

УДК 533.695.5

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ И АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ГИСТЕРЕЗИСА**

**БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ С. М., КОТОВСКИЙ В. Н., НИШТ М. И.,  
ФЕДОРОВ Р. М.**

С состоянием исследований по определению аэродинамических характеристик профиля при его отрывном обтекании, представляющих одну из наиболее важных и трудных задач аэродинамики, можно познакомиться по монографиям [1–3].

В настоящее время имеется большое количество работ, посвященных методам прямого моделирования турбулентных течений с помощью численного решения уравнений типа Навье – Стокса или Рейнольдса. Однако основная трудность здесь заключается в сложности решения этих уравнений при больших числах  $Re$  [4, 5].

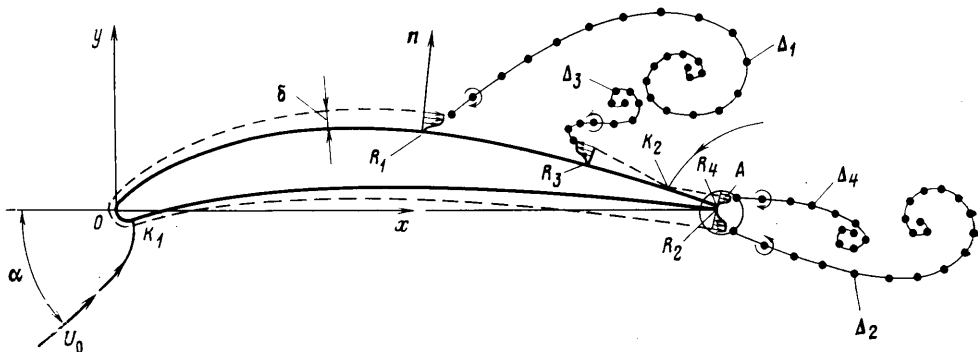
Одной из развитых схем является струйная схема отрывного обтекания тел [3, 6]. При некоторых предположениях относительно структуры следа за обтекаемым телом по указанной схеме сравнительно просто теоретически изучать его аэродинамические характеристики. Результаты расчетов обтекания по этой схеме некоторых простых профилей при полностью развитом отрыве согласуются с опытными данными. Однако струйные модели не позволяют получить деталей картины течения и нестационарных аэродинамических характеристик.

Важную роль играет явление «статического» гистерезиса, который иногда наблюдается при обтекании некоторых профилей в процессе весьма медленного увеличения, а затем уменьшения угла атаки в области его критического значения. Как известно из экспериментальных исследований (например, [1, 2, 7, 8]), явление аэродинамического гистерезиса существенно зависит от формы обтекаемого тела, числа  $Re$  и условий эксперимента. Исследование гистерезисных явлений в рамках стационарных схем, по-видимому, невозможно. Отрывное обтекание по существу нестационарно, причем роль нестационарности тем больше, чем сильнее развит отрыв. Поэтому теоретическое изучение режимов отрывного обтекания профилей целесообразно производить с использованием таких математических моделей, которые позволяют в явном виде учитывать влияние нестационарности течения, начальных условий и т. д.

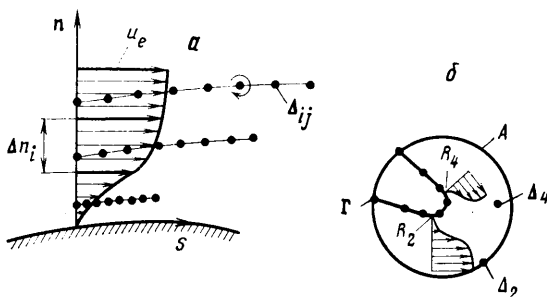
Настоящая работа продолжает и развивает нестационарные подходы авторов, основанные на моделях идеальной среды и пограничного слоя [9–11]. Это позволило описать как отрывное обтекание профиля в широком диапазоне углов атаки с учетом отрыва на его поверхности, так и явление гистерезиса. При этом моделирование отрывного обтекания профиля осуществляется с использованием тех допущений и гипотез, которые в основном общеприняты в моделях пограничного слоя и вязкой жидкости.

