

УДК 533.6.011.5

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАОСТРЕННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ

ЛАПЫГИН В. И.

С использованием численного метода, основанного на разностной схеме Мак-Кормака, в рамках модели идеального газа изучена картина течения около тел вращения с большой длиной цилиндрической и заостренной носовой частей. Установлено существование в ударном слое внутренних скачков уплотнения, ориентированных как в продольном, так и в поперечном направлениях. Исследовано изменение аэродинамических коэффициентов конфигурации в зависимости от ее длины, угла атаки и числа Маха набегающего потока. Проведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных, установлена связь между значениями параметров потока на поверхности тела и положением линии отрыва пограничного слоя на его боковой поверхности. Предложен способ учета влияния пограничного слоя на значения аэродинамических коэффициентов тел вращения большого удлинения при малых углах атаки. Осесимметричное течение около затупленных тел подробно изучено в [1].

Рассматривается сверхзвуковое обтекание заостренного тела потоком идеального газа под углом атаки  $\alpha$ . Предполагается, что везде в ударном слое скорость потока сверхзвуковая. Интегрирование системы уравнений, описывающих течение газа, осуществляется с помощью разностной схемы [2] с выделением в процессе расчета головной ударной волны. Параметры потока на поверхности тела определяются по схеме предиктор-корректор [3] с использованием формулы Буземана для простой волны [4]. Задача решается в цилиндрической системе координат  $x, r, \varphi$ , ось которой совпадает с осью симметрии тела, а начало координат — с его вершиной. Длина носовой части принята за единицу, меридиональный угол  $\varphi=0$  соответствует наветренной образующей. В связи с тем что форма носовой части не оказывает заметного влияния на картину течения, ограничимся изучением обтекания конфигураций типа конус-цилиндр. Форма тела в этом случае задается двумя параметрами — длиной  $x$  и углом полураствора носового конуса  $\theta$ , что существенно упрощает анализ результатов расчетов.

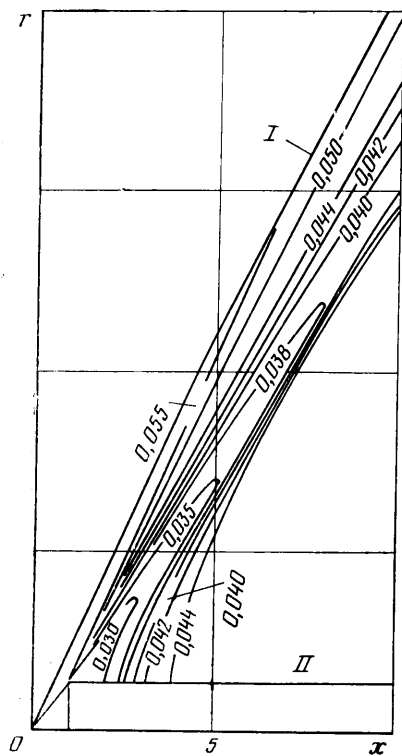
Предположение о сверхзвуковом режиме течения в ударном слое приводит к тому, что обтекание носовой части тела целиком определяется условиями в невозмущенном потоке. Это обтекание в случае круговых конусов подробно изучено в [5], поэтому ниже рассматривается поле потока только около цилиндрической части тела.

Исследование сверхзвукового обтекания острых [6] и затупленных [7] конусов показало, что в возмущенной области течения могут формироваться внутренние ударные волны, ориентированные в поперечном [6] и продольном [7] направлениях.

