

УДК 533.6.011.72 : 519.6

**О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ
УДАРНЫХ ВОЛН**

ЛИПНИЦКИЙ Ю. М., ПАНАСЕНКО А. В.

Нестационарным течениям газа, возникающим при взаимодействии ударных волн, посвящено большое число работ, обобщение и систематизация которых приведены в [1, 2]. Экспериментальные результаты [3-5] и теоретический анализ [6-9] показывают, что наиболее интересные и малоизученные типы взаимодействий возникают в случаях, когда имеется несколько ударных волн. При этом существенными становятся нелинейные эффекты, в значительной степени зависящие от характера пересечений ударных волн.

Анализ областей существования различных видов пересечений плоских ударных волн проведен в [10-13]. Показано, что в ряде случаев возможно одновременное существование разных по типу пересечений.

Цель настоящей работы - изучение нестационарного пересечения ударных волн в рамках численного решения осесимметричной краевой задачи, возникающей при дифракции плоской ударной волны на конусе, обтекаемом сверхзвуковым потоком газа. Рассмотрены режимы течения, дополняющие экспериментальные данные [3-5] и теоретический анализ [9].

1. Изучим пересечения ударных волн, возникающие при взаимодействии плоской ударной волны и косога скачка уплотнения, присоединенного к вершине конуса (наличие конуса непринципально; это может быть и клин). Течение газа предположим двумерным. Определяющими параметрами возникающей при этом краевой задачи будут: число Маха ударной волны M_* ; число Маха невозмущенного потока газа M_* ; угол полураствора конуса θ ; показатель адиабаты газа $\gamma = c_p/c_v$. Ограничимся рассмотрением режимов течения с присоединенным к вершине конуса стационарным скачком уплотнения до и после взаимодействия с ударной волной.

Решение получим аналогично [14] в цилиндрической системе координат x, r с началом в вершине конуса. Продольную ось направим по линии симметрии. В автомодельных координатах ξ, η уравнения газовой динамики представим в безразмерном виде

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial \xi} + \frac{\partial \Omega_2}{\partial \eta} + X = 0 \tag{1.1}$$

$$\Omega_1 = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} M\rho \\ M^2 + p\rho \\ MN \\ M(E + p) \end{vmatrix}, \quad \Omega_2 = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} N\rho \\ MN \\ N^2 + p\rho \\ N(E + p) \end{vmatrix}, \quad X = \frac{1}{\eta\rho} \begin{vmatrix} 3\eta\rho^2 + N\rho \\ M(4\eta\rho + N) \\ N(4\eta\rho + N) \\ E_1 \end{vmatrix}$$

$$M = \rho(u - \xi), \quad N = \rho(v - \eta), \quad E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{M^2 + N^2}{2\rho}$$

$$E_1 = (E + p)(3\eta\rho + N) + (M^2 + N^2)\eta$$

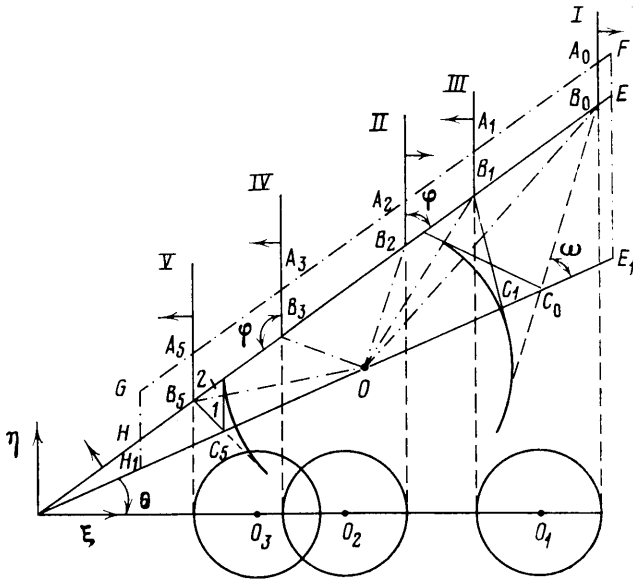
$$\xi = \frac{x}{t(u_r \pm D)}, \quad \eta = \frac{r}{t(u_r \pm D)}$$