**1. Схема течения и основные допущения.** Как и при моделировании отрывного обтекания решеток и цилиндра [9–11], расчетная схема для численного исследования нестационарного обтекания профилей предполагает разделение всего поля течения на две области: 1) вязкого течения вне профиля и пограничного слоя и 2) вязкого течения в пограничном слое (фиг. 1).

Обтекание профиля на больших углах атаки сопровождается отрывом потока и образованием свободных вихревых пелен. Как показали расчетные исследования, возможны такие режимы нестационарного отрывного обтекания профиля, когда на его поверхности вследствие сложного взаимодействия свободных вихревых пелен и набегающего потока образуются зоны обратных токов с возникновением не одной, а одновременно двух и более критических точек  $K_1, K_2, \dots$ . Особенностью предлагаемой расчет-



Фиг. 1



Фиг. 2

ной схемы является то, что количество этих точек определяется в результате решения. Расчет пограничного слоя производится не только от передней критической точки  $K_1$  до точек отрыва  $R_1$  и  $R_2$ , но и от других критических точек. Оторвавшийся в точках  $R_1$  и  $R_2$  пограничный слой, как и при расчете отрывного обтекания кругового цилиндра, считается полностью вытесненным в область невязкого течения в виде свободных вихревых пелен, моделируемых дискретными вихрями  $\Delta_1, \Delta_2, \dots$ . Их циркуляции определяются завихренностью пограничного слоя в сечении его отрыва и рассчитываются по формуле

$$\Delta = (t_2 - t_1) \int_0^{\delta} u \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{\partial v}{\partial s} \right) dn \quad (1.1)$$

где  $u$  и  $v$  — продольная и поперечная скорости в пограничном слое соответственно,  $s$  и  $n$  — координаты, направленные вдоль поверхности профиля и по нормали к ней (фиг. 1, 2, а),  $\delta$  — толщина пограничного слоя, а  $(t_2 - t_1)$  — интервал между расчетными моментами времени.

Производная  $\partial v / \partial s$  при приближении к точке отрыва резко возрастает. Поэтому пренебрежение ее значением, т. е. вычисление циркуляций свободных дискретных вихрей по упрощенной формуле  $\Delta = 0,5(t_2 - t_1)u_e^2$ , где  $u_e$  — значение продольной скорости на внешней границе пограничного слоя, приводит к завышенному значению  $\Delta$ .

Движение дискретных вихрей  $\Delta_1, \Delta_2, \dots$  в момент их образования предполагалось происходящим со скоростью, касательная и нормальная составляющая которой равны соответственно продольной  $u_*$  и поперечной  $v_*$  скоростям течения в пограничном слое в «центре завихренности» его в сечении отрыва. Считалось, что в точке отрыва центр завихренности пограничного слоя располагался на расстоянии толщины вытеснения  $\delta^*$  от поверхности профиля [12]. Пренебречь влиянием поперечной скорости

на направление движения образующихся свободных дискретных вихрей нельзя. Расчетными исследованиями установлено, что в сечении отрыва значение  $v_*$  может составлять величину  $0,1u_*$  и более. Наличие здесь достаточно большой поперечной скорости приводит к тому, что движение начальных дискретных вихрей происходит не по направлению касательной к поверхности профиля, а под некоторым углом к ней, что существенно влияет на параметры течения в окрестности точки отрыва и на положение этой точки.

Следует заметить также, что, как было установлено расчетами, в диапазоне углов атаки  $0 < \alpha \leq 10^\circ$  наибольшее влияние на течение вблизи поверхности профиля оказывает свободная вихревая пелена, моделирующая пограничный слой, оторвавшийся в точке  $R_1$  (фиг. 1). В этом диапазоне углов атаки точка  $R_1$  располагается ближе к задней кромке, а толщина пограничного слоя в ней при числах  $Re = 10^5 - 10^6$  может достигать нескольких процентов от длины хорды профиля. Кроме того, на этих углах атаки начальный участок свободной вихревой пелены, моделирующей оторвавшийся пограничный слой, располагается под относительно небольшим углом к обтекаемой поверхности. Поэтому в указанном выше диапазоне углов атаки было принято целесообразным для более детального учета воздействия оторвавшегося пограничного слоя на течение в окрестности точки отрыва рассматривать его состоящим из нескольких вихревых пелен (многослойным). С этой целью в сечении отрыва пограничный слой разбивался, как показано на фиг. 2, а, на ряд слоев  $\Delta n_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), каждый из которых моделировался не одним свободным дискретным вихрем

$$\Delta_i = (t_2 - t_1) \int_{i-1}^i u \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{\partial v}{\partial s} \right) dn \quad (1.2)$$

