

УДК 532.516

ПОЛЕ ПЛОТНОСТИ СТРУИ ВЯЗКОГО ГАЗА, ИСТЕКАЮЩЕГО ИЗ КОНИЧЕСКОГО СОПЛА В ВАКУУМ

БОНДАРЕВ Е. Н., БУРГАСОВ М. П., ВАСИЛЬЕВ И. А.,
КОКОРЕВ А. С.

На основании экспериментальных исследований и анализа результатов численного решения полной системы уравнений Навье — Стокса предложена аппроксимационная зависимость для расчета поля плотности в струе вязкого газа, истекающего из конического сопла в вакуум.

1. Постановка задачи. Определение параметров струи вязкого теплопроводного газа, истекающего из конического сопла в вакуум, проводится в два этапа. На первом этапе рассчитывается истечение вязкого газа в вакуум из конического сопла и в области ABC (фиг. 1), непосредственно прилегающей к выходному сечению сопла размером порядка радиуса выходного сечения. На втором этапе рассматривается дальнейшее расширение струи в вакуум. На фиг. 1 показана схема изучаемой области.

Особенности истечения струи вязкого газа связаны с тем, что при движении газа вдоль внутренней поверхности сопла нарастает пограничный слой, что приводит к неравномерному распределению параметров потока в выходном сечении сопла. В [1] показано, что неравномерность поля течения на срезе сопла существенно влияет на параметры струи вниз по потоку, особенно вдали от оси.

Для решения задачи на первом этапе полная система уравнений Навье — Стокса, приведенная в [1], записывается в криволинейных координатах, связанных с контуром сопла, что позволяет изучать влияние геометрии сопла на течение струи. При образовании безразмерных переменных геометрические величины относятся к радиусу выходного сечения сопла u_c , а параметры потока — к параметрам в критическом сечении. К системе уравнений добавляется зависимость динамического коэффициента вязкости от температуры.

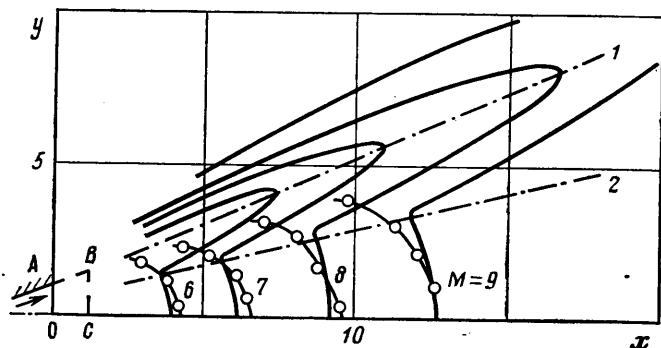
Форма сопла задается в виде конической поверхности. В счетную область включена часть примыкающей к срезу сопла внешней среды, имеющая длину порядка одного радиуса выходного сечения сопла. Снаружи эта область ограничена прямой линией, являющейся продолжением контура сопла, а на выходе — прямой линией, перпендикулярной оси сопла.

На границах счетной области использованы краевые условия такого же типа, как в [1]. Слева счетная область ограничена критическим сечением. Предполагается, что в критическом сечении сопла сформирован равномерный звуковой поток. На оси симметрии использованы граничные условия

$$v = \partial u / \partial y = \partial \rho / \partial y = \partial e / \partial y = 0$$

Здесь u и v — соответственно скорости вдоль осей x и y , ρ — плотность, e — внутренняя энергия. На стенке сопла задается температура T_w и граничные условия прилипания

$$u_w = v_w = 0$$



Фиг. 1

В области течения, расположенной за срезом сопла, газ свободно вытекает через границы счетной области, что позволяет на этих границах использовать краевое условие линейности изменения параметров струи в малой окрестности около границы

$$\partial^2 f_i / \partial n^2 = 0$$

где $f_i = \{u, v, \rho, e\}$, n — нормаль к границе.

Система уравнений Навье — Стокса применяется в относительно небольшой примыкающей непосредственно к срезу сопла области течения, где поток достаточно плотный и, согласно оценкам [2, 3], использование этих уравнений является оправданным.

