

УДК 533.695.5

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ
ПЛОСКОЙ РЕШЕТКИ ПЛАСТИН ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ
НА НЕЕ ВИХРЕВЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НАБЕГАЮЩЕГО
ПОТОКА

БУТЕНКО К. К., ОСИПОВ А. А.

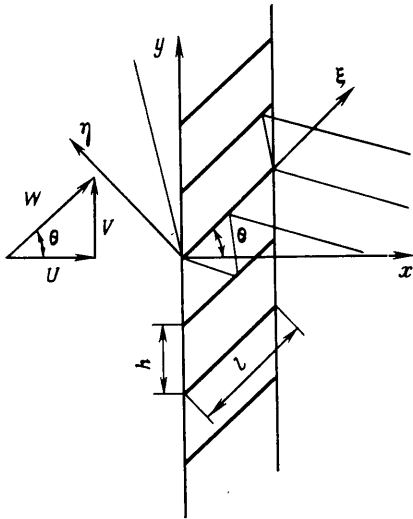
В рамках линейной теории малых возмущений задача о нестационарном дозвуковом обтекании плоской решетки пластин рассматривалась в ряде работ. Так, в [1] с помощью метода интегральных уравнений рассчитывались нестационарные аэродинамические характеристики решетки колеблющихся пластин, а в [2, 3] тот же метод был использован для расчета акустических полей, возбуждаемых при воздействии на решетку приходящих извне звуковых волн или вихревых неоднородностей набегающего потока. Задача о плоской решетке колеблющихся пластин, обтекаемой сверхзвуковым потоком, решалась в [4, 5]. В [4] решение строилось на основе известного решения задачи о колебаниях одиночной пластины, а в [5] использовался вариант метода интегральных уравнений, несколько отличающийся от обычной формулировки этого метода [1–3].

Ниже предложенный в [5] подход использован для расчета нестационарного обтекания плоской решетки пластин в том случае, когда на нее воздействуют вихревые неоднородности сверхзвукового набегающего потока. Получены формулы для интенсивности возникающих в таком течении нестационарных скачков давления и вихревых следов, сходящихся с задних кромок пластин. Приведены примеры расчетов, иллюстрирующие точность метода и его возможности.

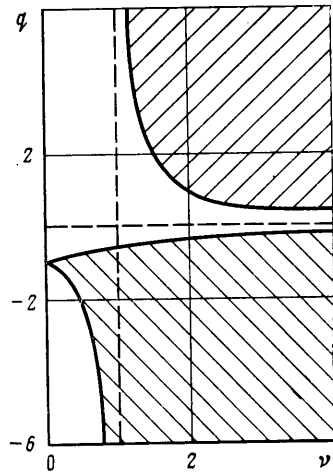
Рассмотрим обтекание идеальным газом плоской решетки пластин, прямолинейные профили которых направлены вдоль линий тока однородного невозмущенного течения, как показано на фиг. 1. Данная схема течения может быть использована для приближенного описания обтекания лопаточного венца, вращающегося в узком кольцевом канале с малым отношением высоты лопаток к радиусу втулки колеса. Период H плоской бесконечной решетки соответствует кольцевой решетке, содержащей N_b лопаток. Компонента U вектора скорости газа \mathbf{W} в системе координат, связанной с решеткой, соответствует в этом случае скорости невозмущенного осевого потока в кольцевом канале, а $-V$ отвечает скорости вращения венца.

Пусть теперь в набегающем потоке имеются вихревые неоднородности. Ограничимся случаем, когда эти неоднородности соответствуют неоднородному в окружном направлении стационарному осевому потоку в кольцевом канале, скорость которого представим в виде суммы $U + u_w(y')$, где y' — линейная координата в окружном направлении и $u_w \ll U$. В силу периодичности параметров набегающего потока в окружном направлении функция $u_w(y')$ также периодична, причем ее период в общем случае равен H/N_w , где N_w — целое число, большее или равное единице. Разложив ее в ряд Фурье и перейдя в систему координат (x, y) , связанную с решеткой, получим

$$u_w(y, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_{wk} \exp \left[2\pi i k \frac{N_w}{H} (y - Vt) \right] \quad (1)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Так как $u_w(y, t)$ — действительная величина, то $u_{wk} = u_{w-k}^*$, где звездочка означает комплексно-сопряженную величину.

