

УДК 533.6.011:537.84

РАЗВИТИЕ ПУЛЬСАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ В ОДНОМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МГД-ТЕЧЕНИЯХ С ВЫКЛЮЧЕНИЕМ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

БАРМИН А. А., УСПЕНСКИЙ В. С.

В работе исследуется течение газа в электромагнитном поле, когда проводимость, являясь функцией термодинамических параметров газа, в процессе течения обращается в нуль (выключение проводимости). В случае стационарных сверхзвуковых течений в расширяющемся сопле было показано сначала аналитически [1], а затем подтверждено численным экспериментом [2], что не при всех параметрах задачи (например, значениях магнитного поля на выходе) возможно устойчивое стационарное течение. Вместо стационарного течения реализуются периодический режим, когда от проводящей области отделяются и распространяются вниз по каналу узкие области проводящего газа с протекающим в них током. В указанных случаях проводимость считалась функцией только температуры, такой, что при $T \ll T_*$ $\sigma(T) = 0$. В [3, 4] проводились расчеты течений проводящего газа от температуры, так и на основе трехкомпонентной модели с использованием формулы Саха. При этом в обоих случаях наблюдалось развитие периодических режимов при течении в сопле, однако механизм зарождения токовых слоев не объяснялся. В [5] исследовалась автомодельная задача о выдвигении непроводящего поршня из полупространства, занятого проводящим газом с магнитным полем, в линейной постановке. При этом были обнаружены области значений параметров задачи (скорости поршня и значения магнитного поля на нем), когда, несмотря на автомодельную постановку задачи, автомодельное решение отсутствует. При этом существуют области, где возможно несколько решений. В этой работе не учитывалась возможность образования изотермических зон разрежения с малой электропроводностью, когда джоулев нагрев компенсируется процессом охлаждения газа при расширении (волны Батлера) [6], так как они перегревно неустойчивы. Однако в случае течения в сопле было показано [2], что именно развитие неустойчивостей в этих зонах приводит к образованию периодического режима.

В данной работе построено решение автомодельной задачи в нелинейной постановке. Выяснена причина возникновения областей многозначности решения, связанная с процессом выхода на автомодельные граничные условия. Показано, что в решении может возникать квазипериодический режим, имеющий место, в частности, в областях параметров задачи, где автомодельное решение отсутствует.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу о движении электропроводного газа в магнитном поле, занимающего полупространство $x > 0$ и ограниченного непроводящей плоскостью (поршнем), которая в момент времени $t = 0$ приобретает постоянную скорость u_p . Вектор напряженности магнитного поля предполагается параллельным плоскости поршня и, как и все параметры газа, в начальный момент однородным при $x > 0$. На поршне при $t > 0$ магнитное поле поддерживается постоянным и равным H_p . Электропроводность газа σ будем считать функцией только температуры T , причем такой, что $\sigma = 0$ при $T < T_*$, где T_* — температура выключения электропроводности — параметр задачи, характеризующий свойства газа.

Решение задачи строится для больших значений времени. Если характерный линейный размер можно считать достаточно большим, то в расширяющихся или неограниченных областях, где проводимость газа отлична от нуля и не стремится к нулю с течением времени, в уравнениях мож-

но полагать $\sigma = \infty$. Узкие зоны, в которых существенны диссипативные процессы, при больших временах будут рассматриваться как поверхности разрыва. Однако при определении системы граничных условий на них учитывается их структура, при этом полагается, что магнитная вязкость является определяющим диссипативным коэффициентом. Возможны две ситуации. Первая, уже описанная, когда в задаче отсутствует характерный линейный размер. В этом случае при больших значениях времени в непрерывных течениях можно пренебрегать всеми диссипативными процессами, задача становится автомодельной, где все величины зависят от отношения x/t . Вторая — когда в задаче может вырабатываться свой характерный линейный размер, связанный с конечностью величины электропроводности.