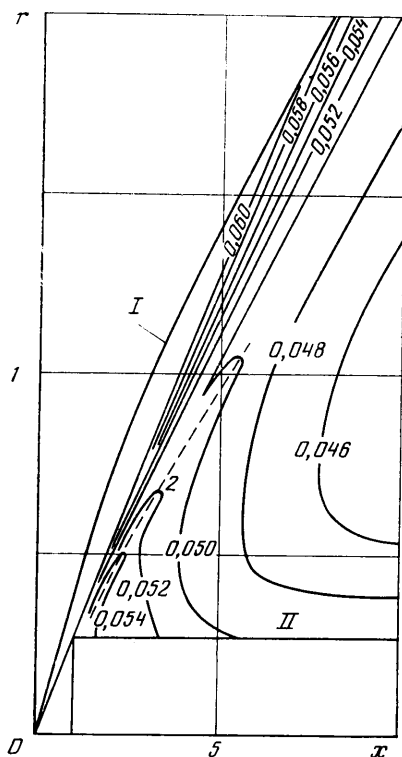
Анализ результатов численных расчетов показал, что в окрестности цилиндрической части тела могут присутствовать ударные волны различной формы и интенсивности. В качестве примера на фиг. 1, 2 приведены изобары поля течения в плоскостях  $\varphi=\pi$  и  $\varphi=0$  при  $\theta=15^\circ$ ,  $M=4$  и угле атаки  $\alpha=6^\circ$ . Цифры на фиг. 1, 2 соответствуют значениям давления вдоль изобары, отнесенным к удвоенному скоростному напору невозмущенного

потока. Ниже эта величина обозначена символом  $p$ . Форма рассматриваемого тела задается кривой  $II$ , а кривая  $I$  соответствует положению головной ударной волны.

Течение в подветренной области (фиг. 1) сопровождается образованием на линии излома контура тела центрированной волны разрежения, вниз по потоку от которой формируется волна сжатия. По мере удаления от поверхности тела изобары в этой волне сближаются друг с другом и при  $x > 5$  в окрестности головной ударной волны образуется внутренний скачок уплотнения, положение которого соответствует изобаре  $p=0,042$  в упомянутой волне сжатия (фиг. 1). Формирование внутреннего скачка



Фиг. 1



Фиг. 2

уплотнения устанавливалось по изменению протяженности зоны отрицательных градиентов  $p(r)$  при варьировании числа узлов расчетной сетки. Сужение этой зоны при увеличении числа узлов служило критерием наличия внутреннего скачка уплотнения. Вычисления проводились на сетках  $11 \times 26$  (11 узлов на поверхности тела),  $21 \times 41$ ,  $31 \times 61$ .

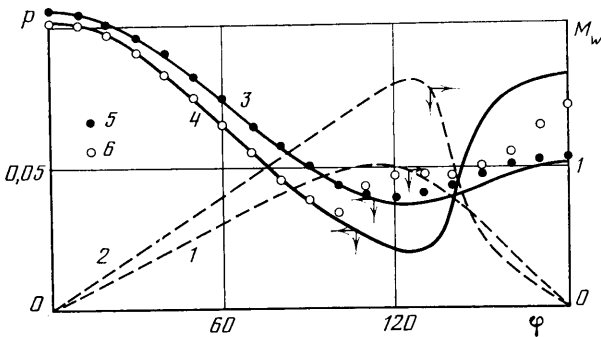
Иначе выглядит картина изобар на наветренной стороне (фиг. 2). На линии излома контура тела также образуется центрированная волна разрежения, но в отличие от подветренной стороны ударная волна формируется у поверхности тела и ее интенсивность по мере удаления вниз по потоку ослабевает. Положение этой волны указано штриховой кривой  $2$  и совпадает с «языками» изобар. При изменении угла  $\varphi$  от  $0$  до  $\pi$  интенсивность внутреннего скачка уплотнения у поверхности тела ослабевает, т. е. его поверхность смещается от тела к ударной волне. Увеличение параметров  $K_1 = \sqrt{M^2 - 1} \operatorname{tg} \theta$  и  $K_2 = \sqrt{M^2 - 1} \alpha$  приводит к росту интенсивности внутреннего скачка уплотнения при  $\varphi = 0$  и его приближению к поверхности тела при  $\varphi = \pi$ .

