

более представительную оценку зависимости $Re_c^*(\gamma)$, нечувствительную, как оказалось, к радиальному расходу в исследованном диапазоне значений ϵ_e . Отметим, что эксперименты с датчиком, расположенным на $r_p' = 0,91$, дали аналогичные результаты, не изменившие положение нижней границы полосы разброса $Re_c(\epsilon_e, \gamma)$.

При $\gamma > 250$ переход к турбулентному режиму исследовался только в слое у вращающегося диска, где конвективный перенос возмущений направлен в сторону больших значений Re^* . Значения $Re_c^* = \omega_c r_p h / \nu$, отмечающие завершение перехода, показаны в правой части фиг. 5 точками $1'-7'$, из которых первые шесть номеров соответствуют значениям ϵ_e , указанным ранее для точек $1-6$, а для $7'$ $\epsilon_e = -10,8$ ($\epsilon_p = -20,8$). Видно, что и в данном случае влияние радиального расхода оказывается несущественным, точки для разных ϵ_e группируются вокруг прямой δ , аппроксимирующей результаты [9] для $Q=0$.

В практическом отношении экспериментальные точки в правой части фиг. 5 и нижнюю границу полосы значений Re_c в левой части можно рассматривать как определяющую единую зависимость $Re_c^*(\gamma)$, предназначенную для выяснения режима движения у вращающегося диска на заданном радиусе. Изменение Re_c^* при $\gamma \geq 10$ хорошо аппроксимируется зависимостью $Re_c^* = \text{const } \gamma^{1/2}$, близкой к прямой δ на фиг. 5. Переходя к величине $Re_c^{**} = \omega_c r^2 / \nu = (Re_c^*)^2 / \gamma$, получим $Re_c^{**} = (2,5-2,7) \cdot 10^5$.

В [11] приводятся подробные результаты измерений коэффициента сопротивления C_m вращению диска вблизи параллельной неподвижной стенки при наличии и отсутствии радиального расхода. Зависимости C_m от $Re_c^{**} = \omega_c r^2 / \nu$ для всех значений относительной ширины зазора и расходного параметра имеют заметный, а при $\delta = O(10^{-2})$ сильный изгиб в диапазоне $Re_c^{**} = (2,5-4) \cdot 10^5$. Этот изгиб естественно связать с турбулизацией потока и как следствие констатировать, что данные [11] хорошо согласуются с полученным выше значением Re_c^{**} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Kreith F., Viviand H. Laminar source flow between two parallel coaxial disks rotating at different speeds.— Trans. ASME, ser. E. J. Appl. Mech., 1967, v. 34, № 3, p. 541—549.
2. Match L., Rice W. An asymptotic solution for laminar flow of an incompressible fluid between rotating disks.— Trans. ASME, ser. E, J. Appl. Mech., 1968, v. 35, № 3, p. 300—310.
3. Adams M. L., Szeri A. Z. Flow of incompressible fluid between finite disks.— Trans. ASME, ser. E, J. App. Mech., 1982, v. 49, № 1, p. 1—9.
4. Саньков П. И., Смирнов Е. М. Асимптотическое решение уравнений Навье — Стокса для задачи о радиальном течении жидкости в зазоре, образованном двумя вращающимися дисками.— ПМТФ, 1983, № 1, с. 10—15.
5. Bayley F. J., Owen J. M. Flow between a rotating and stationary disc.— Aeronaut. Quarterly, 1969, v. 20, № 4, p. 333—354.
6. Piesche M., Felsch K. O. Über die drallbehaftete Strömung und Wärmeübertragung in Radialdiffusor.— Strömungsmech. und Strömungsmach., 1981, № 29, S. 47—64.
7. Wimmer M. Die zähe Strömung im Spalt zwischen einer rotierenden Scheibe und einem ruhenden Gehäuse.— Z. angew. Math. und Mech., 1978, № 7, B. 58, S. 350—353.
8. Szeri A. Z., Giron A., Schneider S. J., Kaufman H. N. Flow between rotating disks. Pt 2. Stability.— J. Fluid Mech., 1983, v. 134, p. 133—154.
9. Саньков П. И., Смирнов Е. М. Бифуркации и переход к турбулентности в зазоре между вращающимися и неподвижным параллельными дисками.— Изв. АН СССР. МЖТ, 1984, № 5, с. 28—36.
10. Kreith F. Reverse transition in radial source flow between two parallel planes.— Phys. Fluids, 1965, v. 8, № 6, p. 1189—1193.
11. Иго, Ямада. Влияние радиального расхода на момент сопротивления диска, вращающегося в кожухе.— Нагоя коге дайгаку гакуха, 1974, т. 26, с. 315—322.