Система уравнений, начальных и граничных условий, описывающая одномерное течение идеального совершенного газа плоскими волнами в лагранжевых переменных имеет вид [7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial s} &= \frac{1}{\rho}, & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) &= \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= - \frac{\partial}{\partial s} \left(p + \frac{H^2}{8\pi} \right) \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{j^2}{\sigma \rho} - p \frac{\partial u}{\partial s} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H}{\rho} \right) = -c \frac{\partial E}{\partial s}, \quad \frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{4\pi}{c\rho} j$$

$$\varepsilon = \frac{R_1 T}{\gamma - 1}, \quad p = \rho R_1 T, \quad j = \sigma E$$

$$\begin{aligned} t=0, \quad s>0, \quad T=T_0, \quad \rho=\rho_0, \quad H=H_0, \quad E=0, \quad u=0 \\ s=0, \quad u=u_p(t), \quad H=H_p(t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

где x — эйлерова пространственная координата, s — лагранжева, t — время, ρ , p , T , ε — плотность, давление, температура и внутренняя энергия единицы массы газа; u — скорость; H , E — напряженности магнитного и электрического полей; γ — отношение удельных теплоемкостей; R_1 — универсальная газовая постоянная; σ — электропроводность. Здесь предполагается, что магнитное поле направлено по декартовой оси z , а электрическое — по оси y .

Предполагается, что σ — заданная функция температуры. Для расчетов использовалась приближенная к реальной экспоненциальная зависимость при малых T и закон $T^{1/2}$ при высоких температурах

$$\sigma = \frac{e^{(T/T_*-1)} - 1}{e^{(T_0/T_*-1)} - 1} \sigma_0, \quad T_* \leq T \leq T_0$$

$$\sigma = 0, \quad T \leq T_*; \quad \sigma = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1/2}, \quad T \geq T_0 \quad (1.3)$$

где σ_0 — начальная проводимость газа, отвечающая температуре T_0 .

2. Автомодельное решение. Решение задачи представляет собой последовательность распространяющихся друг за другом автомодельных волн и эволюционных разрывов, разделенных областями с постоянными значениями параметров. Используя анализ, учитывающий скорости распространения разрывов и их структуру, дополненный численным разрешением условий на скачках, можно показать, что решение задачи может состоять

из следующих комбинаций волн [5]:

$$\begin{aligned}
 & S^+T, R^+T, r^+, r^{-+}, r^{--}, r^+R, R^+r_*^+, S^+r^{-+}, R^+r^{-+}, R^+r^{-+}R, \\
 & S^+r_*^{-+}R, R^+r^{--}, S^+r^{--}, r^+R_0T, R^+r_*^+R_0T, R^+T_0V, S^+T_0V, \\
 & r^+Iv, r^+Iv_*R, R^+r_*^+Iv, r^+Iv_*R_0T, R^+r_*^+Iv_*R, R^+r_*^+Iv_*R_0T, R^+r_*^{-+}R \\
 & S^+r_*^{-+}R, R^+r_*^{-+}R_0T, S^+r_*^{-+}R_0T
 \end{aligned}$$

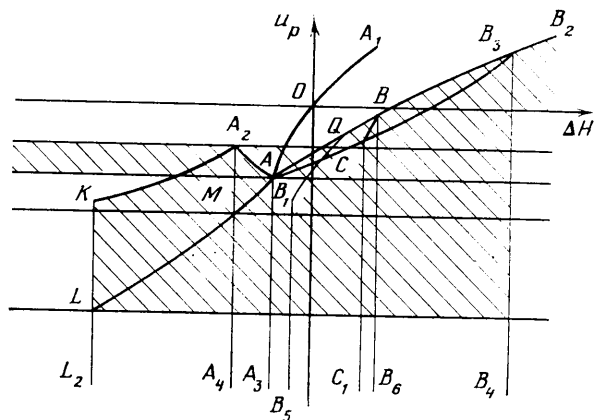
где S^+ — ударная МГД-волна, R^+ — МГД-волна разрежения, r^+ , r^- — быстрый и медленный фронт рекомбинации, причем в структуре медленного фронта рекомбинации возможны как рост, так и убывание магнитного поля (соответственно r^+ , r^-), R — газодинамическая волна разрежения. Дозвуковая волна с временной ионизацией Iv представляет собой разрыв, перед и за которым газ непроводящий, а внутри структуры электропроводность отлична от нуля. Токовый слой T представляет собой нагретую электропроводную зону, внутри которой происходит изменение магнитного поля. По частицам токовый слой не движется. В силу закона Ома величина собственного электрического поля в частицах токового слоя $E \approx 0$. При анализе решения токовый слой заменяется разрывом, неподвижным по частицам среды, на котором $E=0$, $\sigma > 0$. В автомоделном случае T располагается либо на поршне, либо граничит с зоной вакуума, прилегающей к поршню (T_0V). Индекс звездочка отмечает состояние Жуге, когда скорость распространения r^+ по переднему состоянию совпадает с характеристической магнитозвуковой скоростью; r_*^+ , Iv_* — когда скорость распространения разрывов по заднему состоянию совпадает с газодинамической скоростью звука, так что за ними может идти газодинамическая волна разрежения.