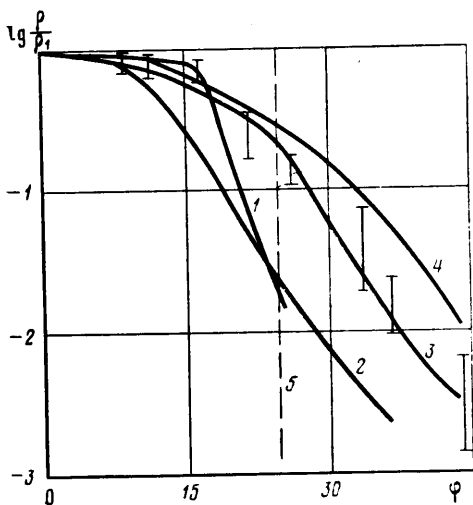
2. Метод решения. Стационарное решение задачи ищется методом установления. Поле параметров течения газа для начального момента времени рассчитывается по одномерной теории. Исходная система дифференциальных уравнений аппроксимировалась с помощью неявной разностной схемы [4] и решалась методом расщепления. После преобразования координат, переводящего исходную область в единичный квадрат, область интегрирования покрывалась прямоугольной неравномерной разностной сеткой. С помощью логарифмического сгущения можно было уменьшать шаги разностной сетки около стенки сопла. В расчетах разностная сетка содержала до 1600 узлов. Решение, полученное на границе расчетной области, использовалось в качестве начального условия для вычисления параметров струи на следующем этапе.

На втором этапе решения параметры струи в дальнейшем поле течения определялись приближенно, исходя из модели сферического источника переменной интенсивности с переменным положением фокуса для каждой трубки тока. Пусть известны на поверхности ABC распределения плотности $\rho_0(\varphi)$, внутренней энергии $e_0(\varphi)$, начального радиуса источника $r_0(\varphi)$, направления вектора скорости. Тогда искомые величины на расстоянии r от среза сопла в направлении угла φ определяются из соотношений

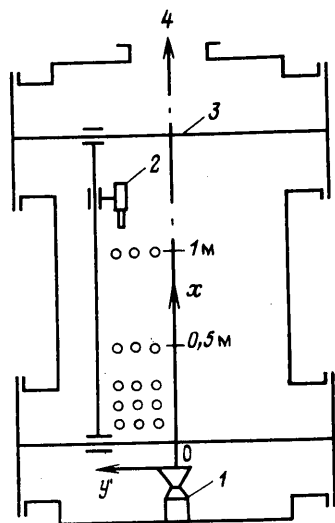
$$\rho = \rho_0(\varphi) [r_0(\varphi)/r]^2, \quad l = l_0(\varphi) [\rho/\rho_0(\varphi)]^{1-\gamma} \quad (2.1)$$

Следует отметить, что для каждого значения φ ищется свое значение $r_0(\varphi)$.

3. Влияние вязкости на течение в струе. Типичная картина истечения вязкого газа в вакуум из конического сопла, полученная в расчете, представлена на фиг. 1. Здесь угол полуоткрытия сопла 15° , число Маха на срезе, определенное по степени расширения, $M_a = 4,6$, число Рейнольдса $Re_* = 2400$, температурный фактор $T_w = 1$, отношение удельных теплоемкостей $\gamma = 1,4$. Число Re_* рассчитано по критическим параметрам потока и радиусу выходного сечения сопла. Сплошными линиями нанесены линии равных чисел Маха, штриховой линией ABC ограничена область, где используются уравнения Навье — Стокса. Линии 1 и 2 отделяют соответственно и температуры в дальнейшем поле струи. Кружочками помечены линии равных чисел Маха, рассчитанные для случая невязкого течения в сопле с использованием формулы, предложенной в [5]. Угол наклона к оси сим-



Фиг. 2



Фиг. 3

метрии линии 1 — 24° , линии 2 — 15° . Число Маха на оси в плоскости среза сопла, полученное в расчете с учетом влияния вязкости, равно 3.

Приведенные на фиг. 1 данные показывают, что диссипативные процессы внутри сопла существенно сказываются на дальнейшем развитии струи. Из-за эффекта теплопроводности линии $M = \text{const}$ в периферийной части расположены дальше от среза сопла, чем в случае течения идеального газа. Во внешней части струи за линией 1 происходит быстрый рост чисел Маха, что объясняется более интенсивным разворотом газа из пограничного слоя сопла около его кромки, а это ведет к уменьшению величины $r_0(\varphi)$ в формуле (2.1).