Везде далее все величины будем считать безразмерными. При этом величины с размерностью длины отнесены к длине профиля l , скорости — к W , времени — к l/W , плотности — к плотности газа невозмущенного потока ρ , давления — к ρW^2 . Тогда $V = \sin\theta$, где θ — угол между W и осью x .

Рассмотрим теперь воздействие k -й гармоники суммы (1) на решетку профилей. Наличие возмущения (1) приводит к нестационарному изменению угла атаки обтекания профилей и, как следствие, к силовому взаимодействию между решеткой и потоком газа и возбуждению колебаний с частотой $\omega = 2\pi k N_w \sin\theta / H$. В силу периодичности течения в направлении оси y любой параметр потока, например возмущение давления p' , можно разложить в ряд Фурье

$$p'(x, y, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n'(x, t) e^{i\beta_n y}, \quad \beta_n = \frac{2\pi n}{H} \quad (2)$$

Из вида возмущающего воздействия (1) следует свойство инвариантности параметров рассматриваемого колебательного процесса относительно сдвига по координате y на величину шага решетки $h = H/N_b$ и по времени t на величину h/V , выражаемое равенством

$$p'(x, y, t) = p'(x, y+h, t+h/V) \quad (3)$$

Ограничившись далее линейным анализом малых возмущений, для $p'(x, y, t)$ можно записать равенство $p'(x, y, t) = p(x, y) \exp(-i\omega t)$. Тогда из (2) и (3) следует, что $\beta_n = 2\pi(kN_w + jN_b)/H$, где $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а из (3) получим условие обобщенной периодичности

$$p(x, y+h) = p(x, y) e^{i\sigma}, \quad \sigma = 2\pi k N_w / N_b \quad (4)$$

Функция $p(x, y)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} (1-M_x^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - 2M_x M_y \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + (1-M_y^2) \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \\ + 2i\omega M \left(M_x \frac{\partial p}{\partial x} + M_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \omega^2 M^2 p = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь сделаны обозначения $M_x = M \cos \theta$, $M_y = M \sin \theta$, $M = W/a$, где a — скорость звука в газе.

Решение уравнения (5) можно записать в виде

$$p = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n \exp[i(\alpha_n x + \beta_n y)] \quad (6)$$

Волновое число α_n определяется по формулам

$$\alpha_n^{\pm} = \begin{cases} \lambda_n \frac{M_x \mp \mu_n}{1 - M_x^2}, & \mu_n^2 > 0 \\ \frac{\lambda_n M_x \pm i |\lambda_n| |\mu_n|}{1 - M_x^2}, & \mu_n^2 < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\beta_n = \frac{2\pi}{H} (kN_w + nN_b), \quad \lambda_n = M(\beta_n \sin \theta - \omega)$$

$$\mu_n = \sqrt{1 - \frac{\beta_n^2}{\lambda_n^2} (1 - M_x^2)}$$

Здесь верхний (нижний) знак соответствует возмущениям, распространяющимся или затухающим по потоку газа (навстречу ему).

