

УДК 532.517.4

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ И СПУТНОГО ОГРАНИЧЕННОГО ПОТОКА НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

СОЛОПОВ В. А.

Приведены результаты исследования течения, индуцированного осесимметричной турбулентной струей в потоке коаксиального круглого канала при различных параметрах спутности потока $0,16 \leq m < 1$ и отношениях радиусов $2,5 \leq f \leq 30,9$.

Задача решается при помощи $e-L$ -модели турбулентности [1, 2]. Отличие расчетной схемы данной работы от обычной для пограничных слоев, струй, следов заключается в том, что давление p считается неизвестным и определяется заданием крайних условий для радиальной компоненты скорости и поперечного градиента продольной компоненты скорости на обеих границах.

На основании расчетов и экспериментальных данных [3, 4] получены обобщенные зависимости, позволяющие оценить характеристики турбулентности осесимметричной струи в ограниченном спутном потоке, когда давление переменено вдоль течения.

1. Постановка задачи. Рассмотрим смесительное устройство, состоящее в общем случае из системы плотно упакованных струй, вытекающих из соосных трубок, по внешнему и внутреннему контурам которых подаются смешивающиеся газы. При анализе перемешивания в таких системах возникает вопрос о влиянии геометрических размеров и отношения скоростей смешивающихся газов. Очень часто при этом необходимо знать уровень пульсационных скоростей на выходе смесительного устройства.

Ввиду сложности таких течений ограничим рассмотрение одним элементом системы. При экспериментальном исследовании (см. например, [3, 4]) такой элемент моделируется струей, вытекающей со скоростью $u(x_0, 0)$ из насадка, заканчивающегося соплом радиуса r_1 в соосный поток со скоростью $u(x_0, r_2)$ аэродинамической трубы радиуса r_2 . Струя смешивается с потоком трубы так, что начальная неравномерность продольной компоненты скорости в радиальном направлении постепенно уменьшается и в некотором сечении $x=l$ скорость на оси приближается к среднерасходной скорости $\langle u \rangle$.

Необходимость пропустить расход струи в дополнение к постоянному расходу аэродинамической трубы приводит к переменности давления вдоль течения в зависимости от соотношения радиусов $f=r_2/r_1$. Действительно, величина среднерасходной скорости (если плотность струи и спутного потока одинакова)

$$\langle u \rangle = \frac{2}{\langle \rho \rangle r_2^2} \int_0^{r_2} \rho(x_0, r) u(x_0, r) r dr \approx [u(x_0, 0) f^{-2} + u(x_0, r_2) (1 - f^{-2})]$$

тем более отличается от скорости спутного потока $u(x_0, r_2)$, чем меньше f . Если значения f достаточно велики, так что $\langle u \rangle \rightarrow u(x_0, r_2)$ и струя распространяется как в неограниченном спутном течении, ее параметры могут зависеть от соотношения скоростей $m = u(x_0, r_2) / u(x_0, 0)$. Поэтому, чтобы моделировать смешение струи с помощью трубного эксперимента,

необходимо в первую очередь количественно учитывать влияние параметров f и m .

Так как радиальные компоненты средней скорости $v(x, r)$ малы по сравнению с продольными $u(x, r)$, а $\partial p/\partial x \sim \rho u \partial u/\partial x$, $\partial p/\partial r \sim \rho v \partial v/\partial r$, то в первом приближении можно считать, что давление p есть лишь функция от x и не зависит от r . Вследствие того, что радиальное изменение компонент средних скоростей струи в спутном потоке значительно больше продольного, можно использовать приближения пограничного слоя.