Здесь $D=M_s a_0$ — скорость распространения ударной волны; a_0 — невозмущенная скорость звука; обезразмеривание проведено по невозмущенной плотности ρ_0 и характерной скорости $u_f \pm D$, где $u_f = M_f a_0$; знак плюс берется при ориентации ударной волны по потоку, знак минус — против потока; остальные обозначения общеприняты.

Разностная формулировка краевой задачи аналогична [14] и состоит в начальном задании при ориентации ударной волны по потоку при $\xi > 1$ известных условий стационарного обтекания конуса сверхзвуковым потоком газа с числом Маха M_f , а при $\xi \leq 1$ — с числом Маха M_{f1} .

$$M_{f1} = \frac{^{1/2}(\gamma+1)M_f M_s \pm (M_s^2 - 1)}{V[1 + ^{1/2}(\gamma-1)M_s^2][\gamma M_s^2 - ^{1/2}(\gamma-1)]}$$

Здесь знак плюс или минус берется, как и выше. При ориентации ударной волны против потока задаются аналогичные начальные условия,



Фиг. 1

но с заменой M_f на M_{f1} (при $\xi > 1$) и M_{f1} на M_f (при $\xi \leq 1$). При $t > 0$ на границах расчетной области $EFGH$ (фиг. 1) поддерживаются условия, аналогичные описанным выше. При этом расчет конических стационарных течений газа на невозмущенных границах HH_1 и EE_1 (фиг. 1) осуществляется с применением численного метода, изложенного в [15], до решения рассматриваемой задачи.

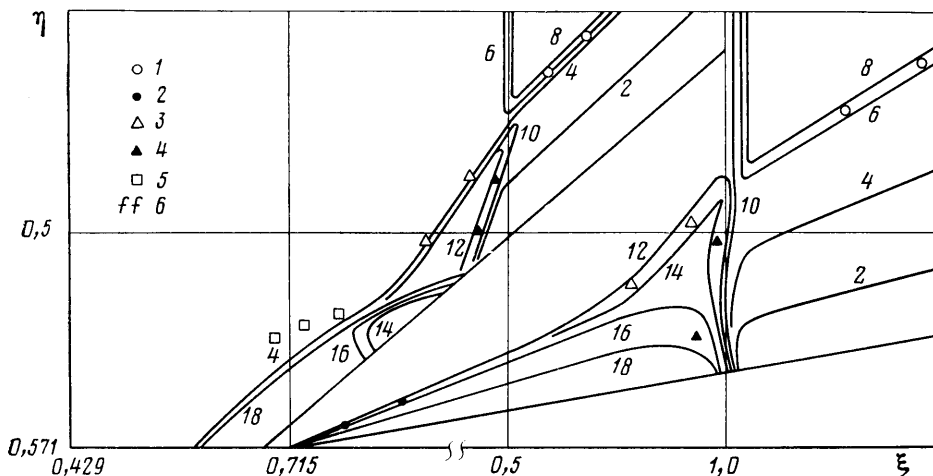
2. При описании стационарного обтекания конуса (клина) системой (1.1) в автомодельных переменных ξ, η возникает область эллиптичности уравнений (1.1), ограниченная кривой [9]

$$(u-\xi)^2 + (v-\eta)^2 = a^2 \quad (2.1)$$

В этой связи возможные режимы нестационарного взаимодействия ударных волн зависят от положения образа падающей ударной волны по отношению к области эллиптичности в плоскости переменных ξ, η . Для слабых ударных волн с $M_s \sim 1$ установить границы этих режимов можно на основе линейной теории [9].