Ленинград

Поступила в редакцию
3.IV.1985

УДК 532.525.2

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ПРЕГРАДОЙ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

ДЕРБЕНЕВА Л. И., КУРШАКОВ М. Ю., ТИЛЛЯЕВА Н. И., ПИШКИН Ю. Н.

С выделением границы струи и центрального скачка уплотнения решена задача взаимодействия осесимметричной сверхзвуковой струи с ограниченной преградой в затопленном пространстве. Зона отрыва потока моделируется в рамках уравнений Эйлера введением области с заданным постоянным давлением. Ее граница опреде-

ляется в процессе установления решения по времени с использованием известного критерия отрыва турбулентного пограничного слоя при его взаимодействии со скачком уплотнения. Приводится сравнение полученных численных результатов с данными эксперимента.

1. Рассмотрим задачу взаимодействия сверхзвуковой струи с преградой, например сферой или затупленным по сфере цилиндром, поперечный размер которой сравним с радиусом струи. Большинство существующих численных методов решения подобных задач (см., например, [1–6] и цитированную в них литературу) основаны на размазывании имеющихся в поле течения разрывов. Такой подход, будучи простым в реализации, несомненно обладает довольно низкой разрешающей способностью и не может обеспечить достаточно высокую точность расчета стационарных характеристик течения.

Для случая, когда область заторможенного до дозвука в результате соударения с преградой газа локализована в ядре потока, т. е. звуковая линия не попадает на границу струи, аккуратные расчеты двумерного, а также пространственного взаимодействия осесимметричной струи с преградой с выделением центрального скачка уплотнения выполнены в [7, 8]. Граница струи при этом оказывается вне пределов расчетной области и ее взаимодействие со скачком уплотнения не рассматривается. Выделение границы струи с условием заданного постоянного давления по ней было реализовано для случая бесконечной преграды в [9, 10]. Такой прием позволяет существенно уменьшить расчетную область, исключив из нее «внешнюю» часть струи, и повысить точность расчетов. Центральный скачок уплотнения, взаимодействующий с границей струи, в [9, 10] не выделялся.

Следующим естественным шагом в направлении повышения эффективности численного метода применительно к рассматриваемой задаче является выделение центрального скачка уплотнения, отделяющего область возмущенного наличием преграды течения от набегающей невозмущенной чисто сверхзвуковой струи. Расчет последней может быть выполнен по маршевой схеме, требующей значительно меньших затрат времени, чем методы расчета смешанных течений. Указанная схема расчета с выделением границы струи и взаимодействующего с ней центрального скачка уплотнения применяется в настоящей работе.