«впитывающем» в себя поток завихренности этого слоя за интервал времени  $(t_2 - t_1)$ , а участком свободной вихревой пелены длиной  $\Delta l = u_{*i}(t_2 - t_1)$ , с циркуляцией составляющих ее дискретных вихрей  $\Delta_{ij} = \Delta_i/m$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ), равномерно распределенных по ее длине. После достаточного удаления системы дискретных вихрей  $\Delta_{ij}$  от поверхности профиля с целью экономии объема оперативной памяти ЭВМ и сокращения времени счета они объединялись в один или несколько более крупных вихрей.

При расчете аэродинамических характеристик профиля на больших углах атаки ( $\alpha > 10^\circ$ ) точка отрыва  $R_1$  располагается ближе к передней кромке, а пограничный слой здесь имеет относительно небольшую толщину. Кроме того, свободная вихревая пелена, моделирующая оторвавшийся в этой точке пограничный слой, располагается под большим углом к поверхности профиля и быстро от него удаляется. Поэтому на этих углах атаки оторвавшийся в точке  $R_1$  в течение интервала времени  $(t_2 - t_1)$  участок пограничного слоя моделировался одним дискретным вихрем, циркуляция которого определялась по формуле (1.1). Так же моделировался и пограничный слой, отрывающийся на задней кромке, так как после его отрыва он быстро удаляется от профиля.

Одной из особенностей предлагаемой расчетной схемы является учет пограничного слоя в зонах возникновения обратных токов. Его отрыв приводит к образованию свободных вихревых пелен, имеющих завихренность противоположного знака по отношению к завихренности пелен, возникающих в результате отрыва пограничного слоя основного течения. Поэтому в данной расчетной схеме суммарная завихренность, попадающая в аэродинамический след профиля, оказывается ниже, чем в схемах, учитывающих отрыв пограничного слоя, развивающегося только от передней кромки. Расчет отрывного обтекания цилиндра показал, что такой способ учета диссипации сходящей с его поверхности завихренности приводит к снижению ее общего уровня в следе на величину 0,2 и более [10].

Таким образом, весь нестационарный вихревой след формируется свободными вихревыми пеленами, образующимися в результате отрыва пограничного слоя от поверхности профиля. При этом общая завихренность в следе профиля определяется алгебраической суммой циркуляций дискретных вихрей  $\Delta_1, \Delta_2, \dots$

Как и в работе [13], здесь предполагалось, что после отделения от профиля свободные дискретные вихри движутся вместе с потоком, сохраняя свою интенсивность, т. е. их диссипация не учитывалась.

**2. Математическое моделирование.** Рассматривается обтекание неподвижного профиля плоским потоком, имеющим скорость  $U_0$  на бесконечности перед ним. Для определения параметров потока в области невязкого течения используется метод дискретных вихрей [13]. При этом суммарные дискретные вихри  $\Gamma_+$  располагаются на контуре профиля со сгущением у его кромок, как, например, это показано на фиг. 2, б. Условие непротекания поверхности профиля имеет вид

$$(U_0 + \mathbf{W})\mathbf{n} = 0 \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{W} = iW_x + jW_y$  — возмущенная скорость, индуцируемая всей вихревой системой профиля, а  $\mathbf{n} = i \cos(n, x) + j \cos(n, y)$  — единичная нормаль к его поверхности. Если ввести безразмерные скорости, циркуляции и время, определяемые по следующим формулам, то граничное условие (2.1) можно записать так:

$$v = \frac{V}{U_0}, \quad w = \frac{W}{U_0}, \quad \Gamma = \frac{\Gamma_+}{U_0 b}, \quad \Delta = \frac{\Delta_+}{U_0 b}, \quad \tau = \frac{tU_0}{b}$$