Система уравнений Рейнольдса, неразрывности, энергии e и интегрального масштаба $L = \sqrt{2\lambda}$ турбулентности для струи несжимаемой жидкости в спутном потоке имеет вид

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[(v + \varepsilon) r \frac{\partial u}{\partial r} \right] \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0 \quad (1.2)$$

$$u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(D r \frac{\partial e}{\partial r} \right) + \varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \omega \quad (1.3)$$

$$u \frac{\partial \lambda}{\partial x} + w \frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \lambda}{\partial r} \right) - 0,075 \frac{\varepsilon \lambda}{e} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + 0,2 \frac{\omega L^2}{e} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon = \alpha \left(1 + \frac{\xi^2}{4} \right) \bar{v} e L, \quad \xi = \frac{L}{e} \frac{\partial e}{\partial r}, \quad D = v + 0,4 \bar{v} e L \quad (1.5)$$

$$w = v + \frac{v}{2\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial r} - \frac{v + D}{e} \frac{\partial e}{\partial r}$$

Здесь x, r — оси цилиндрической системы координат, v и ε — соответственно коэффициенты молекулярной и турбулентной кинематической вязкости, ρ — плотность жидкости, D — диффузия энергии турбулентности.

В данной работе для описания осесимметричного струйного перемешивания в последнем члене правой части уравнения для масштаба турбулентности (1.4) по сравнению с [1] опущено слагаемое $0,2L^2/\eta^2 \varphi(L^2/\eta^2) \omega L^2/e$, поскольку при истечении струи в спутный поток естественно предположить, что твердая поверхность удалена вдоль оси r на бесконечность ($\eta \rightarrow \infty$).

Соотношения (1.5) отличаются от формул работы [1] отсутствием множителя, учитывающего влияние твердой поверхности на вязкость и коэффициент диффузии.

Для определения α употребляется следующая кусочно-гладкая функция:

$$\begin{aligned} \alpha &= x_1 (0,14 + 0,9x_1 - 9/8 x_1^2) \quad (0 < x_1 \leq 0,4) \\ \alpha &= 0,32x_1 \quad (0,4 < x_1 \leq 0,77), \\ \alpha &= 0,32x_1 - 0,588(x_1 - 0,77)^2 \quad (0,77 < x_1 \leq 1,042) \\ \alpha &= 0,29 \quad (x_1 > 1,042), \quad x_1 = \sqrt{e}/(L|\partial u/\partial r|) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Диссипация энергии турбулентности вычислялась по формуле, предложенной в [1]

$$\begin{aligned} \omega &= v \psi \varphi_1 e / L^2, \quad \varphi_1 = (1 + \xi^2/4) / \sqrt{(1 + 2,5(\partial L/\partial r)^4)} \\ \psi &= 3,93 + r_T / 12,325 \quad (0 < r_T < 12,325) \\ \psi &= 0,4r_T \quad (r_T \geq 12,325), \quad r_T = \sqrt{e}L/v \end{aligned} \quad (1.7)$$

Граничные условия на оси струи $r=0$ и на верхней границе $r=r_2$ (по-

граничным слоем на стенке трубы пренебрегаем) задаются в виде

$$\frac{\partial u(x)}{\partial r} = \frac{\partial e(x)}{\partial r} = \frac{\partial L(x)}{\partial r} = v(x) = 0 \quad (1.8)$$

Для устранения влияния пограничного слоя, сходящего со стенок сопла, на распределение средней скорости начало координат брались на некотором расстоянии от среза сопла, где $u(x_0, 0)x_0/v = 350\,000$.

Для продольной компоненты средней скорости в начальном сечении $x=x_0$ использовалось следующее кусочно-гладкое распределение:

$$u(x_0, r) = \varphi_2 [u(x_0, 0) - u(x_0, r_2)] + u(x_0, r_2) \quad (1.9)$$

$$\varphi_2 = 1 \quad (0 < r^\circ \leq k_1), \quad \varphi_2 = 1 - k_4(k_1 - r^\circ)^2 \quad (k_1 < r^\circ \leq k_2)$$

$$\varphi_2 = k_4(r^\circ - k_3)^2 \quad (k_2 < r^\circ \leq k_3), \quad \varphi_2 = 0 \quad (k_3 < r^\circ \leq f) \quad (1.10)$$

$$r^\circ = r/r_1, \quad k_1 = 0,846, \quad k_2 = 1, \quad k_3 = 2 - k_1, \quad k_4 = 1/2(k_2 - k_1)^{-2}$$

