

и гашению выбросов [10]. Интенсификация эжекции является, очевидно, причиной увеличения выноса тепловой энергии во внешнюю часть слоя и роста величины всплеска после участка с неблагоприятным градиентом давления. Отметим в этой связи еще результаты, полученные на теплоизолированной стенке сверхзвуковой трубы [12]. На срезе сопла ($M_e=2,75$) всплеск практически отсутствует, что объясняется воздействием существующего выше по потоку благоприятного градиента давления; затем, в области нулевого градиента, его величина по мере удаления от среза монотонно возрастает.

Учитывая сказанное выше, можно прогнозировать увеличение всплеска, например, для течений со вдувом и нагретой стенкой, и, наоборот, его уменьшение для течений с отсосом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кантуэлл Б. Дж. Организованные движения в турбулентных потоках.— В кн.: Вихри и волны. М.: Мир, 1984, с. 9—79.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
3. Лейдермен А. Дж. Влияние температуры стенки на сверхзвуковой турбулентный пограничный слой.— Ракетная техника и космонавтика, 1978, т. 16, № 7, с. 106—114.
4. Head M. R., Bandyopadhyay P. New aspects of turbulent boundary layers structure.— J. Fluid Mech., 1981, v. 107, p. 297—338.
5. Kovaszny L. S. G., Kibens V., Blackwelder R. F. Large-scale motion in the intermittent region of a turbulent boundary layer.— J. Fluid Mech., 1970, v. 41, Pt 2, p. 283—325.
6. Blackwelder R. F., Kovaszny L. S. G. Time scales and correlations in a turbulent boundary layer.— Phys. Fluids, 1972, v. 15, № 9, p. 1545—1554.
7. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 415 с.
8. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
9. Antonia R. A. Conditionally sampled measurements near the outer edge of a turbulent boundary layer.— J. Fluid Mech., 1972, v. 56, Pt 1, p. 1—18.
10. Клайн С., Рейнольдс У., Штрауб Ф., Рансгэдлер П. Структура турбулентных пограничных слоев.— В кн.: Механика. М.: Мир, 1969, № 4, с. 41—78.
11. Laderman A. J. Total temperature — velocity relation in turbulent compressible boundary layers.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1981, v. 24, № 12, p. 1990—1992.
12. Майер, Ротта. Распределение температуры в сверхзвуковом турбулентном пограничном слое.— Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 11, с. 43—51.

Новосибирск

Поступила в редакцию
11.IV.1985

УДК 532.546

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОНФИГУРАЦИИ ГАЗОВОДЯНОГО КОНТАКТА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ

ГУТНИКОВ А. И., ЖОЛДАСОВ А., ЗАКИРОВ С. Н.

В задачах, связанных с определением конфигурации газоводяного контакта (ГВК) в гидродинамической ловушке в моноклинално залегающем литологически неоднородном водоносном пласте, плотность газа всегда предполагается постоянной [1, 2]. Однако в случае газовых залежей с большим этажом газонасыщенности изменение плотности газа с высотой может оказывать значительное влияние на конфигурацию ГВК в гидродинамической ловушке. Ниже приводится точное решение задачи о конфигурации ГВК в однородном участке пласта. Это решение можно использовать для описания ГВК, когда моноклинално залегающий водоносный пласт, к которому приурочена залежь, кусочно-однороден по проницаемости.

Схематизация рассматриваемой задачи представлена на фигуре, h_0 — толщина пласта, b — ширина, β — угол падения. В пласте существует естественный фильтрационный поток воды с расходом Q в направлении погружения. В верхней части пласта имеется зона с проницаемостью k_1 , а нижняя часть характеризуется проницаемостью k_2 ($k_2 > k_1$). К зоне изменения проницаемости пласта при определенных условиях приурочена газовая залежь, конфигурацию ГВК которой необходимо установить. Газ предполагается идеальным. Толщина пласта существенно меньше размеров газовой залежи по простиранию.