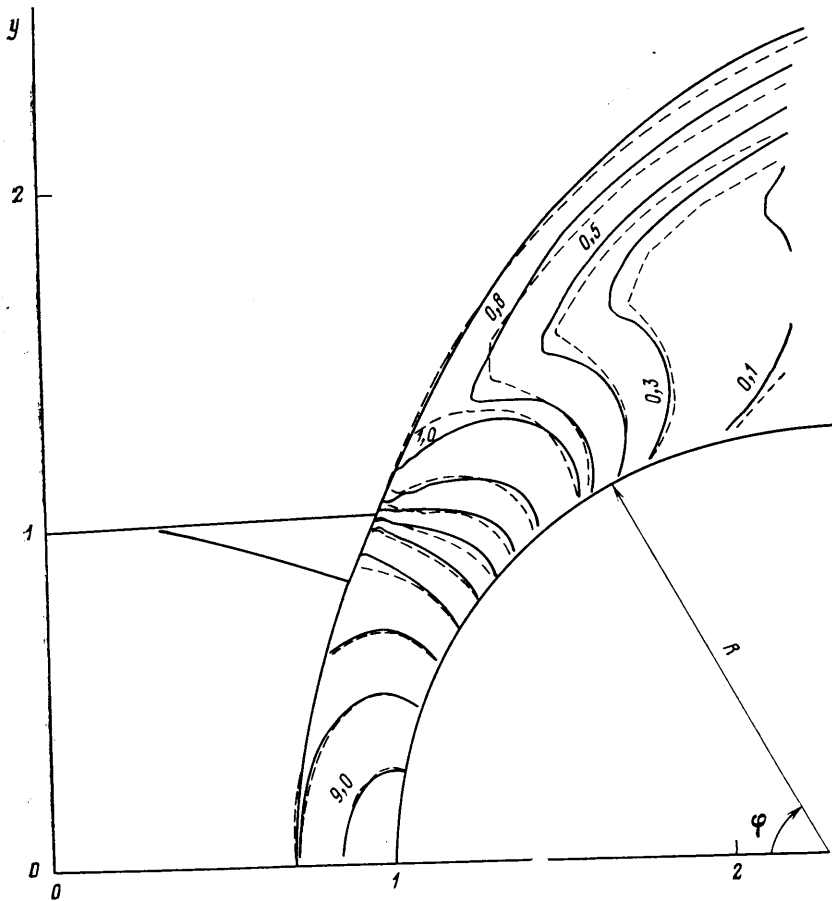
Выделение границы струи со стационарными граничными условиями на ней исключает возможность передачи акустических возмущений вверх по потоку через окружающее затопленное пространство. Между тем одним из возможных механизмов возбуждения нестационарных колебаний струй при их взаимодействии с преградами является обратная связь, осуществляемая путем передачи акустических волн вверх по потоку через окружающее пространство [11]. Если последнее утверждение справедливо, то принятая схема расчета, обеспечивая хорошую разрешающую способность метода и высокую точность определения стационарных характеристик течения, оказывается в то же время неприменимой для моделирования и диагностики нестационарных режимов.

В качестве маршевой схемы для расчета невозмущенной сверхзвуковой струи используется стационарный аналог схемы С. К. Годунова [12]. В соответствующей программе, любезно предоставленной авторам М. Я. Ивановым, образующийся висячий скачок уплотнения считается сквозным способом, без выделения. Полученное из расчета поле параметров в сверхзвуковой струе запоминается и используется в дальнейшем при расчете течения в возмущенной области для формирования граничных условий перед фронтом перемещающегося в процессе установления центрального скачка. Для уменьшения объема хранимой информации поле параметров струи запоминается в узлах сетки значительно более редкой, чем расчетная сетка, а параметры в любой промежуточной точке находятся с помощью интерполяции. Чтобы такое прореживание не привело к дополнительному размазыванию висячего скачка, необходимо исключить возможность сквозной интерполяции через его фронт. С этой целью по результатам сквозного счета определялось и запоминалось положение висячего скачка как геометрическое место точек, соответствующих максимальному поперечному положительному градиенту давления, и при интерполяции параметров в любой точке использовались узлы, расположенные по одну сторону от фронта висячего скачка.