Сглаживание согласно (1.10) ступенчатообразной ($\varphi_2 = 1$ в формуле (1.9), если $0 \leq r^\circ < 1$, и $\varphi_2 = 0$ при $1 \leq r^\circ \leq f$) функции проводилось, чтобы избежать счетных погрешностей. Масштаб турбулентности на оси $L(x_0, 0)$ в начальном сечении был выбран равным r_1 ($u(x_0, 0)r_1/v = 36\,800$), а распределение по r вычислялось из соотношения $u(x_0, r)L(x_0, r)/v = 36\,800$. Энергия турбулентности в начальном сечении вычислялась из соотношения $\overline{ue(x_0, r)}/u(x_0, r) = 0,145$. При таком выборе число $r_T(x_0, r) = \text{const}$. Варьировались радиус трубы r_2 и скорость $u(x_0, r_2)$, а значения r_1 и $u(x_0, 0)$ оставались неизменными.

Как показали расчеты, от выбора начальной энергии и масштаба турбулентности на оси поведение решения для осевой скорости зависит лишь на переходном участке; на основном участке струи распределение осевой скорости вдоль течения сильно зависит от параметров m, f и слабо — от начальной энергии и масштаба турбулентности. Поэтому в данной работе варьировались параметры m, f при одних и тех же начальных значениях для энергии и масштаба турбулентности на оси.

Конечно-разностная схема для уравнений (1.3) и (1.4) та же, что и в [1]. Отличия от работы [1] заключаются в начальных (1.9) и граничных условиях (1.8), а также в процедуре вычисления давления $p(x)$ и компонент скорости $u(x, r)$ и $v(x, r)$. Уравнения (1.1), (1.2) после подстановки конечных разностей вместо производных порождают систему линейных алгебраических уравнений, представленных в виде, удобном для использования метода прогонки. Искомые функции представляются следующим образом:

$$u_{n-1} = F_{n-1}u_n + G_{n-1} + M_{n-1}p, \quad v_n = S_n u_n + Q_n + R_n p \quad (1.11)$$

Здесь $n=1, 2, 3, \dots, N$ — число точек поперек течения. Прогночные коэффициенты F, G, M, S, Q, R определяются рекуррентными соотношениями подобно формулам известного метода скалярной прогонки для случая неявных схем. В [1] прогнозные коэффициенты M, R равны нулю.

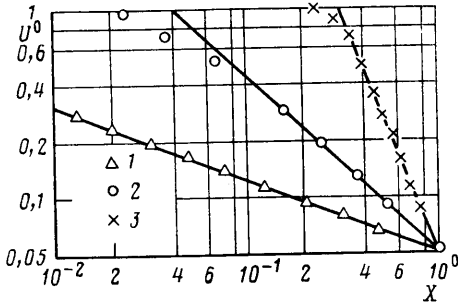
С учетом граничных условий (1.8) и уравнений (1.11), когда $r \rightarrow r_2$, получается система алгебраических уравнений для определения u_N и p_N в каждом сечении по x .

2. Результаты расчетов. Интегрирование системы уравнений (1.1) — (1.4) при указанных выше начальных и граничных условиях проводилось в следующем диапазоне определяющих параметров задачи: $0,16 \leq m < 1$ и $2,5 \leq f \leq 30,9$.

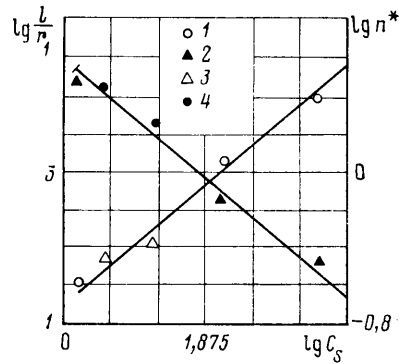
Экспериментально в [4] показано, что важным параметром при смешении осесимметричной струи в потоке коаксиального круглого канала является критерий Крайя — Курте

$$C_i = \left[\frac{\pi r_2^2}{Q^2} \iint_s \left(u^2 + \frac{p}{\rho} \right) ds \right]^{-1/2} \quad (2.1)$$

Здесь $s = \pi r_2^2$, $Q = s \langle u \rangle$ — полный расход. Критерий C_i является безраз-