$$w_x \cos(n, x) + w_y \cos(n, y) + \cos \alpha \cos(n, x) + \sin \alpha \cos(n, y) = 0 \quad (2.2)$$

$$w_x = \sum_{\mu=1}^N \Gamma_{\mu} a_{x\mu} + \sum_{i=1}^k \Delta_i a_{xi}, \quad w_y = \sum_{\mu=1}^N \Gamma_{\mu} a_{y\mu} + \sum_{i=1}^k \Delta_i a_{yi}$$

$$a_{x\mu i} = -\frac{1}{2\pi} \frac{y_{\mu i} - y}{(x_{\mu i} - x)^2 + (y_{\mu i} - y)^2}, \quad a_{y\mu i} = \frac{1}{2\pi} \frac{x_{\mu i} - x}{(x_{\mu i} - x)^2 + (y_{\mu i} - y)^2}$$

Здесь и ниже  $x, y$  — безразмерные координаты.

Выполняя граничное условие (2.2) в контрольных точках  $v=1, 2, \dots, N$ , расположенных на поверхности профиля между дискретными вихрями, и теорему Томсона о постоянстве циркуляции, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения циркуляций  $N$  суммарных дискретных вихрей в каждый расчетный момент времени  $r$

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^N \Gamma_{\mu}^r [a_{x\mu v} \cos(n, x) + a_{y\mu v} \cos(n, y)] + c = -\cos \alpha \cos(n, x) - \\ - \sin \alpha \cos(n, y) - \sum_{i=1}^k \Delta_i [a_{xi v} \cos(n, x) + a_{yi v} \cos(n, y)] \quad (2.3) \\ \sum_{\mu=1}^N \Gamma_{\mu}^r = F - \sum_{i=1}^k \Delta_i, \quad v=1, 2, \dots, N, \quad r=1, 2, \dots \end{aligned}$$

Здесь  $F$  — постоянная, определяемая начальными условиями, а  $k$  — количество свободных дискретных вихрей в аэродинамическом следе. Если движение профиля начинается из состояния покоя, то  $F=0$ .

Для исключения переопределенности системы (2.3) в нее введена регуляризирующая неизвестная переменная  $c$  [14].

По значениям циркуляций дискретных вихрей  $\Gamma_\mu$  и  $\Delta_i$  рассчитываются компоненты скорости в любой точке плоскости течения

$$v_x = \cos \alpha + \sum_{\mu=1}^N \Gamma_\mu^r a_{x\mu} + \sum_{i=1}^k \Delta_i a_{xi}, \quad v_y = \sin \alpha + \sum_{\mu=1}^N \Gamma_\mu^r a_{y\mu} + \sum_{i=1}^k \Delta_i a_{yi}$$

Скорость потока на поверхности профиля  $v = \gamma$ , где  $\gamma$  — интенсивность суммарного вихревого слоя, определяемая интерполяцией по значениям  $\Gamma_\mu$ .

Коэффициент давления на профиле определяется интегралом Коши — Лагранжа

$$p = 1 - v^2 - 2 \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}$$

где  $\varphi$  — безразмерный потенциал течения. При определении производной  $\partial \varphi / \partial \tau$  необходимо учитывать особенность рассматриваемой задачи, заключающуюся в наличии отрыва потока. Если данная точка на профиле располагается за точкой отрыва  $R_i$ , то

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \approx \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)_{K_i} + \int_0^s \frac{\partial v}{\partial \tau} ds + \frac{\Delta_i^{r-1}}{\Delta \tau}$$

где  $s$  — безразмерная криволинейная координата, отсчитываемая от передней критической точки  $K_i$ ,  $\Delta_i^{r-1}$  — циркуляция свободного дискретного вихря, сошедшего в область невязкого течения в точке  $R_i$  в предыдущий  $(r-1)$ -й расчетный момент времени, а  $\Delta \tau$  — шаг по времени. Таким образом, при обходе контура профиля вдоль криволинейной координаты  $s$  производная  $\partial \varphi / \partial \tau$  в точках  $R_i$  изменяется на величину  $\Delta_i^{r-1} / \Delta \tau$ .

