго приближения теории мелкой воды для невязкой двух-слойной жидкости предсказана возможность существования особого типа плоских волн, характеризующихся плавным монотонным переходом уровня границы раздела с одного постоянного значения на другое и распространяющихся с постоянной скоростью без изменения своего профиля. В данной работе экспериментально реализованы такие волны и дано сравнение их параметров с теоретическими.

Схема экспериментальной установки, на которой реализовались упомянутые волны типа плавного бора, представляла собой закрытую по торцам трубу из оргстекла квадратного поперечного сечения 6×6 см² длиной 330 см (фиг. 1). В середине трубы располагалась тонкая перегородка 1, которая могла мгновенно удаляться. Труба устанавливалась горизонтально и полностью заполнялась слоями воды и керосина таким образом, что на перегородке создавался заданный перепад уровней границы раздела $\Delta h = h_2 - h_1$. Плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см³, ее кинематический коэффициент вязкости $\nu_0 = 0,0108$ см²/с; для керосина $\rho = 0,8$ г/см³ и $\nu = 0,0162$ см²/с. Коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела $\sigma = 34$ дин/см. Изучались волны, возникающие при удалении перегородки.

На фиг. 1 указана неподвижная система координат и поясняются используемые ниже обозначения (v — фазовая скорость распространения волн). Цифрой 2 помечены неподвижные волномеры. Их воспринимающий элемент представлял собой две вертикальные позолоченные медные проволочки диаметром 0,2 мм, разнесенные вдоль фронта волны на 1 см. Принцип преобразования колебаний границы раздела в электрический сигнал основывался на том, что вода (особенно слегка подсоленная) — хороший проводник, а керосин — диэлектрик. Соответствующая аппаратура, характе-



Фиг. 1

ристики которой приведены в [2], создана Е. И. Хахилевым и В. В. Зыковым. Она удовлетворяла требованиям к чувствительности и пространственно-временной разрешающей способности в данных опытах.

Существенными размерными параметрами задачи являются (см. фиг. 1): H , h_1 , h_2 , L , B , ρ_0 , ρ , ν_0 , ν , σ , g , где H — высота, L — длина, B — ширина канала, g — ускорение силы тяжести. Из них можно составить восемь независимых безразмерных комплексов:

$$\eta_1 = \frac{h_1}{H}, \quad \eta_2 = \frac{h_2}{H}, \quad \lambda = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \frac{L}{H}, \quad \frac{B}{H}$$

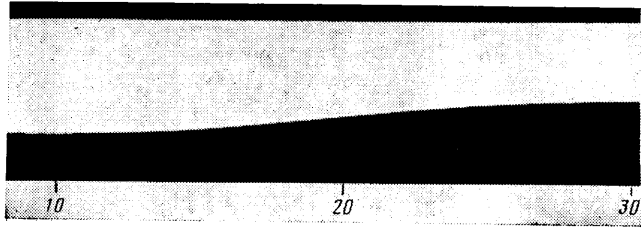
$$Re_1 = \frac{\Delta h \sqrt{2\mu g \Delta h}}{\nu_0}, \quad Re_2 = \frac{\nu_0 Re_1}{\nu}, \quad W = \frac{\sigma}{\mu g \rho_0 \Delta h^2}$$

где $\mu = 1 - \lambda$. Решения, полученные в [1], относятся к асимптотическим условиям: $(L/H, B/H) \rightarrow \infty$, $(1/Re_1, 1/Re_2, W) \rightarrow 0$. В опытах такая асимптотика выполняется лишь приближенно, и необходимо обсудить возможные последствия такого несоответствия с теорией.

Учитывая конечную скорость распространения волн, указанную асимптотику по параметру L/H можно соблюсти, если изучать волны лишь на ограниченном интервале времени, когда еще нет их отражения от торцевых стенок канала. Это усло-

вие выполнялось в опытах. Конечное значение V/H приводит к искажению плоского фронта волн, но в опытах это имело место лишь в очень тонком слое у боковых стенок. Более существенным был вклад трения о боковые стенки канала в суммарные потери энергии из-за вязкости. Этот эффект может быть отнесен за счет влияния параметров Re_1 и Re_2 , конечное значение которых в опытах было основным и неустрашим отличием от теории [1]. Влияние вязкости на волны будет обсуждаться дополнительно.