Как и в [1], для описания ГВК будем использовать величины, осредненные по водо- или газонасыщенным толщинам. Интегрируя уравнение закона Дарси по водо-насыщенной толщине пласта, для средней латеральной скорости фильтрационного

потока воды в однородном участке пласта имеем соотношение

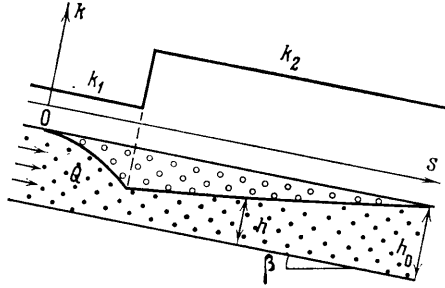
$$-\frac{k}{\mu} \left[\frac{dp}{ds} + g\rho \left(\cos \beta \frac{dh}{ds} - \sin \beta \right) \right] = -\frac{Q}{h_0 b}$$

При этом учтено, что средняя поперечная скорость фильтрации воды равна нулю. Здесь s — координата вдоль падения пласта, h — водонасыщенная толщина, P — давление на границе раздела газ — вода, μ и ρ — соответственно коэффициент динамической вязкости и плотность воды.

Аналогично для газа получим

$$\frac{dp}{ds} + \frac{g\rho_a}{p_a} p \left(\cos \beta \frac{dh}{ds} - \sin \beta \right) = 0$$

где использовано уравнение состояния идеального газа и предположение о зависи-



мости плотности газа только от координаты s , справедливое для тонких пластов, ρ_a — плотность газа при атмосферном давлении p_a и пластовой температуре.

Перейдем к безразмерным величинам. Будем измерять водонасыщенную толщину в единицах h_0 , координату s — в долях $h_0/\text{tg } \beta$, коэффициент проницаемости — в единицах $k_c = (\mu Q)/(h_0 b \Delta \gamma \sin \beta)$, $\Delta \gamma = g(\rho - \rho_0)$. Давление p на границе раздела газ — вода (а там, где она отсутствует, — у кровли пласта) измеряется в единицах $p_c = h_0 \Delta \gamma \cos \beta$, ρ_0 — характерная плотность газа (например, в начальной точке залежи при $s=0$).

Уравнение фильтрации воды под залежью и вне площади газоносности в каждом из однородных участков пласта имеет вид

$$\frac{dp}{ds} + \delta \left(\frac{dh}{ds} - 1 \right) = -\frac{1}{kh} \quad (1)$$

а уравнение статики для газа записывается следующим образом:

$$\frac{dp}{ds} + \varepsilon p \left(\frac{dh}{ds} - 1 \right) = 0 \quad (2)$$

Здесь введенные безразмерные параметры задачи определяются соотношениями $\delta = \rho/\Delta \rho$ и $\varepsilon = gh_0 \cos \beta \rho_a/p_a$.

Из уравнения (2) вытекает следующее выражение для гидростатического распределения давления по высоте в тонком наклонном пласте:

$$p = p_* \exp[\varepsilon(h_* - h - s_* + s)] \quad (3)$$

где звездочкой отмечены величины в точке с координатой $s = s_*$.

Подставим соотношение (3) в (1) и введем переменную $v = h - s$. После некоторых преобразований получаем следующее уравнение, характеризующее конфигурацию ГВК:

$$\frac{1}{k\{\delta - \varepsilon p_* \exp[\varepsilon(h_* - s_* - v)]\}} \frac{ds}{dv} + s = -v \quad (4)$$

Решение уравнения (4) с условием $s = s_*$ при $v = v_* = h_* - s_*$ представим в интегральном виде

$$s(\xi) = s_* \exp(-k\xi) - k \int_0^\xi \exp[-k(\xi - \tau)] v(\tau) d\tau \quad (5)$$