Применительно к рассматриваемому здесь случаю течения газа линейная теория [9] в совокупности с анализом параметров стационарного

обтекания с необходимостью приводит к существованию пяти качественно различных режимов течения (I–V), схематично показанных на фиг. 1. Здесь: A_0B_0 , A_2B_2 , A_4B_4 , A_3B_3 , A_5B_5 — образы ударных волн в плоскости переменных ξ , η (взаимная ориентация ударных волн в связанной с конусом системе координат показана стрелками; четные индексы соответствуют ударным волнам, движущимся по потоку, нечетные — против потока); O_1 , O_2 , O_3 — образы центров звуковых окружностей (2.1), построенных по невозмущенным параметрам газа; O — образ центра звуковой окружности, построенной по параметрам за косым скачком уплотнения EH . При этом образ падающей слабой ударной волны (A_0B_0 , A_2B_2 , A_4B_4 , A_3B_3 , A_5B_5) касается соответствующей окружности с центром в O_i , а образы слабых разрывов, возникших в результате взаимодействия, представляются отрезками прямых, направленных по касательным к окружности с центром в O (ударные волны или волны разрежения B_0C_0 , B_1C_1 ,



Фиг. 2

B_5C_5 и т. п.), и прямыми, идущими в центр окружности O (контактные разрывы B_0O , B_1O , B_2O , B_3O , B_5O и т. п.).

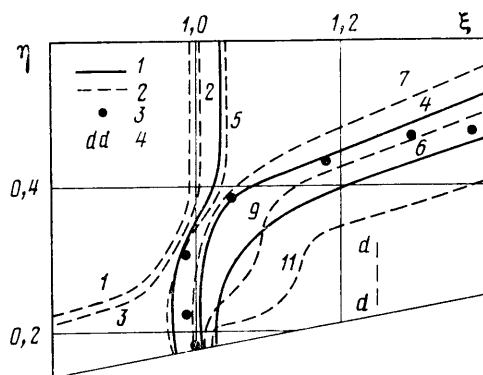
Отметим, что схематично показанные на фиг. 1 пять режимов течения даже в случае ударной волны слабой интенсивности приводят к различным формулировкам соответствующих краевых задач для части единичного круга с центром O , сводящимся к решению уравнения Лапласа со сложными граничными условиями. Режим I ранее исследовался в работе [16], режим II в [17–18], режимы III–V в литературе не рассматривались. В случае режимов III–V можно ожидать: для III — образование четырехволновой конфигурации ударных волн с волной разрежения, типа [13]; для IV–V — возникновение сложного нерегулярного пересечения ударных волн, оказывающего влияние на характер течения в эллиптической области.

В нелинейном случае ударных волн A_iB_i произвольной интенсивности рассмотренная картина течения существенно усложняется по следующим причинам: из-за возможного взаимодействия отраженных ударных волн с контактными разрывами; возможного наличия в поле течения волн разрежения (случай III); изменения границ области нелинейного эллиптического течения. Численное решение системы уравнений (1.1) позволяет исследовать характерные черты возникающих при этом течений газа и провести их систематизацию в зависимости от определяющих задачу параметров.

3. В качестве иллюстрации встречного взаимодействия двух приходя-

щих ударных волн [1] (режим I) на фиг. 2 приведены типичные картины линий $p=\text{const}$, полученные в расчете при углах встречи ударных волн φ , меньших критического [1], когда возникает четырехволновое пересечение ударных волн [12]. Здесь и ниже четные индексы нумеруют линии $p=\text{const}$, нечетные — $\rho=\text{const}$. Значения p следующие: 2 — 0,063, 4 — 0,06, 6 — 0,056, 8 — 0,054, 10 — 0,067, 12 — 0,225, 14 — 0,239, 16 — 0,261, 18 — 0,31 для верхней части фиг. 2; 2 — 0,2, 4 — 0,131, 6 — 0,071, 8 — 0,045, 10 — 0,311, 12 — 0,606, 14 — 1,54, 16 — 1,37, 18 — 1,0 для нижней части фиг. 2.