Удобно представить приведенные решения в плоскости переменных $\Delta H = H_0 - H_p$, u_p — параметров задачи. На фиг. 1 отмечены МГД-волна разрежения — кривая OA , где точка A соответствует температуре выключения проводимости за R^+ , ударная МГД-волна — кривая OA_1 . Решению R^+T соответствует полоса $u_p(A) < u_p < 0$, $S^+T - u_p > 0$. Если отношение T_0/T_* невелико ($1 < T_0/T_* < 1,13$), то по невозмущенному состоянию могут распространяться волны r^+ и r^- . Решению r^+ отвечает кривая A_2K , где т. K соответствует r^+ максимальной интенсивности; $r^- - BC$, т. B отвечает состоянию, когда передний фронт волны рекомбинации неподвижен относительно частиц среды, т. C соответствует r_*^- .

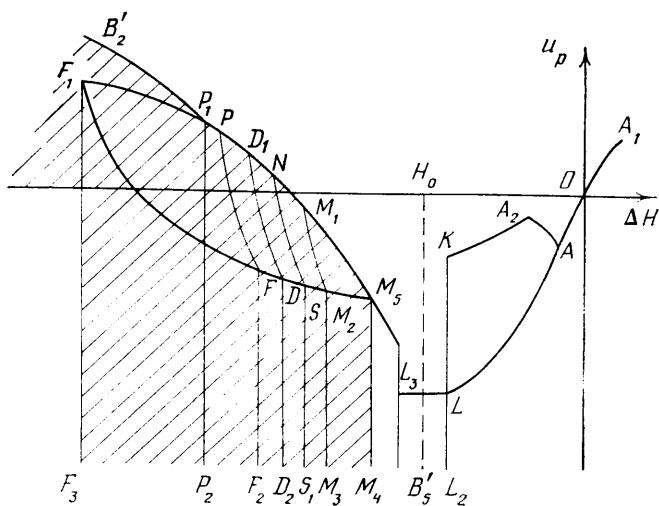
На фиг. 1 R отвечают вертикальные прямые, так как изменение магнитного поля в волне не происходит. Решению r^+R соответствует область $L_2KA_2A_4$, $R^+r_*^+R - A_4A_2AA_3$. В частности, за r^+ может идти волна разрежения R_0 , за которой $E=0$ (кривая AML), так что за ней может образоваться токовый слой. Решению r^+R_0T соответствует полоса $u_p(L) < u_p < u_p(M)$, $R^+r_*^+R_0T - u_p(M) < u_p < u_p(A)$. Решения R^+r^{-+} и S^+r^{-+} имеют место в областях ABC и BCB_3 соответственно. Решениям $R^+r_*^{-+}$, $S^+r_*^{-+}$ соответствуют кривые AC и CB_3 , $R^+r_*^{-+}R$ — область A_3ACC_1 , $S^+r_*^{-+}R - C_1CB_3B_4$.