Как видно из (7), если осевая скорость потока сверхзвуковая ($M_x > 1$), то любое возмущение p_n' распространяется ($\mu_n^2 > 0$) в положительном направлении оси x . В случае же дозвуковой осевой скорости потока распространяются лишь волны, номера n которых удовлетворяют соотношению

$$M_y^2 (nN_b)^2 - (1 - M_x^2) (nN_b + kN_w)^2 > 0.$$

Области существования распространяющихся волн в плоскости параметров $q = nN_b / kN_w$ и $v = |M_y| / \sqrt{1 - M_x^2}$ показаны на фиг. 2 в виде заштрихованных участков. Вертикальная штриховая асимптота соответствует потоку с $M=1$, слева от нее — область дозвукового ($M < 1$) течения. В этой области спектр распространяющихся волн всегда конечен и тем уже, чем меньше $|M_y|$. Значению $n=0$ соответствуют волны, скорость распространения которых вдоль фронта решетки совпадает со скоростью перемещения в том же направлении неоднородностей набегающего потока, и, как видно из фиг. 2, эти волны всегда являются нераспространяющимися. В неподвижной системе координат (x, y'), соответствующей кольцевому каналу, круговая частота колебаний, возбуждаемых n -й модой возмущения давления, равна $-2\pi n N_b V / H$. Заметим, что поскольку возмущение давления — действительная величина, амплитуда n -й моды k -й гармоники колебаний давления должна равняться комплексно-сопряженной амплитуде $-n$ -й моды $-k$ -й гармоники.

Формула (6) описывает акустическое возмущение давления, а из линеаризованного уравнения движения легко получить соответствующие ему амплитуды акустических возмущений компонент скорости вдоль осей x и y

$$u_n = -\frac{\alpha_n M}{\lambda_n + \alpha_n M_x} p_n, \quad v_n = -\frac{\beta_n M}{\lambda_n + \alpha_n M_x} p_n \quad (8)$$

Помимо акустических возмущений линеаризованные уравнения газовой динамики допускают вихревые решения вида

$$p_n = 0, \quad u_n = u_{vn} = \frac{\beta_n}{\lambda_n} M_x v_{vn}, \quad \alpha_n = \alpha_{vn} = -\frac{\lambda_n}{M_x} \quad (9)$$

Далее ограничимся случаем сверхзвукового обтекания решетки ($M > 1$) с дозвуковой осевой составляющей скорости ($M_x < 1$). Реакцию решетки на воздействие неоднородностей набегающего потока будем описывать с помощью дипольных особенностей, распределенных вдоль профиля. Следуя подходу, предложенному в [5], рассмотрим сначала решет-

ку диполей, отвечающую вкладу особенностей, расположенных на линии $x = \text{const}$. Такая решетка диполей представляет собой систему источников импульса, описываемую бесконечной цепочкой δ -функций, интенсивность которых колеблется с частотой ω и амплитудой Γ и удовлетворяет условию обобщенной периодичности (4). Зависимость суммарной интенсивности γ таких источников от y и t может быть представлена в виде

$$\gamma = \frac{\Gamma}{h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i(\beta_n y - \omega t)} \quad (10)$$

Каждому слагаемому в (10) отвечает поле акустических и вихревых возмущений вида (6)–(9) с амплитудами, определяемыми по формулам

$$p_n^{\pm} = \frac{\alpha_n \pm \sin \theta - \beta_n \cos \theta}{(1 - M_x^2)(\alpha_n^+ - \alpha_n^-)} \frac{\Gamma}{h}, \quad v_{vn}^+ = \frac{\omega \lambda_n M}{\lambda^2 + M_x^2 \beta_n^2} \frac{\Gamma}{h}, \quad v_{vn}^- = 0 \quad (11)$$

Здесь верхний индекс плюс (минус) соответствует области за (перед) решеткой диполей.

Для нормальной к профилю компоненты w скорости, индуцируемой решеткой диполей, получим выражение

$$w^{\pm} = \frac{\Gamma}{h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{M(\alpha_n^{\pm} \sin \theta - \beta_n \cos \theta)^2}{(1 - M_x^2)(\alpha_n^+ - \alpha_n^-)(\lambda_n + \alpha_n^{\pm} M_x)} e^{i(\alpha_n^{\pm} x + \beta_n y)} - H(x) \frac{\omega^2 M^2 \cos \theta}{\lambda_n^2 + M_x^2 \beta_n^2} e^{i(\alpha_{vn} x + \beta_n y)} \right\} \quad (12)$$

Здесь $H(x)$ — функция Хэвисайда. Формула (12) записана для случая, когда решетка диполей расположена на линии $x=0$, а диполь с номером $m=0$ находится в начале координат.