Цифрами 1–6 показаны: 1, 2 — положения стационарного косо́го скачка уплотнения до и после взаимодействия, рассчитанные по [15]; 3–4 — направления отраженной и преломленной ударных волн, полученные в соответствии с [12]; 5 — направление ударной волны, отраженной от твердой поверхности, по [1]; 6 — положение линии (2.1), построенное по



Фиг. 3

параметрам конического течения газа, взятым на граничной линии тока [15] за первоначальным скачком уплотнения.

Видно, что соответствие численного решения указанным выше известным локальным характеристикам течения не хуже 5%.

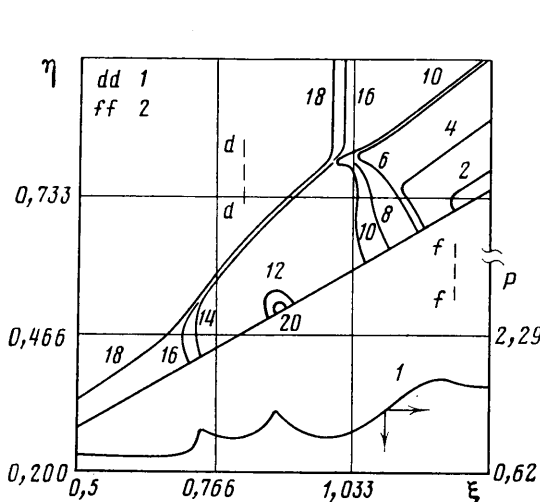
Численный расчет подтверждает вывод локальной теории [12] и показывает, что прямолинейность преломленной и отраженной ударных волн сохраняется вплоть до их встречи с эллиптическими возмущениями, ограниченными кривой (2.1). При этом при разных θ по-разному проявляется нелинейная природа возникающего в результате взаимодействия ударных волн нестационарного течения газа.

При небольших θ (нижняя часть фиг. 2, $\theta=10^\circ$, $\gamma=1,2$, $M_s=2$, $M_f=2$) типичны монотонный вогнутый характер головной ударной волны с переходом ее в новый косо́й скачок уплотнения (распределение $p(\xi)$ по нижней граничной линии тока также носит монотонный характер) и образование искривленной преломленной ударной волны, приходящей по нормали к поверхности тела. В рассматриваемом случае продолжение прямолинейного участка преломленной ударной волны встречается с твердой поверхностью под углом падения $\omega=67,6^\circ$, что превосходит величину критического угла ω^* , при котором еще возможно регулярное отражение, и является первопричиной возникающего искривления преломленной ударной волны.

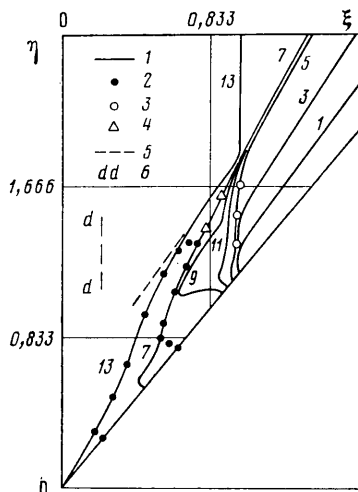
При больших θ (верхняя часть фиг. 2, $\theta=40^\circ$, $\gamma=1,2$, $M_s=2$, $M_f=5$) типичны: немонотонный характер головной ударной волны — вогнуто-выпуклый; регулярное отражение преломленной ударной волны от твердой поверхности (в рассматриваемом случае $\omega=33^\circ$ и $\omega \ll \omega^*$); наличие веера волн разрежения, исходящего из точки встречи отраженной от твердой поверхности и головной ударной волны и приводящего к распределению

$p(\xi)$ по нижней граничной линии тока с ярко выраженным максимумом; квазистационарный характер течения вверх по потоку за указанной выше волной разрежения вплоть до линии (2.1).