Медленный фронт рекомбинации r^- , в котором изменение магнитного поля максимально, неподвижен относительно частиц среды. Решениям с таким контактным разрывом отвечает кривая AQ . Решениям с токовым слоем, граничащим с вакуумом, отвечает кривая $B_1QBB_3B_2$. Так, R^+T_0V соответствует область $B_5B_1BB_6$, S^+T_0V — область, лежащая ниже кривой BB_2 . Точка B_3 соответствует случаю, когда скорость истечения газа в вакуум совпадает со скоростью звука.

Используя волны r^- и Iv , можно построить автомоделные решения с изменением знака магнитного поля (фиг. 2). Фронту r^- , распространяющемуся по невозмущенному состоянию, отвечает кривая PF . Решению S^+r^- отвечает область F_1PF , $R^+r^- - FPD_1D$. Разрыву r^- , идущему за волной R^+ максимальной интенсивности, в которой температура пада-



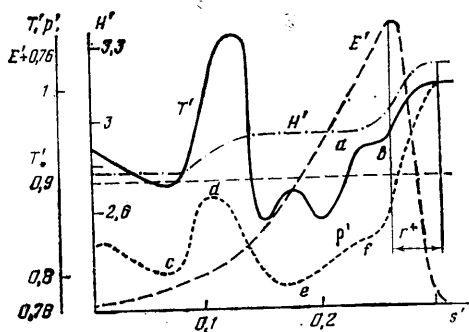
Фиг. 1



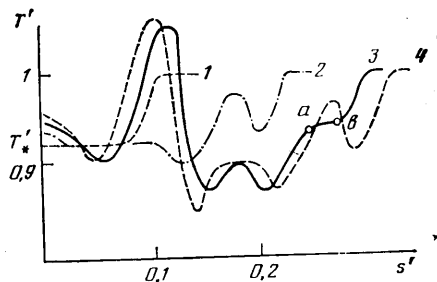
Фиг. 2

ет до T_* , соответствует кривая D_1D . Одновременно такой фронт рекомбинации является и волной с временной ионизацией. Решениям с волнами временной ионизации $R^+r_*^+Iv$ и r^+Iv отвечают соответственно области DD_1NS и SNM_1M_2 . Кривая M_2F_1 соответствует решениям типа Жуге, так что за ними могут следовать газодинамические волны разрежения. Решение $R^+r_*^+Iv_*R$ отвечает области D_2DSS_1 , $r^+Iv_*R - S_1SM_2M_3$, $R^+r_*^--R - F_2FDD_2$, $S^+r_*^--R - F_3F_1FF_2$. Так же как и за r^+ , интенсивность волны разрежения R_0 , идущей за r_*^-- , Iv_* , может быть такой, что за ней $E=0$ и на поршне может возникнуть токовый слой. Кривая $B'_1P_1B'_2$ соответствует токовому слою с изменением знака магнитного поля, граничащему с вакуумом. Кривые M_3F_1 и F_1P_1 соответствуют решениям типа Жуге с Iv_* или r_*^-- . Причем в точке F_1 происходит переход одной ветви решения с волной типа Жуге в другую, так что в области $F_3F_1P_1P_2$ возникает вторая ветвь решения $S^+r_*^--R$. Решениям с зоной вакуума отвечает область, ограниченная кривой $B'_5B'_1B'_2$.

В области параметров $u_p < u_p(L)$, $\Delta H(B'_1) < \Delta H < \Delta H(L)$ (область $B'_5L_3LL_2$, фиг. 2) автомодельного решения не существует. Отметим, что учет в решении изотермических течений не приводит к устранению области, где автомодельное решение отсутствует. Построенное автомодельное решение многозначно в некоторых областях параметров задачи (области, где существует более одного автомодельного решения, на фиг. 1, 2 покры-



Фиг. 3



Фиг. 4

ты штриховкой). Например, в области $B_5 B_1 Q B_3 B_4$ существуют как решение с зоной вакуума $R^+ T_0 V$ или $S^+ T_0 V$, так и решение с медленным фронтом рекомбинации $R^+ r_*^- R$ или $S^+ r_*^- R$.