Из общих соображений ясно, что так называемые вихревые возмущения, которым отвечает второе слагаемое в (12), должны быть потенциальными везде, кроме выходящих из диполей линий тока, на которых терпит разрыв касательная к этим линиям компонента скорости v_{τ} , определяемая формулой

$$v_{\tau} = \frac{\Gamma}{h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega(\beta_n - \omega \sin \theta)}{\omega^2 - 2\omega\beta_n \sin \theta + \beta_n^2} e^{i(\alpha_{vn} x + \beta_n y)} \quad (13)$$

С другой стороны, потенциальные гармонические по времени соленоидальные возмущения скорости, распространяющиеся с частицами газа, должны описываться фазовым множителем $\exp(\alpha_e^{\pm} x + \beta_e^{\pm} y)$ с $\alpha_e^{\pm} = \omega \exp(\mp i\theta)$, $\beta_e^{\pm} = \pm i\omega \exp(\mp i\theta)$, где знаки и верхние индексы плюс и минус соответствуют двум разным семействам возмущений.

Покажем теперь, что в полосе $mh + x \operatorname{tg} \theta \leq y < (m+1)h + x \operatorname{tg} \theta$ между линиями тока, выходящими из соседних диполей с номерами m и $m+1$, функция v_{τ} может быть представлена в виде

$$v_{\tau} = v_{\tau}^{(m)} = e^{im\sigma} \{A e^{i[\beta_e^+ (y-mh) + \alpha_e^+ x]} + B e^{i[\beta_e^- (y-mh) + \alpha_e^- x]}\}.$$

В самом деле, раскладывая $v_{\tau}^{(m)}$ в ряд Фурье, получим

$$v_{\tau}^{(m)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i\beta_n y}$$

Здесь C_n определяется из равенства

$$C_n = \frac{1}{h} \int_{x \operatorname{tg} \theta}^{h+x \operatorname{tg} \theta} \{A e^{i(\beta_e^+ y + \alpha_e^+ x)} + B e^{i(\beta_e^- y + \alpha_e^- x)}\} e^{-i\beta_n y} dy =$$

$$= \frac{e^{i\alpha v n x}}{h(\omega^2 - 2\omega\beta_n \sin \theta + \beta_n^2)} \{A(i\beta_n - \omega e^{i\theta})[\exp(-h\omega e^{-i\theta} - i\sigma) - 1] + B(i\beta_n + \omega e^{-i\theta})[\exp(h\omega e^{i\theta} - i\sigma) - 1]\}$$

Сравнивая найденное выражение для C_n с коэффициентами ряда (13), находим

$$A = \frac{i\omega\Gamma}{2[1 - \exp(-i\sigma - h\omega e^{-i\theta})]}, \quad B = \frac{i\omega\Gamma}{2[1 - \exp(-i\sigma + h\omega e^{i\theta})]}$$

Для интенсивности тангенциального разрыва $[v_\tau^{(m)}] \equiv v_\tau^{(m)} - v_\tau^{(m-1)}$ на линии $y = mh + x \operatorname{tg} \theta$ получим выражение

$$[v_\tau^{(m)}] = i\omega\Gamma e^{im\sigma} \exp\left(i \frac{\omega}{\cos \theta} x\right)$$