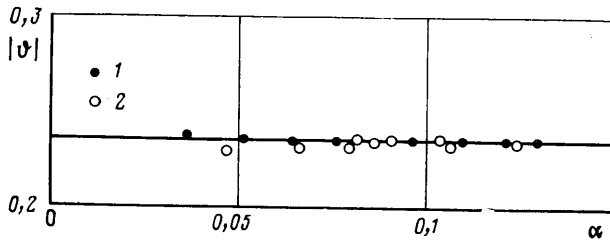
Поверхностное натяжение на границе раздела (параметр W) играло важную положительную роль. Во-первых, оно обеспечивало резкий скачок плотности между слоями, идеально согласующийся с теоретической моделью. Во-вторых, оно эффективно подавляло неустойчивость Кельвина – Гельмгольца [3] (для воды и керосина – до разности скоростей между слоями около 19 см/с при 20° С), что устраивало



Фиг. 2

логическое противоречие теоретических моделей, в которых допускается скольжение слоев друг относительно друга, хотя такая схема при отсутствии поверхностного натяжения абсолютно неустойчива. В-третьих, поверхностное натяжение быстро гасило нежелательные коротковолновые возмущения границы раздела, возникавшие при удалении перегородки. В то же время влияние конечного значения W на изучаемые длинные волны было пренебрежимо малым.

В опытах варьировались параметры η_1 и η_2 . При этом наблюдались различные волны: «классический» гидравлический прыжок с вальцом в его головной части, так называемый прыжок-волна, а также гладкие монотонные переходы уровня границы



Фиг. 3

раздела с одного постоянного значения на другое. В случае смешивающихся жидкостей некоторые из этих волн изучались, например, в [4].

Гладкие монотонные переходы ранее были известны на свободной поверхности потока однородной жидкости – так называемые моноклинные волны [5]. Объектом анализа в данной работе является другой тип гладких переходов: предсказываемая моделью [1] боры. Их идентификация в опытах осуществлялась по четырем признакам. Во-первых, такой бор может образоваться только при строго определенных условиях; в рассматриваемой здесь постановке задачи – только при единственном значении $\eta_0 = (\eta_1 + \eta_2)/2$, по теории [1] – при $\eta_0 = 1/(1 + \sqrt{\lambda}) = 0,528$. Еще два признака, по которым выделялись боры, – их профиль и скорость распространения v . Кроме того, проверялось положение теории о независимости фазовой скорости бора от его амплитуды, которая в данном случае определялась по времени перемещения характерной точки

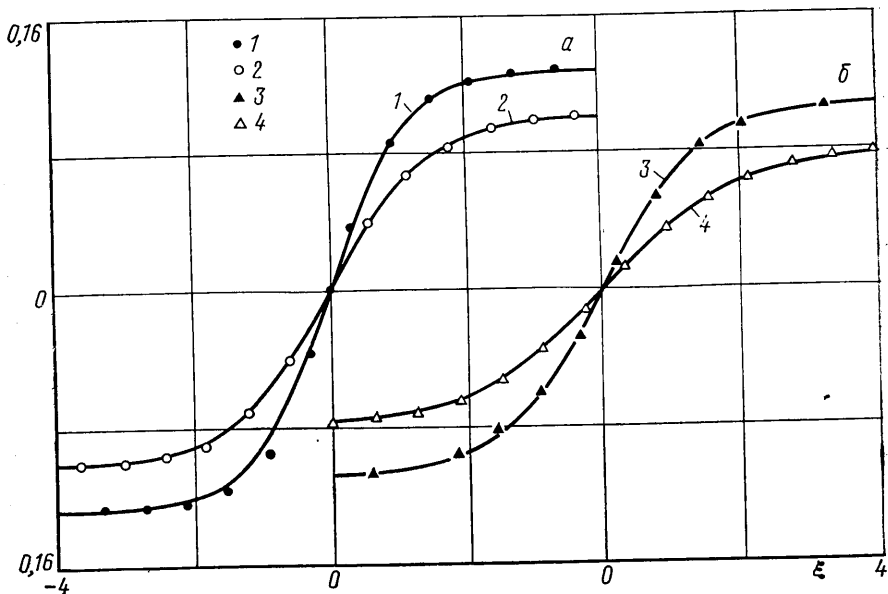
профиля $\eta_i^* = (\eta_i + \eta_0)/2$ на фиксированное расстояние $\Delta x = 25$ см. Профилем волны называется здесь функция $h(x, t)$, в которой h – текущее значение глубины нижнего слоя, t – время. Согласно теории, бор относится к числу стационарных волн, когда $h(x, t) = h(x \pm vt)$, $v = \text{const}$, и в системе координат, движущейся со скоростью v , его профиль неизменен.