В отличие от решения задачи в линейной постановке [5] учет нелинейности приводит к появлению в решении разрывов с изменением знака магнитного поля, токового слоя, граничащего с зоной вакуума на поршне и имеющего место при больших перепадах магнитного поля ($H_0^2/8\pi - H_p^2/8\pi \geq 2\rho_0$). Как и в линейном случае, остается область параметров задачи, где автомодельное решение отсутствует.

3. Численный эксперимент. Введем безразмерные переменные, имеющие вид

$$T' = \frac{T}{T_0}, \quad H' = \frac{H}{a_0 \sqrt{\rho_0}}, \quad E' = \frac{cE}{a_0^2 \sqrt{\rho_0}}, \quad s' = \frac{s}{\rho_0 L_0}$$

$$u' = \frac{u}{a_0}, \quad Rm = \frac{4\pi\sigma_0}{c^2} a_0 L_0, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad a_0 = \sqrt{\gamma R_1 T_0}$$

При численном моделировании решения к (1.2) добавлялись условия, моделирующие поведение течения на бесконечности

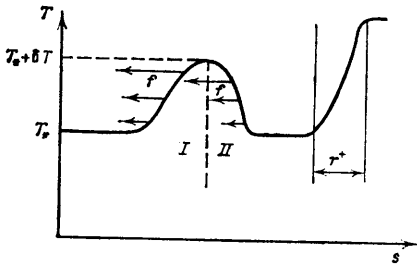
$$s = \rho_0 L_0, \quad \frac{\partial u}{\partial s} = 0, \quad H = H_0$$

а в уравнение для давления вводился член с искусственной вязкостью для сквозного расчета скачков уплотнения, значение γ полагалось равным $5/3$. Система (1.1) решалась методом раздельных прогонок [7] с помощью разностной схемы второго порядка точности.

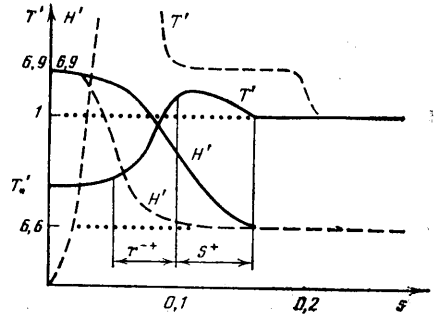
Проводились расчеты для широкого набора значений параметров.

Для параметров, отвечающих области $B_5' L_3 L L_2$, на фиг. 2, в которой автомодельное решение не существует, численно было получено, что за быстрым фронтом рекомбинации r^+ возникает система квазипериодических неоднородностей нагретого газа, перемещающихся к поршню. (Расчеты проводились, например, для параметров $T_*' = 0,5$, $Rm = 100$, $H_p' = 0$, $H_0' = 6,58$ ($2 \cdot 10^4$ Гс в размерных величинах), $u_p' = -19$ (-10^7 см/с в размерных величинах), $T_0 = 2000$ К, $\rho_0 = 2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-5}$ г/см³.)

Чтобы выяснить механизм образования нагретых неоднородностей за r^+ , в качестве начальных данных возьмем решение, описывающее стационарную структуру r^+ , идущего по невозмущенному однородному состоянию. За r^+ — однородный фон с температурой T_* . В этом случае решение становится более простым, так как перед r^+ нет МГД-волны разрежения. Начальные условия определялись решением обыкновенного дифференциального уравнения для изменения магнитного поля и системой граничных условий на быстром фронте рекомбинации. Параметры расчета $T_*' = 0,92$, $Rm = 200$, $H_0' = 3,29$, $T_0 = 2000$ К, $\rho_0 = 2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-5}$ г/см³, $u_p' = -0,1$, $H_p' = -2,78$. На фиг. 3 представлены изменения физических параметров в один



Фиг. 5



Фиг. 6

из моментов времени; отмечены области, соответствующие различным частям решения ($[def]$ — волна разрежения, идущая по неоднородному фону за r^+ , $[cd]$ — волна сжатия, идущая к поршню, $[a, b]$ — изотермический участок течения). На фиг. 4 показаны графики изменения температуры в последовательные моменты времени (кривая 3 соответствует состоянию, представленному на фиг. 3). Характерным свойством r^+ является достижение максимального значения $|E|$ на заднем фронте (фиг. 3). Температурная неоднородность определяется высоким значением температуры в частицах и изменением в них магнитного поля. Возникающие за r^+ на фоне, близком к изотермическому (кривая 3, отрезок $[a, b]$), неоднородности перемещаются к поршню со скоростью, близкой к скорости звука $a_* = \sqrt{\gamma R_1 T_*}$.