Поле скоростей, индуцируемое распределенными по профилям решетки диполями, получается интегрированием вклада от решетки диполей, сосредоточенной на линии $x = x_0$, по всем точкам x_0 профиля от 0 до $\cos \theta$. Незвестное распределение интенсивности диполей $\Gamma(x_0)$ находится из условия непротекания на профилях, которое сводится к интегральному уравнению

$$-u_{wk} e^{i\omega\xi} \sin \theta = \int_0^1 \Gamma(\xi_0) K(\xi - \xi_0) d\xi_0 \quad \left(\xi = \frac{x}{\cos \theta}\right) \quad (14)$$

Ядро полученного интегрального уравнения можно представить в виде $K = K_s + K_R$, где K_R — регулярная часть, не имеющая особенностей, а K_s — сингулярная часть, определяемая по формуле

$$K_s(\xi - \xi_0) = -\frac{1}{2} \sqrt{M^2 - 1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{H(\xi - \xi_0) \delta(\xi - \xi_0 - mL^+) E^+ + H(\xi_0 - \xi) \delta(\xi - \xi_0 - mL^-) E^-\}$$

$$L^\pm = h(\sin \theta \pm \sqrt{M^2 - 1} \cos \theta), \quad \sigma^\pm = \sigma \pm \frac{\omega M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} h \cos \theta$$

$$E^\pm = \exp\left[i \frac{\sigma^\pm}{L^\pm} (\xi - \xi_0)\right]$$

Вводя, как и в [5], вспомогательную переменную $g(\xi)$, вместо (14) можно получить следующее уравнение Фредгольма второго рода:

$$-u_{wk} e^{i\omega\xi} \sin \theta = g(\xi) + \int_0^1 g(\xi_0) K_g(\xi - \xi_0) d\xi_0 \quad (15)$$

$$g(\xi) \equiv \int_0^1 \Gamma(\xi_0) K_s(\xi - \xi_0) d\xi_0$$

Выражение для регулярного ядра $K_g(\xi - \xi_0)$, а также формула, выражающая искомую функцию нагрузки на профиле $\Gamma(\xi)$ от вспомогательной переменной $g(\xi)$, приведены в [5]. В свою очередь $g(\xi)$ находится путем численного решения интегрального уравнения (15).

После того как найдено распределение нагрузки $\Gamma(\xi)$ по профилю, могут быть найдены характеристики возмущенного поля течения. Для интенсивности тангенциального разрыва скорости за m -м профилем по-

лучим формулу

$$[v_{\tau}^{(m)}] = i\omega e^{i(m\sigma + \omega\xi)} \int_0^1 \Gamma(\xi_0) e^{-i\omega\xi_0} d\xi_0 \quad (16)$$

Амплитуда возмущенного поля давления находится по формуле

$$p(x, y) = \frac{1}{h(1-M_x^2)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ A^- \int_{l_*}^1 B^-(\xi_0) d\xi_0 + A^+ \int_0^{l_*} B^+(\xi_0) d\xi_0 \right\} \quad (17)$$

$$A^{\pm} = \frac{\alpha_n^{\pm} \sin \theta - \beta_n \cos \theta}{\alpha_n^+ - \alpha_n^-} e^{i(\alpha_n^{\pm} x + \beta_n y)}$$

$$B^{\pm}(\xi_0) = \Gamma(\xi_0) e^{-i(\alpha_n^{\pm} \cos \theta + \beta_n \sin \theta) \xi_0}$$

Здесь величина l_* равна одной из величин 0, $x/\cos \theta$ и 1, промежуточной между наибольшей и наименьшей из них.

Покажем теперь, что возмущение давления p может быть представлено в виде суммы $p = p_S + p_R$, где $p_S(x, y)$ — сингулярная функция, содержащая разрывы, а $p_R(x, y)$ — непрерывная часть возмущения давления. В самом деле, для волнового числа α_n^{\pm} с точностью до $O(1)$ включительно справедливо следующее асимптотическое выражение, которое может быть получено из (7)

$$\alpha_n^{\pm} = \frac{M_x M_y \mp \beta}{h(1-M_x^2)} \left[2\pi n + \sigma \mp \frac{\omega M^2 L^{\pm}}{\beta(M_x M_y \mp \beta)} \right] \quad (\beta = \sqrt{M^2 - 1}) \quad (18)$$

Тогда в качестве сингулярной части возмущения давления можно рассматривать сумму (17), в которой вместо α_n^{\pm} подставлены их асимптотические выражения (18).