4. Зависимость параметров вязкой струи от Re_* . Для определения влияния вязкости на параметры струи были проведены расчеты течения из конического сопла, геометрия которого описана ниже, при $Re_* = 500, 1000, 2400, 3000, 5000$, а также при $Re_* = 10^8$ с использованием на стенке сопла граничных условий для невязкого течения. В последнем случае на срезе сопла реализуется равномерный профиль скорости. Затем вне области ABC рассчитано поле плотности для течения из источника. На фиг. 2 представлена расчетная зависимость отношения плотности ρ к плотности на оси струи ρ_1 от угла наклона линии тока к оси φ . При такой обработке результатов расчетов вне области ABC профиль плотности практически не зависит от расстояния от среза сопла r . Цифрой 1 обозначена кривая, соответствующая $Re_* = 10^8$, 2 — $Re_* = 5000$, 3 — $Re_* = 2400$. Для истечения невязкого газа характерной особенностью является почти постоянное значение плотности вплоть до $\varphi = 15^\circ$ и затем быстрое ее уменьшение. Крутое падение плотности при $\varphi > 15^\circ$ (кривая 1) связано с изменением положения фокуса источника для периферийных трубок тока. Учет вязкости (кривая 2) приводит к заметному сглаживанию профиля плотности. При дальнейшем уменьшении числа Re_* наблюдается тенденция к возрастанию значения плотности.

От угла $\varphi = 15^\circ$, где ощущается влияние вязкого течения около кромки сопла при $Re_* = 2400$ (кривая 3), наблюдается расхождение между кривыми 2 и 3. При $\varphi = 30^\circ$ значения плотностей различаются на порядок. Таким образом, учет вязкого течения около кромки сопла приводит к существенному изменению параметров струи, истекающей в вакуум.

5. Анализ результатов расчетов. Представляет интерес сопоставить результаты расчетов с экспериментальными данными и результатами расчетов струи другими методами [5—8].

Экспериментальные исследования по определению потоков рабочего тела проводились в вакуумной камере вертикального исполнения диаметром 1,1 и высотой 2 м. В нижней части камеры вдоль ее оси было установлено сопло, через которое исследуемое рабочее тело (воздух) истекало в камеру.

Сопло имело диаметр выходного сечения $d_a = 4,6 \cdot 10^{-3}$ м, диаметр критического сечения $d_* = 1,1 \cdot 10^{-3}$ м, длину $l = 6,9 \cdot 10^{-3}$ м. Давление внутри вакуумной камеры при расходе рабочего тела 20 мг/с составляло 0,7 Па. Исследуемым параметром струи, истекающей из сопла, была плотность потоков частиц рабочего тела, которая измерялась с помощью датчика свободно-молекулярных потоков (ДСМП) [2]. Датчик представлял собой термодатчик вакуумную лампу ПМТ-2 с насадком в виде тонкостенного цилиндра с приемным отверстием в его торцевой части. В эксперименте были соблюдены условия работоспособности датчика в переходной и свободномолекулярной областях течения.

Для того чтобы выделить потоки рабочего тела, попадающие в ДСМП непосредственно от сопла на фоне потоков, отраженных от стенок вакуумной камеры, перед приемным отверстием ДСМП была установлена заслонка, которая могла занимать различные угловые положения относительно оси датчика, выделяя тем самым потоки рабочего тела, приходящие в ДСМП из различных направлений.

Если такой ДСМП ввести в поток, то через некоторое время в его полости установится давление, величина которого будет зависеть от параметров набегающего потока и ориентации приемного отверстия относительно вектора скорости потока, при этом число молекул, влетающих через приемное отверстие в резервуар ДСМП, будет равно числу молекул, вылетающих из него. Поток массы определяется через давление и температуру в резервуаре ДСМП по формуле

$$\Pi = P_1 / \sqrt{2\pi m k_b T_1}$$

где P_1 и T_1 — давление и температура в резервуаре ДСМП, m — масса частиц рабочего тела, k_b — постоянная Больцмана.

Измерения величин потоков рабочего тела проводились на расстояниях до 220 и до 40 диаметров среза сопла соответственно вдоль оси и по радиусу струи. На фиг. 3 представлена схема экспериментальной установки, где 1 — источник газа, 2 — ДСМП, 3 — координатное устройство, 4 — подвод к насосам. Кружками обозначены точки, где проводились измерения.