Коэффициенты аэродинамических сил и момента, действующих на профиль, в связанной с ним системе координат (фиг. 1) в каждый момент времени определялись численным интегрированием вдоль контура безразмерных величин давления и напряжения поверхностного трения  $\tau_w$ , полученного из расчета пограничного слоя

$$c_y = - \oint_s [p \cos(n, y) + \tau_w \cos(n, x)] ds$$

$$c_x = \oint_s [\tau_w \cos(n, y) - p \cos(n, x)] ds$$

$$m_z = - \oint_s \{x[p \cos(n, y) + \tau_w \cos(n, x)] + y[p \cos(n, x) - \tau_w \cos(n, y)]\} ds$$

Распределение скоростей и давлений на профиле использовалось для определения параметров потока в области вязкого течения. При этом по толщине пограничного слоя определялись закономерности изменения не только продольной, но и поперечной скорости, которая существенно влияет на характер движения свободных вихревых пелен и на их завихренность. Поэтому для решения указанной задачи производилось численное интегрирование системы дифференциальных уравнений нестационарного пограничного слоя. Ввиду нелинейности этой системы ее решение достигалось итерациями по поперечной координате в пограничном слое путем последовательного решения уравнения движения и неразрывности до достижения заданной точности сходимости этого процесса.

При численном исследовании нестационарного отрывного обтекания профиля непрерывный процесс изменения параметров течения заменялся дискретным, происходящим в промежутках между расчетными моментами времени. Рассматривалось

движение профиля, возникающее из состояния покоя. На первом шаге по времени ( $r=1$ ) определялись параметры потока в области невязкого течения и положение передней критической точки  $K_1$ . В данной работе предполагалось, что пограничный слой на верхней и нижней поверхностях профиля от точки  $K_1$  до точек минимума давления являлся ламинарным, а после них, вплоть до точек отрыва  $R_1$  и  $R_2$ , — турбулентным. Таким образом, точки минимума давления считались совпадающими с точками перехода.

В следующие расчетные моменты времени ( $r=2, 3, \dots$ ) вновь производился аналогичный расчет, но уже с учетом наличия в области невязкого течения свободных дискретных вихрей, появившихся в предыдущий момент времени вследствие отрыва пограничного слоя. Пограничный слой, развивающийся от критических точек  $K_2, K_3, \dots$ , если они образовались, считался полностью турбулентным. Для замыкания системы уравнений турбулентного пограничного слоя использовалась двухслойная модель турбулентной вязкости [15].

Положение точек отрыва определялось следующим образом. Расчет пограничного слоя вдоль поверхности профиля в каждый момент времени производился до точки, в которой либо выполнялось условие  $\tau_w \rightarrow 0$ , либо итерационный процесс при интегрировании системы дифференциальных уравнений нестационарного пограничного слоя становился расходящимся (в зависимости от того, что наступало раньше). Как указывается во многих работах, например [16], отсутствие отмеченной сходимости действительно является признаком отрыва от стенки. Расчетами установлено, что точки, отвечающие этим условиям, расположены весьма близко. Например, если при интегрировании системы дифференциальных уравнений нестационарного пограничного слоя вдоль поверхности профиля первым выполнялось условие  $\tau_w \rightarrow 0$ , то при попытке продолжить интегрирование этой системы указанный выше итерационный процесс становился расходящимся.

Кроме того, расчеты показали, что при приближении к этим точкам происходит интенсивный рост значений производных толщины вытеснения  $\delta^*$  и толщины потери импульса  $\delta^{**}$  пограничного слоя по координате  $s$ , а также резкое увеличение поперечной скорости в нем. Поэтому в данной работе точка на поверхности профиля, в которой выполнялось одно из указанных выше условий (либо  $\tau_w \rightarrow 0$ , либо становился расходящимся итерационный процесс), принималась за точку отрыва, если одновременно в этой точке значения  $\partial\delta^*/\partial s$  и поперечной скорости  $v$  на внешней границе пограничного слоя превышали наперед заданные значения. Последние условия использовались в качестве дополнительного контроля наличия отрыва потока.