4. В соответствии со сказанным выше в разд. 2 при взаимодействии ударных волн, распространяющихся в одну сторону, можно ожидать появление ударно-волновых конфигураций, не наблюдавшихся ранее экспериментально [3–5] и не изученных теоретически [10–13]. При этом угол встречи ударных волн θ выше критического и возникающие их пересечения носят нерегулярный характер. В рассматриваемом здесь нелинейном случае вид пересечения ударных волн тесно связан с возникающей краевой задачей и не может быть рассмотрен в отрыве от нее.



Фиг. 4



Фиг. 5

При малых θ типичным является режим V (фиг. 1) с образованием (в отличие от линейного случая) пятиволновой структуры ударных волн и двух контактных разрывов, показанный для $\theta=10^\circ$ на фиг. 3 в виде линий $p=\text{const}$ (1), $\rho=\text{const}$ (2) и (2.1) (3), полученных в расчете. Здесь и ниже $\gamma=1,2$, $M_s=2$, $M_f=5$. Номерам кривых соответствуют следующие значения p и ρ : 1 – 1,23, 2 – 0,3, 3 – 1,5, 4 – 0,5, 5 – 2,64, 6 – 0,54, 7 – 3,52, 9 – 3,96, 11 – 4,18. Для наглядности значками 4 нанесено теоретическое положение (2.1) на поверхности конуса вверх по потоку, взятое в соответствии с [15]. В области взаимодействия ударные волны искривлены незначительно. Местоположения теоретической и расчетной границ области эллиптичности вниз по потоку на поверхности конуса практически совпадают. Нелинейное взаимодействие ударных волн приводит к значительному расширению и смещению вверх по потоку области эллиптического течения газа, исключая наличие гиперболических областей за волновыми фронтами в отличие от линейного случая фиг. 1 (области 1, 2).

При средних значениях θ типичным становится режим IV на фиг. 4, для которого характерно попадание ударной волны на внешнюю границу эллиптической области. Расчет указывает (фиг. 4, $\theta=30^\circ$, линии $p=\text{const}$: 2 – 1,66, 4 – 1,64, 6 – 1,63, 8 – 1,39, 10 – 1,19, 12 – 1,19, 14 – 1,02, 16 – 0,92, 18 – 0,24, 20 – 1,29) на наличие: вверх по потоку ударной волны (внутренняя граница эллиптической области); небольшого подъема давления в окрестности точки O (фиг. 1), вызванного торможением газа вблизи контактного разрыва; волны разрежения, исходящей из окрестности взаимодействия ударных волн. Распределение $p(\xi)$ по ниж-

ней граничной линии тока немонотонное и отражает указанную выше структуру течения (кривая 1). Как и в случае режима V, эллиптическая область вверх по потоку проходит здесь значительно выше своего стационарного значения (1) и вниз по потоку — совпадает с ним (2). Происхождение волны разрежения, по-видимому, связано с сильным искривлением ударных волн в окрестности точки их взаимодействия (в линейном случае встречного взаимодействия, характеризуемого режимом II, такое искривление ударных волн следует из существующей теории [18]).

При больших углах θ картина течения газа усложняется. Здесь имеет место режим взаимодействия III (фиг. 1), для которого характерен тип пересечения ударных волн с образованием трех ударных фронтов, центрированной волны разрежения и контактного разрыва, ранее изученный в [13]. Полученная в расчете при $\theta=50^\circ$ картина линий $\rho=\text{const}$ (1, значения ρ следующие: 1 — 15,25, 3 — 15,0, 5 — 14,16, 7 — 8,94, 9 — 10,43, 11 — 11,92, 13 — 2,24) и (2.1) (2) показана на фиг. 5. Значками 3, 4, 5 нанесен локальный расчет пересечения ударных волн, выполненный для рассматриваемого случая в соответствии с [13] и справедливый в окрестности точки взаимодействия B_1 (фиг. 1). Здесь 3 — положение первой невозмущенной характеристики центрированной волны разрежения; 4 — положение контактного разрыва; 5 — направление отраженной ударной волны. Видно хорошее соответствие локального рассмотрения пересечения ударных волн численному решению. При больших θ типично также наличие сложной формы эллиптической области, отражающей факт взаимодействия центрированной волны разрежения с твердой поверхностью с последующим приходом возмущений к контактному разрыву и отсутствие ударной волны на внутренней границе области эллиптичности вверх по потоку, что следует из факта совпадения расчетного положения линии (2.1) с ее стационарным аналогом (6 на граничной линии тока вверх по потоку).