В результате для p_S получим

$$p_S = -\frac{1}{2L^-} \int_{l_*}^1 F^-(\xi_0) d\xi_0 + \frac{1}{2L^+} \int_0^{l_*} F^+(\xi_0) d\xi_0 \quad (19)$$

$$F^{\pm} = \Gamma(\xi_0) e^{i\gamma^{\pm}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left[i \frac{2\pi n}{L^{\pm}} (\xi - \xi_0 \pm \beta \eta) \right]$$

$$\gamma^{\pm} = [\sigma^{\pm} (\xi - \xi_0) \pm \beta (\sigma - \omega M^2 h \sin \theta / (M^2 - 1)) \eta] / L^{\pm}$$

Здесь вместо (x, y) введена повернутая система координат (ξ, η) , оси которой направлены соответственно вдоль профиля и по нормали к нему. Для суммы, стоящей под знаком интеграла, можно записать равенство

$$\frac{1}{L^{\pm}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left[i \frac{2\pi n}{L^{\pm}} (\xi - \xi_0 \pm \beta \eta) \right] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\xi - \xi_0 \pm \beta \eta - L^{\pm} m)$$

Выполнив интегрирование в (19) с учетом последнего равенства, получим

$$p_S = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ -H(\xi_*^- - l_*) H(1 - \xi_*^-) e^{i\gamma(\xi_*^-)} \Gamma(\xi_*^-) + \right. \quad (20)$$

$$\left. + H(\xi_*^+) H(l_* - \xi_*^+) e^{i\gamma(\xi_*^+)} \Gamma(\xi_*^+) \right\}$$

$$\gamma(\xi_*^{\pm}) = \mp \frac{1}{\beta} \omega M^2 \eta + m \left(\sigma \pm \frac{\omega h M_x M_y}{\beta \sin \theta} \right)$$

Заметим, что из-за присутствия в (20) функций Хэвисайда сумма по m оказывается всегда конечной.

Как видно из (20), линиями скачков давления являются характеристики, выходящие из передних и задних кромок профилей, а также из точек разрыва функции $\Gamma(\xi_{*}^{\pm})$. Рассмотрим для примера скачок давления, распространяющийся вдоль характеристики $\xi = \eta \sqrt{M^2 - 1}$ в области перед решеткой. В этом случае $l_* = 0$, $\xi_*^- = -mL^-$, а для значений p_{s1}^- и p_{s2}^- соответственно перед характеристикой и за ней получим формулы

$$p_{s1}^- = -\frac{1}{2} \sum_{m=-m_*}^{-1} e^{i\gamma(-mL^-)} \Gamma(-mL^-)$$

$$p_{s2}^- = -\frac{1}{2} \sum_{m=-m_*}^0 e^{i\gamma(-mL^-)} \Gamma(-mL^-)$$

Здесь m_* — целая часть $1/L^-$. Для амплитуды колебаний интенсивности скачка давления Δp^- на рассматриваемой характеристике имеем выражение

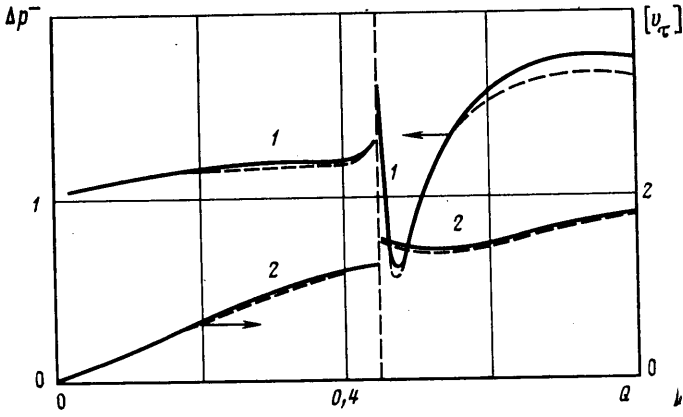
$$\Delta p^- = p_{s2}^- - p_{s1}^- = -\frac{1}{2} \Gamma(0) \exp\left(i \frac{\omega M^2}{\beta} \eta\right)$$