Наряду с образованием в ударном слое рассмотренного выше внутрен-

ного скачка уплотнения, ориентированного в продольном направлении, при достаточно больших углах атаки в окрестности боковой поверхности тела формируются ударные волны, ориентированные в окружном направлении, которые для случая кругового конуса описаны в [6]. Их возникновение связано с образованием у поверхности тела областей течения, в которых  $w > a$ , где  $a$  — местная скорость звука,  $w$  — проекция вектора скорости на ось  $\varphi$  цилиндрической системы координат. В случае обтекания дозвуковым потоком бесконечного кругового цилиндра такие области образуются при  $M_n > 0,4$  [8]. Поэтому можно ожидать, что при выполнении условия

$$M_n = M \sin \alpha > 0,4 \tag{1}$$

на боковой поверхности цилиндрической части тела могут возникнуть местные сверхзвуковые зоны. Иллюстрацией этому служит фиг. 3, на которой штриховыми линиями приведены зависимости числа Маха попереч-



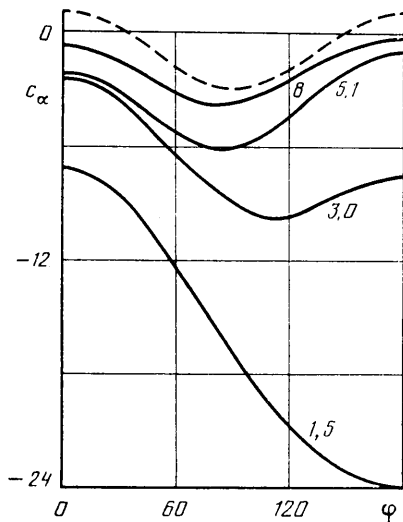
Фиг. 3

ного потока ( $M_w = w/a$ ) на поверхности цилиндра с оживальной носовой частью, удлинение которой  $\lambda = 3$ , при  $M = 3$ ,  $\alpha = 10,4^\circ$ . Кривые 1, 2 построены при  $x = 1,04$ ; 1,92. В рассматриваемом примере местная сверхзвуковая зона ( $M_w > 1$ ) возникает при  $x > 1,2$  и ее появление изменяет характер зависимости  $p(\varphi)$  (кривые 3, 4). Вблизи точки сопряжения носовой и цилиндрической частей тела ( $x = 1,04$ , кривая 3) повышение давления на его подветренной стороне при  $\varphi > 120^\circ$  происходит изэнтропически, в то время как при  $x = 1,92$  (кривая 4) — в скачке уплотнения, замыкающем местную сверхзвуковую зону в поперечном течении. Положение этого скачка на поверхности цилиндра соответствует  $\varphi = 145^\circ$ . Так же как и выше, существование скачка уплотнения определялось по изменению протяженности зоны больших положительных градиентов зависимости  $p(\varphi)$  при варьировании числа узлов расчетной сетки. Следует отметить, что многочисленные расчеты подтвердили достаточность неравенства (1) для возникновения около цилиндрической части тела области, в которой  $w > a$ .

Анализ изменения давления на поверхности тела показывает, что при  $M_n < 0,4$  в окрестности линии излома образующей, на его цилиндрической части, зависимость коэффициента давления  $c_p(\varphi)$  имеет такой же характер, как и на носовом конусе, что иллюстрируется кривыми фиг. 4, построенными для случая  $M = 4$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\alpha = 2^\circ$ . Здесь числа соответствуют значениям  $x$ , при которых построены зависимости  $c_\alpha(\varphi) = c_p(\varphi) / \sin^2 \alpha$ . С увеличением  $x$  минимум давления смещается к  $\varphi = \pi/2$ , а его значение увеличивается. При этом давление на подветренной образующей ( $\varphi = \pi$ ) растет быстрее по сравнению с наветренной, и для  $x > 1 + 3,3K_1$  имеем  $c_p(\pi) > c_p(0)$ , а эпюра  $c_p(\varphi)$  оказывается подобной соответствующей зави-

симости для бесконечного кругового цилиндра в безциркуляционном потоке ( $c_\alpha = 1 - 4 \sin^2 \varphi$  — штриховая кривая на фиг. 4).