Наиболее трудоемким в рассматриваемой задаче является расчет области возмущенного преградой смешанного течения, ограниченной центральным скачком уплотнения и расположенным за точкой взаимодействия с этим скачком участком границы струи. Для расчета указанной области применяется метод установления с использованием конечно-разностной схемы С. К. Годунова – В. П. Колгана [13–15]. Как и схема Годунова, указанная схема является монотонной, что в условиях данной задачи существенно, поскольку расчетная область содержит разрывы газодинамических параметров (тангенциальный разрыв, исходящий из точки взаимодействия висячего и центрального скачков уплотнения, а также вновь зарождающийся внутренних висячий скачок). В задачах установления и при использовании регулярных (т. е. равномерных, гладких) расчетных сеток схема Годунова – Колгана обеспечивает второй порядок аппроксимации на гладких решениях и сохраняет аппроксимацию, хотя и первого порядка, даже при использовании нерегулярных сеток. Отметим, что почти все известные схемы, за исключением метода конечных элементов, указанным

свойством не обладают и на неравномерных сетках с изломами сеточных линий теряют аппроксимацию.

При выделении центрального скачка уплотнения, взаимодействующего с вихрем скачком и с границей струи, используется алгоритм, основанный на аналогии с принципом Гюйгенса, применяемым в оптике и акустике для описания распространения волновых фронтов. Указанный алгоритм обеспечивает самостабилизацию конструируемого фронта [16]. Основа алгоритма выделения границы струи состоит в том, что смещение центральной точки элемента границы, заключенного между двумя сеточными узлами, приписывается узлу, расположенному вниз по течению.



Фиг. 1

Укажем, что принятый в работе способ реализации граничных условий обеспечивает первый порядок аппроксимации уравнений течения на границах области.

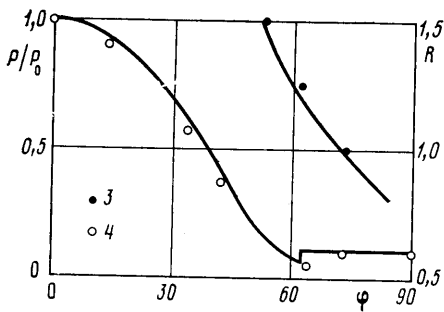
С использованием приведенной расчетной схемы были выполнены многочисленные расчеты обтекания осесимметричных конфигураций, в том числе и с протоком, которые подтвердили хорошую работоспособность разработанных алгоритмов.

2. Важной особенностью рассматриваемой задачи, по крайней мере в случаях, когда размер струи близок или меньше поперечного размера тела, является возникновение у его поверхности отрывной зоны, давление в которой p_0 близко к давлению в затопленном пространстве. Существование такой зоны, кстати, наблюдающейся в экспериментах, можно предсказать и на основе расчетов, в которых первоначально принималась схема безотрывного обтекания. В этом случае, во-первых, на боковой поверхности сферы или цилиндра получается столь большое разрежение, что почти весь газ течет в слое, примыкающем к границе струи. Во-вторых, достаточно далеко вниз по потоку из-за уменьшения (в силу осевой симметрии) толщины струи давление должно приближаться к давлению в окружающем пространстве. Если даже соответствующее повышение давления в модели идеального газа и можно реализо-

вать при безотрывном течении, то наличие эффектов вязкости обесценивает подобную возможность.

По этой причине в рамках идеального газа была принята схема обтекания с отрывной зоной, примыкающей к боковой поверхности тела. Давление p_s в этой зоне полагалось равным давлению в окружающем затопленном пространстве, что для отрывной зоны достаточно большой протяженности представляется вполне разумным. Положение начальной точки в соответствии со сказанным выше должно определяться вязкими эффектами — отрывом пограничного слоя, индуцированным повышением давления первоначально перерасширившегося у поверхности тела сверхзвукового потока. Принималось, что указанное повышение давления происходит в скачке уплотнения, который выходит из точки отрыва и имеет интенсивность, в точности необходимую для отрыва пограничного слоя. Для турбулентного пограничного слоя перепад давления в таком скачке, называемый критическим перепадом [17], есть функция показателя адиабаты газа κ и числа Маха M перед скачком:

$$p_s/p_\infty = 1 + 0,2\kappa M^2 / (M^2 - 1)^{1/2}$$



Фиг. 2

Начало зоны отрыва определялось из расчета безотрывного обтекания сферы, как та точка на ее поверхности, параметры в которой удовлетворяют соотношению для критического перепада. Из найденной точки выпускается поверхность тангенциального разрыва — внутренняя граница струи — и производится ее повторный расчет. Как видно из дальнейшего, принятая схема течения неплохо согласуется с экспериментальными данными.