Скорость распространения вдоль линии скачка точки постоянной фазы гармонического распределения его интенсивности, как и следовало ожидать, равна $\sqrt{M^2 - 1}/M$.

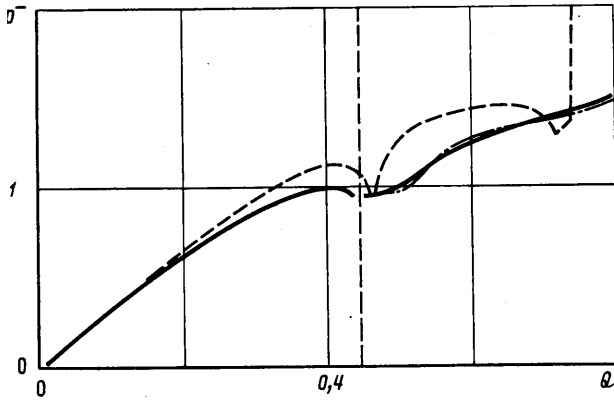
Как было показано выше, для определения неизвестного распределения нагрузки по длине профиля $\Gamma(\xi)$ необходимо решить сингулярное интегральное уравнение (14), которое сводится к уравнению Фредгольма второго рода (15) для вспомогательной переменной $g(\xi)$. Решение последнего находилось численно методом коллокаций и сводилось к решению системы линейных алгебраических уравнений для значений искомой функции в заданных N точках профиля. Вычисление интеграла в правой части (15) производилось со вторым порядком точности относительно расстояния между расчетными точками, а решение самой алгебраической системы находилось методом исключения Гаусса. Правильность работы расчетной программы была проверена сравнением получаемых с ее помощью результатов с опубликованными данными по обтеканию одиночного профиля в вертикальном порыве [6] и по расчету силовых характеристик колеблющихся лопаток [5].

Приведем некоторые результаты иллюстративных расчетов. Рассмотрим решетку с параметрами $\theta = 50^\circ$, $h = 3$, обтекаемую сверхзвуковым потоком с $M = 1,2$ в котором имеется неоднородность осевой скорости, описываемая основной гармоникой $k = 1$ суммы (1). Далее все рассчитанные нестационарные характеристики отнесены к $u_w \sin \theta$. Из полученных выше формул, определяющих решение задачи, видно, что при фиксированных θ , h и M все нестационарные характеристики зависят лишь от отношения $Q = N_w/N_b$, значение которого и было выбрано в качестве варьируемого параметра. Заметим, что частота возбуждаемых колебаний пропорциональна этому отношению.