Отмеченные особенности изменения давления определяют характер зависимостей коэффициента нормальной силы  $C_y(\mu)$  и расстояния от



Фиг. 4

вершины тела до точки приложения этой силы  $x_g(\mu)$ , которые имеют максимум при  $\mu = (x-1)/K_1 \approx 3,3$ . Это иллюстрируется данными табл. 1, где приведены значения  $C_y$ ,  $x_g$  при  $\alpha = 2^\circ$  и различных  $\mu$  и  $K_1$ , причем  $\mu$  является параметром аффинного подобия рассматриваемого класса тел. Наличие экстремума при  $\mu \approx 3,3$  характерно и для угла скоса потока  $\alpha_T'(\mu) = w/(u\alpha)$  на поверхности тела при  $\varphi = \text{const}$ . Его значения для  $\varphi = \pi/2$  также приведены в табл. 1, первый столбец значений  $C_y$ ,  $x_g$ ,  $\alpha_T'$  которой соответствует  $K' = 0,40$ , второй —  $K_1 = 0,61$ , третий —  $K_1 = 1,04$ . Здесь  $u$  — проекция вектора скорости на ось  $x$ . Изменение  $\alpha'$  поперек ударного слоя вне окрестности ударной волны удовлетворительно описывается зависимостью  $\alpha'(r) = 0,5\alpha_T' [1 + (\text{tg } \theta/r)^2]$ , известной из решения задачи о безциркуляционном обтекании бесконечного

цилиндра несжимаемой жидкостью. Интенсивность головной ударной волны с увеличением  $\mu$  уменьшается, оставаясь, однако, конечной и на больших расстояниях от вершины тела ( $\mu = 15-16$ ).

Возникновение внутреннего скачка уплотнения при  $M$  и  $\alpha$ , удовлетворяющих неравенству (1), изменяет характер зависимости  $p(\alpha)$ : минимум ее смещается к большим углам  $\varphi$ , давление вдоль всей наветренной

Таблица 1

$\mu$	$10 C_y$			$10 x_g$			$\alpha_T'$		
1	0,84	0,88	1,00	8,5	9,0	9,9	1,76	1,68	1,60
2	1,00	1,06	1,22	9,6	10,7	12,5	2,00	1,96	1,93
3	1,06	1,14	1,30	10,1	11,4	13,7	2,06	2,05	2,04
4	1,06	1,12	1,28	10,0	11,2	13,3	2,03	2,03	2,03
5	1,04	1,10	1,24	9,5	10,5	11,8	1,97	1,97	1,97
6	1,00	1,06	1,20	8,9	9,5	10,2	1,91	1,90	1,90
8	0,96	1,04	1,18	8,0	8,1	8,1	1,83	1,81	1,85

образующей становится больше, чем на подветренной (фиг. 3). Вследствие этого меняется и характер зависимостей  $C_y(\mu)$ ,  $x_g(\mu)$ ,  $\alpha_T'(\mu)$ , максимумы которых смещаются в сторону больших  $\mu$ , а при  $M_n > 0,4$   $C_y$ ,  $x_g$ ,  $\alpha_T'$  монотонно возрастают с увеличением  $\mu$ . В качестве иллюстрации в табл. 2 приведены  $C_y$ ,  $x_g$ ,  $\alpha_T'$  при  $M=4$ ,  $\theta=15^\circ$ ; первый столбец соответствует  $\alpha=4^\circ$ , второй —  $6^\circ$ , третий —  $8^\circ$ .

Проведенный выше анализ основывался на результатах расчетов вязкого обтекания. Вместе с тем влияние вязкости на аэродинамические характеристики рассматриваемого класса тел может быть существенным. Об этом свидетельствуют приведенные в табл. 3 данные для конфигураций различной длины с  $\theta=15^\circ$ . Здесь первая строка  $C_y$ ,  $x_g$  соответствует расчетным, а вторая — экспериментальным значениям. Если при  $x=2,2$

Таблица 2

$\mu$	$10 C_y$			$x_g$			$\alpha'_T$		
1,12	2,34	3,59	5,09	1,18	1,20	1,27	1,68	1,84	1,86
2,14	2,65	4,18	5,87	1,40	1,47	1,54	2,10	2,16	2,10
3,16	2,75	4,50	6,64	1,50	1,67	1,85	2,23	2,39	2,28
4,02	2,73	4,65	7,16	1,48	1,78	2,08	2,23	2,55	2,38
5,10	2,66	4,72	7,75	1,35	1,85	2,40	2,16	2,71	2,48
6,15	2,58	4,71	8,31	1,16	1,82	2,74	2,09	2,76	2,55
8,30	2,46	4,55	9,25	0,79	1,56	3,35	2,07	2,68	2,68