Точность получаемых результатов и справедливость принятой схемы обтекания подтверждались, во-первых, сопоставлением расчетных данных при разном числе расчетных ячеек, во-вторых, сравнением их с известными численными решениями для сферы, обтекаемой безграничным сверхзвуковым потоком [18], в-третьих, непосредственным сравнением с экспериментальными данными.

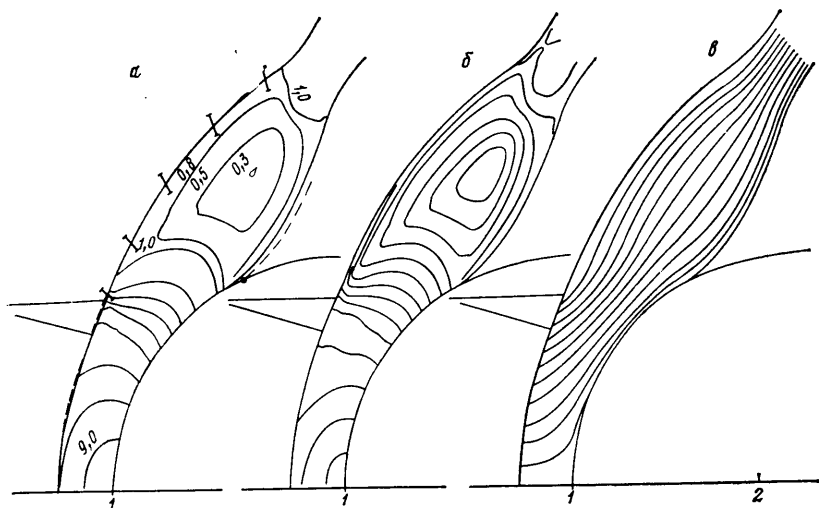
На фиг. 1 представлены результаты расчета безотрывного обтекания струей идеального газа, истекающей из сопла с постоянным по сечению числом Маха на срезе $M=2,46$, при степени нерасчетности $n=1,15$. Здесь и далее показатель адиабаты газа $\kappa=1,4$, а все линейные размеры отнесены к радиусу выходного сечения сопла. В этом масштабе в случае фиг. 1 радиус сферы $R=1,25$, а расстояние от ее центра до среза сопла $L=2,25$. Штриховыми линиями на фиг. 1 показаны изобары, полученные на сетке с 10 ячейками по радиусу и 16 — по углу ($N=10 \times 16$), а сплошными — при четырехкратном увеличении числа ячеек, т. е. при $N=20 \times 32$. Цифры рядом с кривыми дают величину давления на данной изолинии, отнесенную к давлению в затопленном пространстве. Расчетные данные на разных сетках хорошо согласуются между собой в центральной зоне до- и трансзвуковых скоростей газа и несколько хуже — в периферийной зоне больших сверхзвуковых скоростей. При этом положение фронта центрального скачка, границы струи, а также распределение давления на поверхности сферы при измельчении сетки почти не изменяются. Что же касается распределения параметров на периферийном сверхзвуковом участке струи, то оно не влияет на течение в зоне взаимодействия и может быть более точно и экономично рассчитано по любой маршевой схеме, предназначенной для расчета чисто сверхзвуковых течений.

Как уже указывалось, в качестве проверки точности разработанного метода проводилось сравнение результатов расчета обтекания сферы расчетной струей ($n=1$), радиус которой в 4 раза превосходит радиус сферы, с аналогичными данными из [18] по обтеканию сферы безграничным потоком при числе $M=2$. Наибольшее отличие от [18] наблюдалось в величине поперечной компоненты скорости в наиболее удаленных от оси симметрии точках вблизи поверхности ударной волны. Для расчетной сетки, содержащей 17 ячеек по радиусу и 27 по углу, максимальное отличие от [18] этой компоненты скорости на луче, выходящем из центра сферы под углом 85° к оси симметрии, достигало 1,6%, а на луче, образующем с осью угол 45° , составляло 1%. В то же время максимальное отличие от результатов [18] продольной компоненты скорости во всем поле течения составляло 0,4%, аналогичная величина для давления не превышала 0,4% от величины давления в точке торможения, составляя на поверхности сферы 0,2%. Напомним, что в [18] расчетная сетка состояла из 17 ячеек по радиусу и 33 по углу, а используемая разностная схема обесценивала второй порядок аппроксимации во всей расчетной области.