Один из существенных эффектов вязкости состоит в том, что в канале с горизонтальным дном реализовать стационарные свободные волны в реальных условиях

в принципе невозможно. Они постепенно вырождаются из-за вязкости, и речь может идти только о приближенной их стационарности на ограниченном интервале времени. Другой эффект вязкости состоит в том, что боры в опытах действительно реализуются только при одном строго определенном значении η_0 , но несколько ином, чем дает теория. На больших временах вязкость превращает боры (в сочетании с дисперсией) в цуг знакопеременных волн.

На фиг. 2 приведена фотография волны, которая по указанным признакам сопоставлялась с теоретическим бором. Это волна повышения уровня, распространяющаяся в схеме на фиг. 1 влево от перегородки.

На фиг. 3 сопоставляются расчетные и экспериментальные данные о скорости распространения таких волн, а также проверяется предсказание теории о независимости этой скорости от амплитуды α . По оси ординат отложен модуль безразмерной скорости $|\Phi| = v/\sqrt{gH}$. Точки 1 относятся к волнам повышения уровня, точки 2 — к волнам понижения уровня. В условиях опытов теоретическое значение $|\Phi| = \sqrt{\mu/(1+\sqrt{\lambda})} = 0,236$, и, как видно из фиг. 3, оно подтвердилось с хорошей точностью.



Фиг. 4

На фиг. 4–5 приведены типичные результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных по профилю бора. Используются системы координат, связанные со средними точками боров, так что $\xi = [(x-x_0) \pm v(t-t_0)]/H$, $\xi = \eta - \eta_i^*$, x_0 — координата волномера в неподвижной системе, t_0 — момент регистрации им глубины η_i^* . Знак плюс относится к волнам, распространявшимся влево от перегородки, $\eta = h/H$.

Согласно [1], профиль бора определяется уравнением (1), имеющим приближенное решение (2)

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{(\eta - \eta_i)(\eta - \eta_0)}{\sqrt{c_1(c_2 - \eta)}} \quad (1)$$

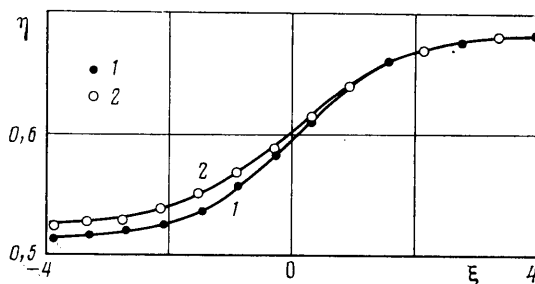
$$\eta = \eta_i^* + \alpha \operatorname{th} k \xi \quad (2)$$

где c_1 , c_2 и k — константы, значения которых однозначно определяются параметрами λ , η_1 , η_2 [1]. Формула (2) получается в том случае, если знаменатель в подкоренном выражении (1) заменить константой $c_1(c_2 - \eta_i^*)$. В частном случае $\eta_1 + \eta_0 = 1$ (2) является точным решением (1). В общем случае (1) имеет точное решение в элементарных функциях [6], но оно достаточно громоздкое, и теоретические кривые на фиг. 4–5 получены численным решением (1). Расчеты показали также, что в условиях опытов приближенная формула (2) давала результаты, отличающиеся от точных не более чем на 4,5%.