Для приближенных расчетов и анализа экспериментальных данных об истечении струи реального вязкого газа в пространство низкого давления часто используется формула, полученная в [5]. Интересно сопоставить результаты настоящих расчетов с расчетами по этой формуле и с экспериментальными данными. Это сопоставление носит оценочный характер, так как расчеты [5] сделаны для невязкого газа, а в наземных экспериментах приходится иметь дело не с истечением в полный вакуум, а с сильно недорасширенной струей низкой плотности. В [5] на основе обработки данных для струй идеального газа, истекающих в вакуум, получена приближенная зависимость для величины плотности

$$\frac{\rho}{\rho_a} = \frac{k}{2} \left(\frac{y_a}{r} \right)^2 (\cos \varphi)^k, \quad k = \gamma(\gamma - 1) M_a^2 \quad (5.1)$$

где индексом a обозначены величины на срезе сопла, φ — угол между осью сопла и направлением от центральной точки на срезе сопла до рассматриваемой точки струи.

На фиг. 2 кривая 4 — зависимость (5.1) для случая $M_a = 4,6$; вертикальными линиями нанесены результаты эксперимента. Кривая 3 соответствует расчету при $Re_* = 2400$ и $T_w = 1$, что близко к условиям эксперимента; 5 — полученная в расчете граница области влияния вязкости на течение

в струе. Экспериментальные точки, которые соответствуют $\varphi > 45^\circ$, не обозначены. Их интерпретация требует более детального рассмотрения, так как истечение происходило не в полный вакуум, а в затопленное пространство. Отношение давления на срезе сопла к давлению во внешней среде составляло 40. В зоне влияния вязкости экспериментальные точки лежат ниже кривой 4 и удовлетворительно согласуются с результатом расчета настоящей работы.

Обобщение результатов с учетом экспериментальных данных и данных [6, 7] позволяет получить зависимость, аналогичную (5.1). При этом учитывается, что при истечении газа из сопла центр эффективного источника смещается вниз по потоку. Используя распределения плотности по углу φ , данные [5–7] и результаты эксперимента, получаем аппроксимирующую зависимость при $1 \leq M_a \leq 6$, $\varphi \leq 45^\circ$, $500 \leq Re_* \leq 5000$

$$\frac{\rho}{\rho_a} = \frac{\gamma(\gamma-1)}{2} M_+^2 \left(\frac{y_a}{x_+} \right)^2 z [\operatorname{ch} \theta^{2z}]^{-1} \quad (5.2)$$

$$M_+ = M_a + \frac{1}{2\gamma M_a^2}, \quad x_+ = x - \frac{y_a \sqrt{M_a}}{2(\gamma-1)}$$

$$\operatorname{ch} \alpha = (e^\alpha + e^{-\alpha})/2, \quad z = 1 - M_a/\sqrt{Re_*}$$

$$\theta = \varphi/\theta_*, \quad \varphi = \operatorname{arctg}(y/x)$$

Здесь x и y — координаты точек в поле струи, отсчитываемые от центральной точки выходного сечения сопла. Величина характерного угла θ_* определена так же, как в [9]

$$\theta_* = \operatorname{arctg} \sqrt{(1-I)/I}$$

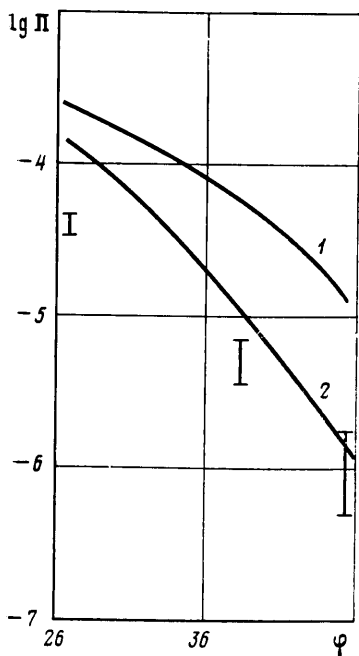
$$I = \frac{\rho_a + \rho_a u_a^2}{\rho_a u_a v_{\max}} = \left(1 + \frac{1}{\gamma M_a^2} \right) \sqrt{1 + \frac{2}{(\gamma-1) M_a^2}}$$

где I — безразмерный импульс на срезе сопла. Индексом a обозначены величины на срезе сопла, v_{\max} — максимальная скорость истечения газа в вакуум. Следует отметить, что формула (5.2) учитывает влияние вязкости на параметры струи непосредственно в районе среза сопла и не учитывает развития вязкого взаимодействия далее вниз по потоку. Влияние вязкости на геометрическое число Маха M_a учтено введением множителя z в формуле (5.2).