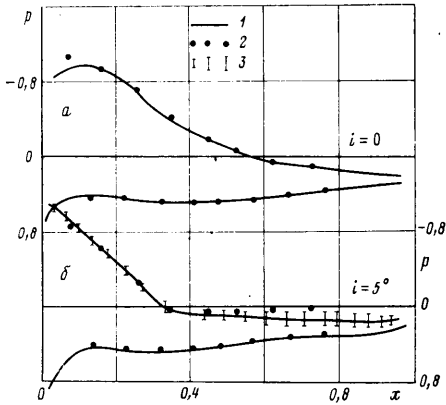
Последовательным решением рассматриваемой задачи с заданным шагом по времени определялись формирование и развитие всей картины обтекания профиля вплоть до такого момента, после которого средние во времени значения аэродинамических характеристик профиля и среднее положение точек отрыва пограничного слоя оставались неизменными.

Аналогичным образом моделировалось и нестационарное отрывное обтекание профиля в решетке профилей при условии, что течение в решетке имеет период, равный ее шагу.

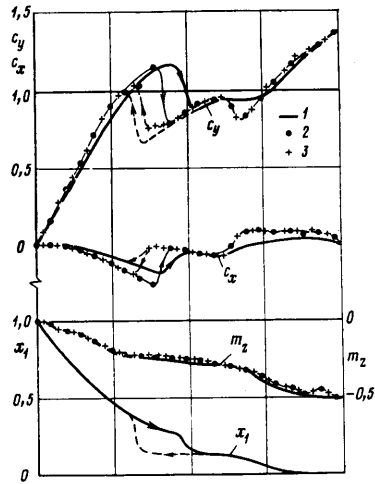
**3. Распределение давления на профиле и его аэродинамические характеристики.** На фиг. 3 приведены расчетные и экспериментальные распределения давления по поверхности профиля в компрессорной решетке, имеющей относительную густоту  $b/t=1,3$ , где  $t$  — шаг решетки, и угол геометрического выноса  $\beta=27,4^\circ$ , при  $Re=0,3 \cdot 10^6$  [17]. Решетка составлена из профилей 10A40/45П45, максимальная относительная толщина которых  $c=10\%$ , а кривизна средней линии  $\theta=45^\circ$ .

При угле атаки (по передней кромке)  $i=0$  результаты среднего по времени распределения давления на поверхности профиля (кривая 1, фиг. 3, а) удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными (точки 2). Отрыв потока на этом угле атаки выражен относительно слабо и размеры срывной зоны сравнительно невелики.

При обтекании этой же решетки на угле атаки  $i=5^\circ$ , как видно из экспериментальных данных (фиг. 3, б), отрыв потока наступает, судя по эпюре давления на спинке профиля, при значении  $x_1 \approx 0,35$ . Полученное в расчете среднее во времени положение точки отрыва  $R_1$  ( $x_1 \approx 0,36$ ) хорошо согласуется с этим значением. За точкой отрыва  $R_1$  на верхней поверхности профиля устанавливается примерно постоянное давление, но его расчетный уровень несколько выше экспериментального значения. На фиг. 3, б вертикальными отрезками 3 обозначен диапазон мгновенных значений давления, наблюдающихся при расчете нестационарного обтекания решетки, а его среднее значение изображено линией 1.



Фиг. 3



Фиг. 4

Заметим, что на нулевом и положительном углах атаки течение на нижней поверхности профиля сохраняется безотрывным вплоть до задней кромки, а распределение давления здесь удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными.