Фиг. 1



Фиг. 2

мерным параметром подобия, характеризующим сумму количества движения и силы давления в поперечном сечении потока. Беккером (см. дискуссию, напечатанную после статьи [3]) на основании физических соображений дана оценка (2.1) в виде

$$C_s = mf(1-f^2)^{1/2}(1-m)^{-1/2}$$

На фиг. 1 представлены результаты расчетов данной работы по изменению безразмерной осевой скорости $U^0 = [u(x, 0) - \langle u \rangle] / [u(x_0, 0) - \langle u \rangle]$ вдоль оси струи ($X = x/l$) при различных значениях параметра $C_s = C_{if}$. Введение этого параметра позволяет в более общей форме представлять результаты расчета и эксперимента. По-видимому, критерий C_s является лучшей оценкой интегрального выражения (2.1) для данной задачи. Точки 1-3 соответствуют значениям m, f и C_s , равным (0,84; 30,9; 2000), (0,84; 7,55; 118,5), (0,21; 2,5; 1,3). Логарифмические прямые на фиг. 1 аппроксимируют данные расчетов на основном участке струи. В статистическую обработку включаются все точки, вплоть до систематического отклонения на переходном участке.

Расчетные результаты данной работы и экспериментальные исследования [3] для осевой скорости U^0 при ее стремлении к среднерасходной на основном участке струи описываются с точностью до разброса уравнением $U^0 = x^*$, где $\lg x^* = -n^* \lg X - 1,3$.

Изменение параметров l/r_1 и n^* при различных параметрах C_s показано на фиг. 2, где нанесены расчетные значения n^* (2) данной работы и экспериментальные данные (4) работы [3]. Величина l/r_1 — такое расстояние x/r_1 , где $U^0 = 0,05$ (1 — расчет, 3 — эксперимент). Параметр n^* характеризует угол наклона прямых на фиг. 1.

Расчетное (1) и экспериментальное (2) изменения безразмерного давления $\Delta p^0 = [p(x) - p(x_0)] / [p(l) - p(x_0)]$ вдоль оси струи представлены на фиг. 3. Сравнение расчетных результатов данной работы и экспериментальных значений из работы [3] максимального давления $\Delta p_m = 2[p(l) - p(x_0)] / (\rho \langle u \rangle^2)$ при различных параметрах C_s показано на фиг. 3. Расчетный метод не учитывает потери на трение, поэтому при сравнении с экспериментальными данными [3] производилась корректировка при помощи формулы Никурадзе

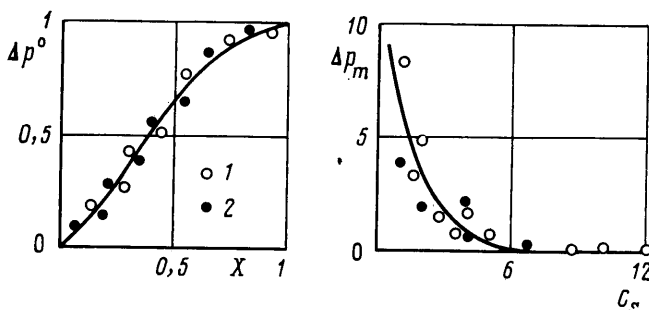
$$\Delta p_i^0 = C_f \frac{x}{d_2}, \quad C_f = 0,0032 + 0,221 \left(\frac{v}{\langle u \rangle d_2} \right)^{0,237}, \quad d_2 = 2r_2$$

Приведем оценку Δp_m и Δp_f в диапазоне $x_0/d_2 \leq x/d_2 \leq l/d_2$, исследуемом в данной работе, для $m=0,1$; $f=3$. Для этого случая ($C_s=0,9$) на основе экспериментальных данных [3] $\langle u \rangle d_2 / v = 83\,000$; $C_f = 0,0183$; $l/d_2 = 10$; $\Delta p_i^0 = \Delta p_f / (\rho \langle u \rangle^2 / 2) = 0,183$; $\Delta p_m = 3,3$.