В заключение авторы выражают благодарность В. Т. Кирееву и М. Д. Герасимову за предоставленную возможность сравнить численное решение с результатами расчетов локального пересечения ударных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Г. М., Карчевский Л. В. Отраженные ударные волны. М.: Машиностроение, 1973. 376 с.
2. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977, 274 с.
3. Маковский Ю. Ф., Шугаев Ф. В. Набегание ударной волны на клин, обтекаемый сверхзвуковым потоком. — Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 3, с. 115—117.
4. Бужинский О. И., Василенко А. М., Жеребцов А. М., Ткаченко А. Н. Взаимодействие плоской ударной волны с моделью, летящей со сверхзвуковой скоростью. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 6, с. 90—97.
5. Березкина М. К., Сыщикова М. П., Семенов А. Н. Взаимодействие двух следующих друг за другом ударных волн с клином. Ж. техн. физ., 1982, т. 52, № 7, с. 1375—1385.
6. Прокопов Г. П., Степанова М. В. Расчет осесимметричного взаимодействия ударной волны с затупленным телом, движущимся со сверхзвуковой скоростью. Препринт № 72. М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1974.
7. Ляхов В. Н. Нестационарное взаимодействие ударной волны с затупленным телом в сверхзвуковом потоке. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 6, с. 70—76.
8. Тугазаков Р. Я. Систематические расчеты обтекания движущихся конусов при падении на них ударной волны. — Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 3, с. 98—103.
9. Панасенко А. В. Общий анализ картины дифракции плоской акустической волны на клине, движущемся со сверхзвуковой скоростью. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 2, с. 172—175.
10. Киреев В. Т., Шимарев С. К. О нерегулярном пересечении ударных волн. — Матер. VI Всесоюз. симпоз. по распространению упругих и упругопластических волн. Фрунзе, 1978, с. 88—90.
11. Edney B. E. Effects of shock impingement of the heat transfer around blunt bodies. — AIAA Journal, 1968, v. 6, № 1, p. 15—21.
12. Гер-Минасянц С. М. Регулярное встречное взаимодействие плоских ударных волн. — Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1962, т. 2, № 2, с. 351—358.

13. *Росляков Г. С.* Взаимодействие плоских скачков одного направления.— В кн.: Численные методы в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1965, с. 28–51 (Сб. работ ВЦ МГУ, № 4).
14. *Липницкий Ю. М., Панасенко А. В.* Исследование взаимодействия ударной волны с острым конусом.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 3, с. 98–104.
15. *Бачманова Н. С., Лапыгин В. И., Липницкий Ю. М.* Исследование сверхзвукового обтекания круговых конусов на больших углах атаки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 6, с. 79–84.
16. *Тер-Минасянц С. М.* Дифракция плоской волны на клине, движущемся со сверхзвуковой скоростью.— ПММ, 1971, т. 35, вып. 2, с. 238–247.
17. *Ингер.* Взаимодействие взрывной волны с тонким клином, движущимся с гиперзвуковой скоростью.— Ракетная техника и космонавтика, 1966, т. 4, № 3, с. 59–69.
18. *Пекуровский Л. Е., Тер-Минасянц С. М.* Дифракция плоской волны на клине, движущемся со сверхзвуковой скоростью при нерегулярном ударном взаимодействии.— ПММ, 1974, т. 38, вып. 3, с. 484–493.

Москва

Поступила в редакцию
18.VI.1984