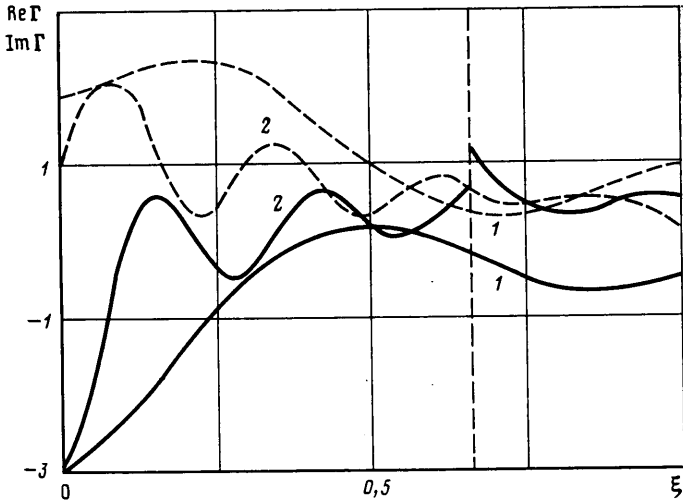
На фиг. 3 приведены кривые амплитуды колебаний интенсивности скачков давления (кривые I), распространяющихся вверх по потоку от передних кромок пластин вдоль характеристик $\xi = \beta \eta$. На фиг. 3 штриховые линии соответствуют 10 расчетным точкам на профиле, сплошные — 20 точкам. Следует отметить, что при выбранных значениях параметров потока и решетки скачки давления, распространяющиеся от любого данного профиля, не попадают на соседние профили, вследствие чего распределение нагрузки $\Gamma(\xi)$ оказывается непрерывной функцией. Видно, что в этом случае сходимость результатов по числу расчетных точек оказывается хорошей во всем рассмотренном диапазоне значений Q , но несколько ухудшается с ростом частоты в ближайшей окрестности значения $Q = 0,444$, которому соответствует вертикальная штриховая линия. Ука-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

занное значение отвечает частоте «отсечки» моды $n=1$ в выражении (6) и соответствует неограниченному росту ρ_1^{\pm} в (11). Данная особенность приводит к росту погрешности численного решения интегрального уравнения и ухудшению сходимости результатов вблизи частоты отсечки. Кривые 2 на фиг. 3 соответствуют результатам расчета амплитуды коле-

баний интенсивности тангенциального разрыва скорости в следе за профилем по формуле (16).

Результаты расчета скачков давления, аналогичные данным на фиг. 3, для случая $h=1$ приведены на фиг. 4. Здесь штриховые линии соответствуют 20 расчетным точкам, штрихпунктирные — 40, сплошные — 60 точкам. В рассматриваемом случае скачки давления, распространяющиеся от какого-либо данного профиля, попадают на соседние профили, вследствие чего распределение нагрузки $\Gamma(\xi)$ по профилю оказывается разрывным. Указанное обстоятельство приводит к ухудшению сходимости численных результатов. На фиг. 5 дано сравнение распределения $\Gamma(\xi)$ в этом случае (кривые 2) с тем же распределением, соответствующим фиг. 3 (кривые 1), при $Q=0,8$. Сплошные кривые соответствуют $\text{Re } \Gamma$, а штриховые — $\text{Im } \Gamma$. Следует также отметить, что сильное взаимное влияние профилей в этом случае оказывает на низких частотах направляющее воздействие на набегающий поток, хорошо известное из теории стационарного обтекания решеток [7]. С этим связано пропорциональное частоте убывание интенсивностей скачков давления при малых значениях Q , что приводит к качественно различному поведению кривых на фиг. 3 и 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курзин В. Б. Расчет нестационарного обтекания решетки тонких профилей дозвуковым потоком газа методом интегральных уравнений.— ПМТФ, 1964, № 2, с. 112–119.
2. Kaji S., Okazaki T. Propagation of sound waves through a blade row. II. Analysis based on the acceleration potential method.— J. Sound and Vibration, 1970, v. 11, № 3, p. 355–375.
3. Kaji S., Okazaki T. Generation of sound by rotor-stator interaction.— J. Sound and Vibration, 1970, v. 13, № 3, p. 281–307.
4. Горелов Д. Н. Решетка пластин в сверхзвуковом нестационарном потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 4, с. 50–58.
5. Ни. Анализ периодических возмущений потока в сверхзвуковой плоской решетке.— Тр. амер. о-ва инж.-мех. Энергетические машины и установки, 1979, т. 101, № 3, с. 140–151.
6. Бисплингоф Р. Л., Эшли Х., Халфман Р. Л. Аэроупругость. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 799 с.
7. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.

Москва

Поступила в редакцию
31.V.1985