Таблица 3

$\alpha$	$\alpha=2,2; M=3$				$\alpha=4,3; M=2$			
	2	4	6	8	2	4	6	8
$C_y$	0,11	0,22	0,34	0,46	0,10	0,20	0,30	0,42
	0,11	0,22	0,34	0,47	0,11	0,22	0,35	0,52
$x_g$	1,06	1,08	1,10	1,11	0,81	0,86	0,88	0,93
	1,07	1,08	1,09	1,10	1,07	1,07	1,15	1,36

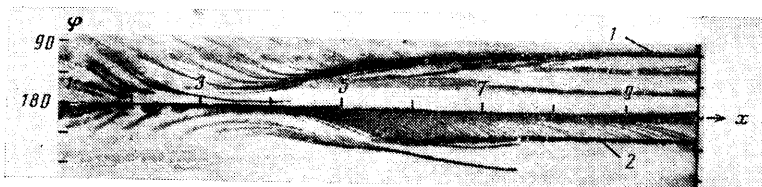
наблюдается совпадение опытных и расчетных данных, то при  $x=4,3$  их различие становится заметным и объясняется в основном двумя причинами.

При малых углах атаки образование пограничного слоя приводит к изменению эффективной формы тела. За счет этого возникает дополнительный малый перепад давлений между наветренной и подветренной образующими, который реализуется на большой длине цилиндрической части тела и приводит к заметному увеличению  $C_y$ ,  $x_g$ . Влияние пограничного слоя при малых  $\alpha$  может быть учтено путем расчета обтекания тела, радиус которого увеличен на значение толщины вытеснения  $\delta^*$ , полученной из расчета осесимметричного течения. При этом определение коэффициентов  $C_y$  и  $x_g$  производится путем интегрирования  $c_p(x, \varphi)$  по поверхности исходной конфигурации. При  $\theta=20^\circ$ ,  $\lambda=10,4$ ,  $\alpha=2^\circ$  и  $M=2,5$  были получены следующие результаты: без учета  $\delta^*$  расчет дает  $C_y=0,104$  и  $x_g=0,73$ ; с учетом  $\delta^*$  —  $C_y=0,124$  и  $x_g=1,57$ ; для сравнения приведем экспериментальные значения —  $C_y=0,128$  и  $x_g=1,71$ . Наблюдается удовлетворительное совпадение опытных и вычисленных величин.

Отметим, что сравнение опытных и расчетных результатов, полученных при  $M \sin \alpha < 0,4$ , свидетельствует о незначительном влиянии вязкости газа на значения  $C_y$ ,  $x_g$  конфигураций, длина которых  $x \leq 1+3,3K_1$ .

Второй причиной, вызывающей рассогласование опытных и расчетных данных, является отрыв потока на боковой поверхности цилиндрической части тела и возникновение в его подветренной области развитого вихревого течения. В этом случае поведение параметров течения на большей части поверхности тела уже не описывается моделью идеального газа. В качестве примера на фиг. 3 точками 5 ( $x=1,04$ ) и 6 ( $x=1,92$ ) указаны экспериментальные значения  $p$ , полученные при  $Re=7,3 \cdot 10^6$  [9], которые при  $x=1,04$  близки к вычисленным (кривая 3). При  $x=1,92$ , как отмечено выше, в подветренной области течения возникает внутренний скачок уплотнения, замыкающий местную сверхзвуковую зону ( $M_w > 1$ ). Этот скачок индуцирует отрыв пограничного слоя с боковой поверхности тела, чем и объясняется заметное различие расчетных и опытных данных при  $\varphi > \pi/2$ .