Адекватность принятой модели отрывного обтекания реальным условиям проверялась сопоставлением расчетных и экспериментальных данных по положению точки отрыва и распределению давления на поверхности сферы. На фиг. 2 для расчетной струи ($n=1$) с $M=2,5$ приведена зависимость угловой координаты ϕ_s точки

отрыва от отношения R радиуса сферы к радиусу струи (кривая 1), для струи с $n=1,15$ и числом Маха на срезе сопла $M=2,46$ показано соответствующее условиям отрыва распределение давления по угловой переменной φ полярной системы координат на поверхности сферы для $R=1,25$ и $L=2,25$ (кривая 2). Центр полярных координат совпадал с центром сферы, а φ отсчитывалась от оси симметрии, 3, 4 – те же результаты, полученные экспериментально. Давление здесь отнесено к его значению p_0 в точке торможения.

На фиг. 3 для $n=1,15$, $M=2,46$, $R=1,25$, $L=2,25$ приведена найденная из расчета отрывная картина обтекания сферы. Показаны границы струи, висячий скачок и взаимодействующий с ним и с внешней границей струи центральный скачок уплотнения, а также изобары (фиг. 3, а), изомахи (3, б) и линии тока (3, в) в области течения. Цифры на изобарах дают отношение давления на данной линии к давлению в затопленном пространстве; изомахи построены через постоянный интервал $\Delta M=0,2$; две ближайшие к оси линии тока соответствуют значениям функции тока



Фиг. 3

$\psi=0,01$ и $0,05$, далее, начиная с $\psi=0,1$, построено девять линий тока через постоянный интервал $\Delta\psi=0,1$. На фиг. 3, а показаны для того же режима снятые с тепловой фотографии фронт центрального скачка, внутренняя граница струи (штриховые линии) и размытая в полосу указанной на фигуре ширины внешняя граница струи.

Авторы признательны А. Н. Крайко, Р. К. Тагирову, С. А. Щербакову, С. Ф. Игнатову, И. В. Чиркову за полезные консультации и В. А. Вострецову за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Набережнова Г. В. Исследование течения у плоской преграды ограниченных размеров при обтекании сверхзвуковой струей. – Тр. ЦАГИ, 1978, вып. 1899, с. 20–30.
2. Исеев С. А., Мигин А. Ю. Численное моделирование взаимодействия сверхзвуковой струи с затупленным телом в спутном потоке. – В кн.: Специальные вопросы аэродинамики летательных аппаратов: Межвуз. сб. 145. Л.: 1980, с. 158–162.
3. Белоцерковский О. М., Голомазов М. М., Журавлева О. А. О пространственном взаимодействии свободно расширяющейся струи с преградами. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 1, с. 22–27.
4. Серова В. Д. О взаимодействии начальной стадии струи с плоской преградой. – В кн.: Течение вязкого и невязкого газа. Двухфазные жидкости. Межвуз. сб., сер. Газодинамика и теплообмен. Вып. 6. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981, с. 121–130.
5. Рудаков А. И., Рудакова Г. М. Численное моделирование нестационарного обтекания преграды сверхзвуковым струйным потоком. – В кн.: Сверхзвуковые газовые струи. Новосибирск, 1983, с. 140–155.
6. Кузьмина В. Е. Об автоколебаниях в струе, набегающей на преграду. – Вестн. ЛГУ. Математика. Механика. Астрономия, 1985, № 1, с. 63–69.
7. Мирончук Н. С., Никулик А. Н., Храмов Н. Е. О расчете взаимодействия истекающей в вакуум сверхзвуковой струи с преградой. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 157–161.