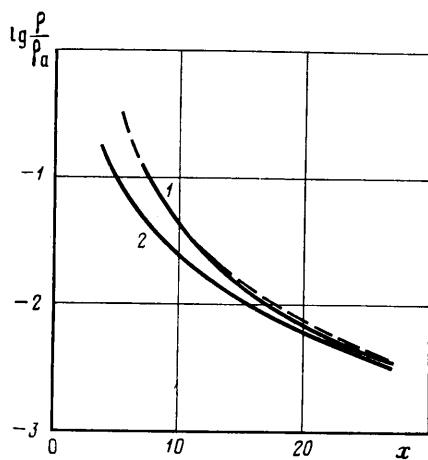
В теории течений разреженных газов параметр $M_a/\sqrt{Re_*}$ связан с критерием разреженности течения — числом Кнудсена. В плотном газе при больших значениях числа Рейнольдса результаты расчета плотности вблизи оси струи по формуле (5.2) согласуются с результатами [7].

Остановимся на интегральных характеристиках, определяемых по формулам (5.1) и (5.2). Проверка (5.1) на условия сохранения расхода и импульса струи показывает, что формула справедлива при больших числах Маха; при $M_a=1$ ошибка достигает 30%. Формула (5.2) дает удовлетворительное согласование результатов, начиная с $M_a=1$ при больших числах Рейнольдса. При уменьшении числа Рейнольдса выполнение закона сохранения по расходу достигается за счет введения множителя z в (5.2).

На фиг. 4 показаны величины абсолютных массовых потоков в $\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, вычисленных по формулам (5.1) — кривая 1, и (5.2) — кривая 2, и полученных в эксперименте на расстоянии от среза сопла 0,2 м в зависимости от угла φ . Экспериментальные точки обозначены вертикальными отрезками. Кривая 2 лежит существенно ближе к экспериментальным точкам, чем кривая 1. Таким образом, учет вязкости в начальных данных позволяет уточнить параметры струй, истекающих в вакуум.



Фиг. 4



Фиг. 5

Введение поправки на смещение центра эффективного источника позволяет уточнить параметры струй на небольших расстояниях от среза сопла. Рассмотрим истечение струи идеального газа с $\gamma=1,4$ и $M_a=3$. На фиг. 5 представлена зависимость безразмерной величины плотности вдоль оси струи. Координата x безразмерна по радиусу выходного сечения сопла. Сплошная кривая 1 — результат [7, 8], 2 — расчет по формуле (5.1), штриховая линия — расчет по формуле (5.2) при $z=1$. Видно, что формула (5.2) дает хорошее согласие с результатами расчетов сверхзвуковых струй идеального газа [7, 8] и несколько лучше аппроксимирует параметры струи на небольших расстояниях от среза сопла, чем формула (5.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Белошицкий А. В., Бондарев Е. Н. Истечение вязкого газа из цилиндрического канала в вакуум. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 122–128.
2. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
3. Ладыженский М. Д. Пространственные гиперзвуковые течения газа. М.: Машиностроение, 1968. 120 с.
4. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981. 304 с.
5. Roberts L. The action of a hypersonic jet on a dust layer. — IAS Pap., 1963, № 50.
6. Allegre J., Raffin M., Lengrand J.-C. Investigation of freejets issued from small solid-propellant rocket engines. — J. Spacecraft, 1981, v. 21, № 2, p. 131–135.
7. Жохов В. А., Хомутский А. А. Атлас сверхзвуковых течений свободно расширяющегося идеального газа, истекающего из осесимметричного сопла. — Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1224. 224 с.
8. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г. и др. Сверхзвуковые струи идеального газа. Ч. 1.: Изд-во МГУ, 1970. 280 с.
9. Герасимов Ю. И. Параметры подобия в задаче о взаимодействии свободно расширяющейся струи с пластиной. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 2, с. 169–173.

Москва

Поступила в редакцию
17.V.1985