На фиг. 4, а приведены два бора в виде волны повышения уровня (в схеме на фиг. 1 распространяются влево). Расчетная кривая и экспериментальные точки, помеченные цифрой 1, получены при $\eta_1 = 0,258$, $\eta_0 = 0,514$, а кривая и точки 2 — при $\eta_1 = 0,339$, $\eta_0 = 0,541$. Полезно сопоставить эти значения η_0 с указанной ранее теоретической величиной. На фиг. 4, б аналогичное сопоставление выполнено для волн

понижения уровня, распространявшихся вправо от перегородки. Данным, помеченным цифрой 3, соответствует $\eta_2=0,740$, $\eta_0=0,524$, а цифрой 4 — $\eta_2=0,681$, $\eta_0=0,523$. Экспериментальные профили зарегистрированы волномерами, расположенными на расстоянии от перегородки $|x_0|/H=12$. Здесь имеет место очень хорошее совпадение с теорией.

Некоторая информация о том, как происходит дальнейшая эволюция рассматриваемых волн в вязкой жидкости, содержится на фиг. 5, где в отличие от предыдущих графиков по оси ординат отложена величина η и приведена одна и та же волна понижения уровня, зарегистрированная двумя датчиками: при $|x_0|/H=12$ и 16,2 (кривые и точки 1 и 2 соответственно). Значение $\eta_2=0,681$. Вязкость приводит к тому, что глубина нижнего слоя за волной медленно растет. Но если при расчетах использовать экспериментальное значение этой глубины непосредственно после прохождения волны (как это сделано на фиг. 5), то модель [1] продолжает хорошо описывать ее го-



Фиг. 5

ловную часть. При этом следует отметить, что в данных опытах влияние вязкости было весьма значительным.

В заключение приводится замечание терминологического характера. Ранее понятие «бор» использовалось для прерывных волн повышения уровня на свободной поверхности однородной по плотности жидкости [5, с. 342, 356 и др.]. Такой бор соответствует разрывным решениям уравнений первого приближения теории мелкой воды и имеет в реальных условиях валец в своей головной части. Предсказанные в [1] волны нового типа имеют с такими борами лишь один общий признак: переход уровня с одного постоянного значения на другое. Но это очень длинные и пологие волны, поэтому их целесообразно называть плавными борами.

Рассматриваемые плавные боры следует отличать и от похожих на них моноклиналных волн [5] хотя бы потому, что последние описываются в рамках первого, а не второго приближения теории мелкой воды и существенную роль в их формировании играют вязкость жидкости и уклон дна канала.

Авторы благодарят Л. В. Овсянникова, исследования которого еще до публикации их результатов стимулировали и направляли проведение данных опытов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Овсянников Л. В., Макаренко Н. И., Налимов В. И. и др. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск, Наука, 1985. 320 с.
2. Букреев В. И., Гаврилов Н. В., Знобищев К. Р. Экспериментальное исследование волн в двухслойной жидкости со сдвигом скорости между слоями. — В сб.: Задачи гидродинамики со свободными границами. (Динамика сплошной среды. Вып. 64.) Новосибирск, 1984, с. 3–10.
3. Thorpe S. A. Experiments on the instability of stratified shear flows: immiscible fluids. — J. Fluid Mech., 1969, v. 39, № 1, p. 25–48.
4. Wood I. R., Simpson J. E. Jumps in layered miscible fluids. — J. Fluid Mech., 1984, v. 140, p. 329–342.
5. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 617 с.
6. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1966. 228 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию
8.VI.1985