Экспериментальные исследования, проведенные при  $\theta=10, 20, 30^\circ$ ;  $M>1,5$  и  $Re\approx 10^7$ , показали, что при выполнении неравенства (1) на боковой поверхности цилиндрической части тела всегда происходит отрыв потока. Типичная в этом случае картина растекания масляного покрытия по поверхности модели приведена на фиг. 5 при  $\theta=30^\circ$ ,  $\alpha=8^\circ$ ,  $M=4$ . В окрестности линии излома контура ( $1<x<3,5$ ) линии тока направлены от наветренной образующей к подветренной и их расположение хорошо согласуется с расчетными данными. При  $x>3,5$  на боковой поверхности формируется линия отрыва 1 (фиг. 5). Она располагается вблизи кривой, представляющей собой геометрическое место точек, в каждой из которых при  $x=\text{const}$  и  $\varphi>\pi/2$  выполняются соотношения  $M_w=1$ , а  $\partial p/\partial\varphi<0$ . Если  $M_w$  становится равным единице при  $\varphi<\pi/2$ , то линия отрыва совпадает с



Фиг. 5

образующей  $\varphi=\pi/2$ . След внутреннего скачка уплотнения на поверхности тела располагается вблизи линии стекания 2.

Так же как и в случае конфигурации полусфера-цилиндр [10], в окрестности подветренной образующей тела вблизи ее точки излома ( $x\approx 2$ , фиг. 5) наблюдается локальная зона отрыва. Возникновение этой зоны обусловлено положительным градиентом давления  $p(x)$  вдоль подветренной образующей на участке ламинарного пограничного слоя (фиг. 3, 4).

Экспериментальные данные (см., например, [11]) свидетельствуют о том, что отрыв потока на боковой поверхности тела может происходить и при  $M_n<0,4$ . Проведенные оценки показали, что в этом случае начало зоны возрастания давления на подветренной стороне поверхности тела приходится на ламинарный пограничный слой, для которого величина градиентов давления, приводящие к отрыву, существенно меньше, чем при турбулентном погранслое. Линия отрыва при этом близка к кривой, в точках пересечения которой с плоскостями  $x=\text{const}$  давление на поверхности тела принимает наименьшее значение.

В заключение заметим, что возникновение при сверхзвуковых скоростях уже при малых  $\alpha$  внутренних скачков уплотнения в поперечном течении около тела является, по-видимому, причиной отсутствия на его боковой поверхности асимметричного отрыва потока, характерного для дозвуковых скоростей полета. Действительно, возникновение этих скачков и их положение не зависят от малых локальных изменений шероховатости поверхности или формы носовой части, а определяются только значениями  $M$  и  $\alpha$ . Симметрия невязкого потока относительно плоскостей  $\varphi=0$  и  $\varphi=\pi$  в этом случае приводит к симметрии вихревого течения в его подветренной части.

Автор выражает признательность А. Н. Покровскому за помощь в проведении расчетов параметров пограничного слоя на поверхности рассмотренных конфигураций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Любимов А. И., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел. Ч. 1. М.: Наука, 1970. 286 с.
2. MacCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering.— AIAA Pap., 1969, № 354, 6 p.

3. Уорминг, Кутлер, Ломакс. Нецентральные разностные схемы второго и третьего порядков точности для решения нелинейных уравнений гиперболического типа.— Ракетная техника и космонавтика, 1973, т. 11, № 2, с. 76–85.
4. Кочин Н. Е., Кибель П. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.—Л.: Гостехиздат, 1948. 612 с.
5. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964. 505 с.
6. Бачманова Н. С., Лапыгин В. И., Липницкий Ю. М. Исследование сверхзвукового обтекания круговых конусов на больших углах атаки.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 6, с. 79–84.
7. Любимов А. Н. О существовании внутренних ударных волн при обтекании газом затупленных конусов.— Докл. АН СССР, 1970, т. 191, № 4, с. 783–786.
8. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
9. Degani D., Schiff L. B. Computation of supersonic viscous flows around pointed bodies at large incidence. New York, 1983. 22 p (Rep. AIAA, № 83-0034).
10. Tsuying Hsich. Low supersonic flow over hemisphere-cylinder at incidence.— J. Spacecraft and Rockets, 1977, v. 14, № 11, p. 662–668.
11. Mello J. F. Investigation of normal force distributions and wake vortex characteristics of bodies of revolution at supersonic speeds.— J. Aero/Space Sci., 1959, v. 26, № 3, p. 155–168.

Москва

Поступила в редакцию  
11.VII.1985