Рассмотрим качественно динамику образования и развитие неоднородностей за быстрым фронтом рекомбинации. Пусть в начальный момент времени за r^+ на изотермическом фоне возникло температурное возмущение с $\delta T > 0$. Из расчетов следует, что увеличение проводимости среды в зоне возмущения вызовет дальнейший рост температуры газа благодаря джоулевой диссипации. В зоне возмущения выделим две области, расположенные слева и справа от максимума температуры (фиг. 5). На неоднородность действует сила Лоренца (σHE), направленная к поршню. В области I, расположенной ближе к поршню, σ , H , E растут с ростом координаты s ; H — в силу уравнения индукции магнитного поля, E — в силу экранировки собственного электрического поля проводящим слоем (можно считать, что граничное значение E , генерируемое r^+ , задается на движущейся границе (фиг. 5)), σ — в силу заданного распределения температур ($\sigma_T' > 0$). Наличие положительного градиента силы в области I вызывает образование волны сжатия, распространяющейся к поршню и поддерживающей температуру газа $T > T_*$ (отрезок $[cd]$ фиг. 3). В области II H , E также растут с ростом s , но, так как σ падает до нуля, в области II возникает зона, где градиент силы Лоренца отрицателен. При этом на нагретые частицы будет действовать большая сила, чем на холодные, вследствие чего возникает волна разрежения в зоне неоднородности, распространяющаяся по возмущенному состоянию за r^+ и охлаждающая газ ниже температуры выключения проводимости T_* (отрезок $[def]$, фиг. 3). Вследствие такого процесса неоднородность перемещается по частицам в сторону поршня со скоростью, близкой к газодинамической скорости звука $a_* = \sqrt{\gamma R_1 T_*}$.

Указанный процесс перемещения нагретой неоднородности качественно описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 A}{\partial s^2} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} - k \sigma_A' \frac{\partial A}{\partial s}$$

$$t=0: A=1+\varphi; \sigma_A' \geq 0; \sigma(A)=0, A \leq 1 \quad (3.1)$$

Здесь $k = \text{const} > 0$; $\gamma = \text{const} > 0$; φ — финитная функция, большая нуля на интервале (s_1, s_2) . При выводе уравнения (3.1) предполагалось, что $HE = \text{const}$ в уравнении Эйлера. Джоулевой диссипацией пренебрегалось. Предполагалось, что изменения всех газодинамических величин малы, что позволяло линеаризовать систему уравнений газовой динамики.

Возмущение $\delta T < 0$ вызовет увеличение E в силу граничного условия на r^+ за зоной возмущения и образование возмущения $\delta T > 0$ на фоне изотермического течения, так что весь анализ будет аналогичен приведенному выше.

Допустим, что неоднородность образовалась. За фронтом r^+ , где $E < 0$ (в абсолютной системе координат), неоднородность все время подогревается джоулевой диссипацией. Вследствие роста проводимости все время растет перепад магнитного давления на неоднородности, генерирующей волну разрежения, распространяющуюся за r^+ . Увеличение интенсивности газодинамической волны разрежения, идущей за r^+ , где $E < 0$, приводит к росту E в зоне возмущения, т. е. $E \rightarrow 0$. Процесс происходит до тех пор, пока E не станет равным нулю, а неоднородность не придет к поршню и не станет токовым слоем, в котором $E \approx 0$, частицы имеют высокую температуру, происходит изменение магнитного поля и перемещения по частицам среды не происходит.

