

УДК 533.6.011.8

О СИЛАХ И МОМЕНТАХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ДВИЖУЩИЕСЯ И ВРАЩАЮЩИЕСЯ РОТОРЫ В ВАКУУМНОЙ ПОЛОСТИ

НЕЙМАРК Ю. И., ШАВИНА Н. К.

Воздействие разреженного газа на находящиеся в нем тела можно определить, если известна функция распределения молекул газа $F(x, y, z, v_x, v_y, v_z)$, где x, y, z — декартовы координаты, v_x, v_y, v_z — составляющие скорости. В случае сильно разреженного газа, когда $Kn \gg 1$, столкновениями между молекулами можно пренебречь и тогда уравнение Больцмана преобразуется в систему интегральных уравнений. Этим общим методом рассчитаны молекулярные насосы в [1]. В [2] для нахождения сил, действующих на круговой цилиндр в полубесконечном пространстве, используется линеаризованное модельное уравнение Больцмана. Воздействие газа на тела в неограниченном свободномолекулярном потоке рассмотрено в [3–6].

В данной работе нахождение функции распределения, зависящей от шести переменных, на основе использования закона рассеяния молекул газа поверхностями сводится к нахождению плотности распределения точек соударений молекул с телами — функции максимум трех переменных. Так, для шаровых роторов, находящихся в шаровой полости, плотность распределения будет функцией трех переменных, а при вращении одного или нескольких бесконечных цилиндрических роторов в цилиндрической полости плотность распределения — функция двух переменных.

Этим методом для конкретного случая длинного цилиндрического ротора, вращающегося в цилиндрической полости в свободномолекулярном потоке газа, получены зависимости моментов торможения и сил от относительного смещения оси ротора. Рассмотрен случай поступательного движения ротора со скоростью, много меньшей средней тепловой скорости молекулы газа. Получены формулы определения воздействия газа на ротор для предельного случая очень малого зазора между ротором и полостью, совпадающие с предельной оценкой в [7]. Приведены зависимости момента торможения от отношений радиусов ротора и полости и скорости ротора к средней тепловой скорости молекул, а также значения энергии для различных температур ротора и полости.

Проиллюстрируем метод на примере осесимметричного ротора, вращающегося вокруг неподвижной оси в вакуумированной полости при известном законе отражения $p(\tau, \nu)$ молекул стенками системы в случайном направлении τ со случайной скоростью ν . В предположении свободномолекулярного течения газа и в отсутствие газопоглощения молекул стенками характеристику W воздействия газа на ротор можно определить по среднему воздействию одной молекулы. Для этого находится функциональная зависимость искомой характеристики W от случайных величин τ, ν и точки M отражения от статора $W = f(\tau, \nu, M)$.

Тогда среднее значение W определяется как [8]

$$W = \int_G f(\tau, \nu, M) p(M) p(\tau, \nu) dM d\tau d\nu$$

где G — область изменения переменных M, τ, ν .

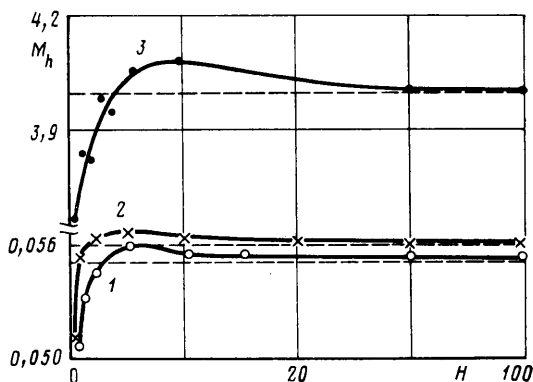
Для нахождения плотности $p(M)$ соударений на статоре используется метод итераций. В случае ротора, вращающегося в замкнутой полости, на статор приходят два потока молекул — с ротора и со статора [1]. На ротор молекулы попадают только со статора. Чтобы найти плотность $p(M_1)$ точек соударений на роторе, надо получить функциональную зависимость M_1 от тех же случайных величин $M_1 = f_1(M, \tau, \nu)$. Тогда плотность $p(M_1)$

соударений на роторе получается дифференцированием по M_1 функции распределения соударений [8]

$$F(M_1) = \int_D p_0(M) p(\tau, \nu) dM d\tau d\nu$$

где D — область интегрирования: $f_1(M, \tau, \nu) < M_1$, $p_0(M)$ — некое начальное распределение молекул на статоре, например равновесно-максвелловское, которое и принималось в конкретных расчетах.