8. Мирончук Н. С., Храмов Н. Е. Численное исследование бокового взаимодействия истекающей в вакуум осесимметричной струи с преградой. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 6, с. 49–54.
9. Дубинская Н. В., Иванов М. Я. Численное исследование стационарных режимов взаимодействия сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской преградой, расположенной перпендикулярно к ее оси. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5, с. 49–56.
10. Дубинская Н. В., Иванов М. Я. К расчету взаимодействия сверхзвуковой струи идеального газа с плоской преградой, перпендикулярной ее оси. — Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 5, с. 38–44.
11. Глазнев В. Н., Демир В. С. Полуэмпирическая теория генерации дискретных тонов сверхзвуковой недорасширенной струей, истекающей на преграду. — ПМТФ, 1976, № 6, с. 49–56.
12. Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. I. — Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1972, т. 12, № 2, с. 441–463.
13. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
14. Колган В. П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики. — Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6, с. 68–77.
15. Тилляева Н. И. Обобщение модифицированной схемы С. К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки. — Уч. зап. ЦАГИ, 1986, т. 17, № 22, с. 25–33.
16. Крайко А. Н., Макаров В. Е., Тилляева Н. И. К численному построению фронтов ударных волн. — Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1980, т. 20, № 3, с. 716–723.
17. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976. 888 с.
18. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. М.: Наука, 1970. Ч. 1. 287 с. Ч. 2. 379 с.

Казань
Москва

Поступила в редакцию
18.VII.1985

УДК 532.527

О ДВИЖЕНИИ ВИХРЕВОЙ ПАРЫ ПОД ПОВЕРХНОСТЬЮ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ

КУРГАНСКИЙ М. В.

В связи с проблемой генерации волн в нелинейных вихревых процессах в [1, 2] предложено уравнение, описывающее звуковое поле, порождаемое вихревыми движениями в слабо сжимаемой среде (число Маха $M \ll 1$), и после ряда допущений рассчитано излучение звука из области пространства, занятой турбулентностью. В [3] рассчитывалось излучение звука элементарными вихревыми образованиями: двумя линейными вихревыми нитями одинаковой интенсивности и двумя одинаковыми вихревыми кольцами. В пространственном случае интенсивность излучаемого звука $\sim M^5$, что совпадает с результатами [1, 2]. В плоской задаче интенсивность звука $\sim M^4$, сами же вихри, теряя энергию на излучение, расходятся по закону $d = d_0(1+t/\tau)^{1/2}$, где d_0 — начальное расстояние между вихрями, τ — характерное время разбегания вихрей. Расчеты излучения звука более сложными системами линейных вихрей [4] показали, что равномерно и прямолинейно движущаяся пара вихрей (т. е. два одинаковых по величине, но противоположных по знаку линейных вихря) звук не излучает. При этом предполагается, что скорость вихрей много меньше скорости звука.

Дело обстоит иначе, когда вихревая пара движется под свободной поверхностью однородной жидкости плотности ρ , находящейся в поле силы тяжести g . Здесь поступательное движение вихрей сопровождается излучением поверхностных волн. В настоящей заметке показано, что интенсивность излучения $\sim (2a/\lambda)^3$, где $2a$ — расстояние между вихрями, $\lambda = 2\pi U^2/g$ — длина поверхностной волны, U — скорость движения вихревой пары; вихри, теряя энергию на излучение, имеют тенденцию к сближению, так что при достаточно больших временах t , отсчитываемых от некоторого начального момента, расстояние между вихрями уменьшается по закону $t^{-1/2}$.

Установившееся движение точечного вихря под свободной поверхностью тяжелой жидкости исследовалось в линейной постановке впервые в [5, 6]. Соответствующая нелинейная задача рассматривалась, например, в [7]. Представляет интерес исследовать и свободное движение точечных вихрей под поверхностью тяжелой жид-