Здесь переменная ξ связана с переменной v формулой

$$\xi = -\delta(v_* - v) - p_* \{1 - \exp[\varepsilon(v_* - v)]\} \quad (6)$$

Интегрируя (5) по частям и используя (6), получим

$$s(v) = (s_* + v_*) \exp[-k\xi(v)] - v + \exp[-k\xi(v)] \int_{v_*}^v \exp\{k\delta(y - v_*) - kp_*(1 - \exp[\varepsilon(v_* - y)])\} dy \quad (7)$$

С помощью замены переменных $t = -kp_* \exp[\varepsilon(v_* - y)]$ интеграл в (7) приводится к неполной гамма-функции $\Gamma(a, z)$ [3]. В результате имеем

$$s = (s_* + v_*) \exp[-k\xi(v)] - v + \varepsilon^{-1} (-kp_*)^{k\delta/\varepsilon} \exp\{k\delta(v_* - v) - kp_* \exp[\varepsilon(v_* - v)]\} \times \\ \times \left[\Gamma\left(-\frac{k\delta}{\varepsilon}, -kp_* \exp[\varepsilon(v_* - v)]\right) - \Gamma\left(-\frac{k\delta}{\varepsilon}, -kp_*\right) \right] \quad (8)$$

Найденное соотношение (8) является точным решением задачи о конфигурации ГВК с учетом зависимости плотности газа от давления.

Реальные значения параметра $\varepsilon = 0,005 - 0,01$, а параметр $p_* = 10 - 50$, так что безразмерная плотность газа εp_* характеризуется значением порядка 0,1. Пренебрежительно плотностью газа соответствует предел (8) при $\varepsilon \rightarrow 0$. Более интересен частный случай $\varepsilon \rightarrow 0$ при $\varepsilon p_* = \text{const}$, соответствующий постоянной плотности газа. Рассмотрим асимптотическое разложение решения (8) во втором случае. Для этого воспользуемся представлением неполной гамма-функции через вырожденную гипергеометрическую функцию [3]

$$\Gamma(a, z) = \Gamma(a) - a^{-1} z^a \exp(-z) \Phi(1, a+1; z) \quad (9)$$

Асимптотическое представление вырожденной гипергеометрической функции $\Phi(1, a+1; z)$ при $|a| \rightarrow \infty$ и $|z| \rightarrow \infty$ так, что $|z| < |a|$, имеет вид (см. формулу 6.13(18) в [3])

$$\Phi(1, a+1; z) \approx \frac{1}{1-z'} \left[1 - \frac{1}{a} \left(\frac{z'}{1-z'} \right)^2 \right], \quad z' = \frac{z}{a} \quad (10)$$

Разлагая экспоненты решения (8) в ряд по малому параметру до членов второго порядка и используя представления (9), (10), после громоздких преобразований получаем

$$s = s_0(v) + \frac{\varepsilon}{k} \varepsilon p_* \left[\frac{1}{k} + (v_* - v) - \exp \left[k(v_* - v) \left\{ \frac{1}{k} - \frac{k}{2} [1 - k(v_* + s_*)] (v_* - v)^2 \right\} \right] \right] \quad (11)$$

Нулевое приближение

$$s_0(v) = (s_* + v_*) \exp[k(v_* - v) - v + k^{-1}(1 - \exp[k(v_* - v)])] \quad (12)$$

отвечает случаю постоянной плотности газа и совпадает с известным решением [1], записанным в других обозначениях. Последний член в (11) является поправкой к решению $s = s_0(v)$ (12) на изменение плотности газа с глубиной залегания водоносного пласта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чарный И. А., Томельгас В. А. О смещении газовых и нефтяных месторождений в потоке пластовых вод. - В кн.: Добыча нефти. Ежегодник. М.: Недра, 1963(1964), с. 96-102.
2. Плотников А. А. Условия формирования гидродинамических ловушек газа. М.: Недра, 1976. 150 с.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. М.: Наука, 1965. 294 с.

Москва

Поступила в редакцию
16.IV.1985