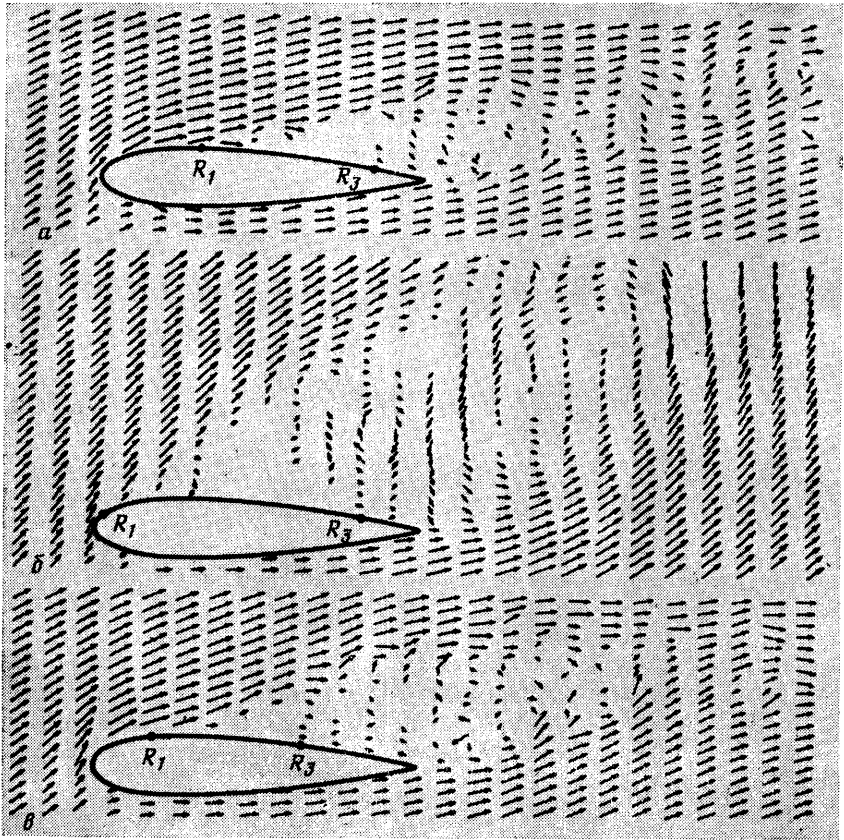
На фиг. 4 приведены результаты расчета аэродинамических характеристик симметричного профиля НАСА с максимальной относительной толщиной  $s=18\%$  и  $x_c=0,3$  при числе  $Re=0,39 \cdot 10^6$  в диапазоне углов атаки  $\alpha=0-40^\circ$ . Расчеты проведены по изложенной выше методике. Там же приведены экспериментальные данные, полученные для этого профиля в тех же условиях [8].

После окончания переходного процесса, связанного с началом обтекания профиля при угле атаки  $\alpha=0$ , в расчете последовательно производилось плавное увеличение угла атаки на  $\Delta\alpha=1,5^\circ$  до  $\alpha=22,5^\circ$ . На каждом новом угле атаки давалась выдержка  $\Delta\tau=3-6$  для полного установления течения в соответствии с новым  $\alpha$ , что определялось по прекращению изменения среднего во времени коэффициента подъемной силы профиля. При этом больший интервал времени ( $\Delta\tau=6$ ) соответствовал режимам обтекания на больших углах атаки. Затем угол атаки в таком же порядке последовательно уменьшался. При каждом  $\alpha$  определялись аэродинамические характеристики профиля, которые в виде кривых 1 изображены на фиг. 4. В области  $\alpha>22,5^\circ$  расчетная кривая получена только на прямом ходе при  $\alpha=25, 30, 35$  и  $40^\circ$ .

В расчетах, так же как и в эксперименте, в котором прямому ходу соответствуют точки, обозначенные цифрой 2, а обратному — цифрой 3, наблюдался гистерезис подъемной силы профиля по углу атаки.

Анализ расчетов показал, что основной причиной такого характера изменения подъемной силы является определяемый координатой  $x_1$  гистерезис положения точки отрыва  $R_1$  на верхней поверхности профиля при одном и том же  $\alpha$  в процессе его увеличения (прямой ход) и уменьшения (обратный ход) (фиг. 4): на обратном ходе точка отрыва  $R_1$  до  $\alpha \approx 14^\circ$  остается смещенной к передней кромке, но, несмотря на это,  $c_y$  снижается из-за уменьшения угла атаки. Одновременно наблюдается гистерезис аэродинамического сопротивления  $c_x$ . Однако при этом происходит такое изменение положения центра давления, что гистерезис продольного момента  $m_z$  относительно передней кромки практически отсутствует.

На фиг. 5 представлены структуры течения при отрывном обтекании рассматриваемого профиля при различных углах атаки. Здесь стрелками показана величина и направление местной скорости потока, а точками  $R$  — места отрыва пограничного слоя.