В том случае, когда скорость выдвижения поршня достаточно велика, интенсивность волны разрежения, возникающей в решении за r^+ , становится большой. В силу этого величина $|E|$ на поршне растет, усиливается диффузия магнитного поля через токовый слой ($H_p = 0$) и за r^+ в непроводящей зоне происходит падение величины магнитного поля. При этом за волной рекомбинации возникает изотермическое течение Батлера [6]. Образование начального возмущения происходит в результате развития перегретной неустойчивости течения Батлера [2] и приводит к возмущению изотермического течения за r^+ . Процесс образования неоднородностей в этом случае будет носить квазипериодический характер (фиг. 4, кривая 4). В проведенных расчетах наблюдалось одновременно до пяти неоднородностей в течении. Если граничные значения таковы, что существует решение $r^+ R_0 T$, то процесс генерации неоднородностей прекращается, неоднородности приходят на поршень, формируя токовый слой, и устанавливается указанное автомодельное решение.

Серией расчетов было показано, что выход на то или иное автомодельное решение, когда оно не единственное, зависит от процесса установления постоянных граничных значений H_p , u_p на поршне. Так, в расчетах, когда H_p , u_p менялись монотонно с течением времени к постоянным граничным значениям, устанавливалось автомодельное решение (фиг. 6, сплошные кривые) $S^+ r^-$. С течением времени происходит перемещение r^- по частицам с дозвуковой скоростью. В том случае, когда u_p сначала достигает больших отрицательных значений ($u_p' = -19$), возникает течение с зоной вакуума на поршне. Обратное изменение u_p до постоянного граничного значения не приводит к изменению сформировавшегося течения (фиг. 6, кривые, проведенные пунктиром). Параметры расчета, приведенного на фиг. 6: $T_*' = 0,9$; $Rm = 200$; $T_0 = 2000$ К; $\rho_0 = 2,1,67 \cdot 10^{-5}$ г/см³; $H_0' = 6,59$; $H_p' = 6,92$; $u_p' = -2,5 \cdot 10^{-2}$.

Необходимо также отметить, что неавтомодельное решение с квазипериодическими неоднородностями в зоне между r^+ и токовым слоем возникает не только в области параметров, где автомодельное решение отсутствует (фиг. 2, область $B_5' L_3 L L_2$), но и в прилегающих к ней зонах, где возможны автомодельные решения.

Когда имеет место неавтомодельное решение, возможно построение качественной модели явления, аналогичной предложенной в [4].

Таким образом, численным экспериментом показано, что в решении задачи о непроводящем поршне в магнитогидродинамике имеют место пульсационные режимы, которые возникают в результате нелинейного

развития перегретой неустойчивости изотермического течения. При этом в задаче вырабатывается внутренний характерный размер, связанный с масштабом неоднородности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об особенностях сверхзвуковых МГД-течений, связанных с выключением проводимости при охлаждении газа.— В сб.: Избранные вопросы современной механики. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 153—164.
2. Бармин А. А., Глинов А. П., Куликовский А. Г. Возникновение периодических режимов в стационарных сверхзвуковых МГД-течениях вследствие выключения электропроводности среды.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1985, № 4, с. 138—149.
3. Брушлинский К. В., Калугин Г. А., Козлов А. И. Численное моделирование течения ионизирующегося газа в канале. Препринт № 50. М.: Ин-т прикл. матем. М. В. Келдыша АН СССР, 1982. 28 с.
4. Брушлинский К. В., Морозов А. И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах.— В сб.: Вопросы теории плазмы. Вып. 8. М.: Атомиздат, 1974, с. 88—163.
5. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Задача о поршне при наличии волны рекомбинации в магнитном поле.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 4, с. 136—142.
6. Butler D. S. One-dimensional flow in an ionizing gas.— J. Fluid Mech., 1965, v. 23, № 1, p. 1—21.
7. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980. 352 с.
8. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле.— В сб.: Гидромеханика. 1970. Т. 5. Итоги науки. М.: ВИНТИ, АН СССР, 1971, с. 6—31.

Москва

Поступила в редакцию
19.XII.1985