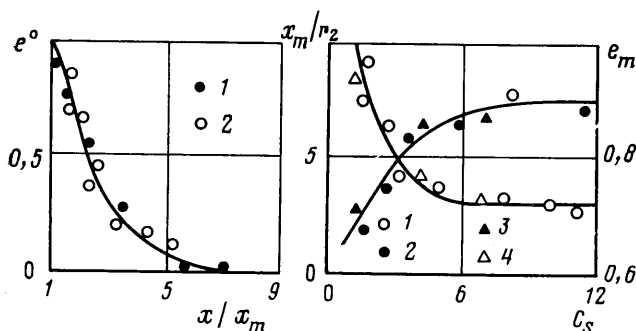
Видно, что влияние трения на распределение общего давления (Δp_m —

$-\Delta p_i^\circ$) мало. Другой предельный случай имеет место, когда C_s велико и $\Delta p_m \rightarrow 0$. При этом влияние струи на распределение общего давления мало и давление изменяется только за счет трения, как при течении в трубе.

На фиг. 4 показаны расчетные (1) и экспериментальные значения (2) из работы [3] относительной величины энергии турбулентности $e^\circ = e(x, 0)/e(x_m, 0)$ вдоль оси струи (x_m — значение x , где энергия турбулентности на оси максимальна). Заметим, что в эксперименте измерялась лишь продольная компонента пульсационной скорости. Поэтому для оцен-



Фиг. 3



Фиг. 4

ки энергии турбулентности предполагалось равенство продольной, радиальной и окружной компонент пульсационной скорости на оси.

Сравнение расчетного (2) и экспериментального (3) изменения максимальной энергии турбулентности $e_m = 1 - \sqrt{e(x_m, 0)}/u(x_0, 0)$ от критерия C_s также показано на фиг. 4. Здесь же нанесены расчетные (1) и экспериментальные (4) значения x_m/r_2 при различных C_s .

Расчетное распределение безразмерного масштаба турбулентности вдоль оси струи с точностью до разброса $\pm 5\%$ подчиняется линейному закону $[L(x, 0) - L(x_0, 0)]/[L(l, 0) - L(x_0, 0)] = X$. Изменение максимального значения масштаба турбулентности на оси можно оценить на основании расчетов из соотношения $L(l, 0)/r_1 = 1,29 \lg C_s + 1$.

Линии на фиг. 2–4 проведены в середине дорожки разброса данных расчета и эксперимента; они могут служить для оценки величин, представленных на этих графиках.

Несмотря на то что в окрестности среза сопла, из которого вытекает струя в спутный ограниченный поток, давление переменено не только вдоль, но и поперек течения, результаты расчетов с предположением о постоянстве давления поперек течения удовлетворительно согласуются с экспериментом на основном участке струи по всем параметрам потока.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о приемлемости $e-L$ -модели для расчета осесимметричных турбулентных течений с эмпирическими функциями для турбулентной вязкости, диссипации и диффузии, которые были определены в работе [1] из анализа экспериментальных данных в плоских турбулентных потоках. Расчет по данной методике значительно экономичней, чем решение полной системы уравнений Навье — Стокса.

В заключение автор благодарит Г. С. Глушко за конструктивное обсуждение результатов и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко Г. С. Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 4, с. 128–136.
2. Глушко Г. С., Солопов В. А. Процесс переноса тепла в турбулентных течениях.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 4, с. 18–24.
3. Razinsky E., Brighton J. A. Confined jet mixing for nonseparating conditions.— Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engineering, 1971, v. 93, № 3. (Рус. перев.: Разински, Брайтон. Смещение струй в условиях безотрывного течения в трубе.— Тр. амер. о-ва инж.-мех. Теор. основы инж. расчетов, 1971, т. 93, № 3, с. 1–14.)
4. Curtet R., Ricou F. P. On the tendency to self-preservation in axisymmetric ducted jets.— Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engineering, 1964, v. 86, № 4. (Рус. перев.: Курте, Рико. О тенденции к автомодельности в осесимметричных струях в трубах.— Тр. амер. о-ва инж.-мех. Теор. основы инж. расчетов, 1964, т. 86, № 4, с. 159–172.)

Москва

Поступила в редакцию
9.VII.1985