Фиг. 5

При угле атаки  $\alpha=18^\circ$  (прямой ход по  $\alpha$ ) точка отрыва  $R_1$  устанавливается при значении  $x_1 \approx 0,3$ , а точка  $R_3$  — при  $x_3 \approx 0,84$  (фиг. 5, а). Над профилем образуется развитая вихревая зона с сильным торможением потока и высоким уровнем неравномерности скорости в ней.

Структура потока около профиля на углах атаки, значительно превышающих критический (например,  $\alpha=30^\circ$ , фиг. 5, б), качественно близка к картине струйного обтекания пластины. В этом случае точка отрыва  $R_1$  располагается практически на передней кромке.

На фиг. 5, в приведена структура течения около рассматриваемого профиля на обратном ходе при том же угле атаки  $\alpha=18^\circ$ , что и на прямом ходе (фиг. 5, а). Видно, что на обратном ходе перемещение точки отрыва  $R_1$  запаздывает (она смещена к носку профиля), а зона отрыва на верхней поверхности профиля оказывается более протяженной.

Таким образом, возникшая на больших закритических углах атаки структура течения со значительно развитым отрывом потока ликвидируется не сразу при уменьшении  $\alpha$ . Для восстановления режима обтекания, существовавшего до возникновения развитого срыва, необходимо снижение угла атаки ниже того значения, при котором он начался. Гистерезис по углу атаки в структуре обтекания профиля является причиной гистерезиса его аэродинамических характеристик.

Изложенная математическая модель позволяет также детально наблюдать нестационарные процессы в пограничном слое на поверхности профиля и в его ближайшем аэродинамическом следе. Например, если на средних углах атаки возникновение зоны обратных токов носит перемежающийся во времени характер, а промежутки времени ее существования



меняются промежутками времени, когда возвратное течение не возникает, то с приближением к критическим углам атаки ее размеры увеличиваются, время существования этой зоны возрастает и она становится устойчивой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1972, т. I, 299 с; Т. 2. 280 с.; 1973, т. 3. 333 с.
2. Чжен П. Управление отрывом потока. М.: Мир, 1979. 552 с.
3. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 367 с.
4. Роуч П. Дж. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
5. Методы расчета турбулентных течений. М.: Мир, 1984. 463 с.
6. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
7. Курьянов А. И., Столяров Г. И., Штейнберг Р. И. О гистерезисе аэродинамических характеристик.— Уч. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 3, с. 12–15.
8. Столяров Г. И., Табачников В. Г. Некоторые особенности аэродинамики крыльев большого удлинения при малых числах Рейнольдса.— Тр. ЦАГИ, 1985, вып. 2290, с. 71–83.
9. Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование нестационарного отрывного обтекания решеток телесных профилей.— Докл. АН СССР, 1982, т. 263, № 6, с. 1326–1330.
10. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование нестационарного отрывного обтекания кругового цилиндра.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 4, с. 138–147.
11. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Изучение на ЭВМ особенностей отрывного обтекания колеблющегося цилиндра.— Инж.-физ. журн., 1984, т. 47, № 1, с. 41–47.
12. Петров А. С. Расчет отрывного обтекания эллиптических цилиндров.— Тр. ЦАГИ, 1978, вып. 1980, с. 3–12.
13. Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 351 с.
14. Лифанов И. К. О сингулярных интегральных уравнениях с одномерными и кратными интегралами типа Коши.— Докл. АН СССР, 1978, т. 239, № 2, с. 265–268.
15. Cebeci T., Smith A. M. O., Mosinskis G. Calculation of compressible adiabatic turbulent boundary layers.— AIAA Journal, 1970, v. 8, № 11, p. 1974–1982.
16. Telionis Demetri P., Tsalhalis Demosthenes Th. Unsteady turbulent boundary layers and separation.— AIAA Pap., 1975, № 27, p. 1–10.
17. Бунимович А. И., Орлова Г. С. Сборник аэродинамических характеристик плоских компрессорных решеток.— ЦИАМ им. П. И. Баранова, 1955, вып. I. 64 с.

Москва

Поступила в редакцию  
17.XII. 1984