Аналогично находится плотность распределения $p(M_2)$ на статоре, где $M_2 = M_{22} + M_{12}$, M_{22} , M_{12} — точки соударений молекул, пришедших на статор со статора и с ротора соответственно. Для M_{22} , M_{12} находятся зависимости



Фиг. 1

их от случайных величин и функции распределения

$$M_{22} = f_{22}(M, \tau_2, \nu), \quad M_{12} = f_{12}(M_1, \tau_1, \nu_1)$$

$$F_2(M_{22}) = \int_D p_0(M) p(\tau_2, \nu) dM d\tau_2 d\nu, \quad D: f_{22}(M, \tau_2, \nu) < M_{22}$$

$$F_1(M_{12}) = \int_{D_1} p(M_1) p(\tau_1, \nu_1) dM_1 d\tau_1 d\nu_1, \quad D_1: f_{12}(M_1, \tau_1, \nu_1) < M_{12}$$

Дифференцирование по M_{22} первого выражения и по M_{12} второго дает плотности распределения $p_2(M_{22})$, $p_1(M_{12})$, зная которые, можно найти плотность распределения $p(M)$ на статоре. Это будет первое приближение плотности распределения $p(M)$. Повторяя этот процесс, можно получить плотность молекул на статоре с необходимой точностью.

Предложенный метод применен для конкретной задачи определения энергии, а также сил и моментов, действующих со стороны остаточного газа на длинный цилиндрический ротор, вращающийся в вакуумированной цилиндрической полости, когда оси ротора и полости параллельны. Рассмотрение длинного ротора существенно упрощает выкладки.

Для выяснения приемлемости результатов расчета длинного ротора на фиг. 1 приведена зависимость момента торможения M_z цилиндрического ротора, отнесенного к его длине h , от отношения $H = h/(R-r)$, где R , r — радиусы полости и ротора, при совпадающих осях цилиндров для $r=1$, $R=1,064$ (кривая 1), $r=1$, $R=1,2$ (кривая 2) и $r=8,46$, $R=10$ (кривая 3). Расчет проводился методом моделирования случайного движения молекул [7] для значений параметров: масса молекулы $m = 0,48 \cdot 10^{-25}$ кг, число молекул в 1 м^3 при температуре $T = 298 \text{ К}$ $N = 0,324 \cdot 10^{19}$, скорость ν вращения ротора и средняя тепловая скорость ν_0 молекул $\nu = \nu_0 = 467 \text{ м/с}$. Штриховая линия соответствует значению момента торможения длинного цилиндра при тех же значениях параметров. Поскольку длина ротора много больше его диаметра, то влиянием оснований ротора и полости можно пренебречь.

Предполагается, что молекулы отражаются стенками диффузно, время соударений с поверхностями мало и при отражении от ротора молекулы в дополнение к своей случайной скорости приобретают его упорядоченную скорость. В рассматриваемом случае длинного ротора целесообразно рассчитывать плоское течение разреженного газа, моделируя поперечные составляющие скоростей отражения.

Молекула, отлетая из случайной точки $M(\varphi, R)$ статора в случайном направлении $\tau = \theta_2$ с плотностью распределения $p(\theta)$, со случайной скоростью $v \in [0, \infty)$, распределенной по закону $p(v)$, попадает на ротор, если $\theta_2 \in [\alpha_1, \alpha_2]$, где

$$p(\theta) = \frac{1}{2} \cos \theta, \quad \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \quad (1)$$

$$p(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \beta_0^3 v^2 \exp(-\beta_0^2 v^2), \quad \beta_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi} v_0} \quad (2)$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{R^2 + a^2 + 2aR \cos \varphi}}, \quad \sin \beta = \frac{a \sin \varphi}{\sqrt{R^2 + a^2 + 2aR \cos \varphi}}, \quad \alpha_1 = \beta - \alpha, \quad \alpha_2 = \beta + \alpha$$

Здесь v_0 — средняя тепловая скорость молекул газа, φ — полярный угол точек M на статоре с плотностью $p(\varphi)$, a — смещение вдоль оси абсцисс оси статора относительно оси ротора, совпадающей с осью ординат. Угол ψ точек M_1 соударения на роторе можно выразить через углы θ_2 и φ

$$\psi = \varphi - \theta_2 + \arcsin \left[\frac{\sqrt{R^2 + a^2 + 2aR \cos \varphi}}{r} \sin(\theta_2 - \beta_s) \right] \quad (3)$$

Зная плотности распределения величин $\varphi \in [0, 2\pi]$, $\theta_2 \in [\alpha_1, \alpha_2]$ и перейдя от θ_2 к $\theta_4 \in [-\alpha_0, \alpha_0]$, где $\alpha_0 = \arcsin r/R$, можно найти функцию распределения

$$F(\psi) = \begin{cases} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \int_0^{\varphi_0} p(\theta_4) p(\varphi) d\varphi d\theta_4, & \psi \in \left[-\frac{\pi}{2} + \alpha_3, \frac{\pi}{2} - \alpha_3 \right] \\ \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \int_0^{\varphi_0} p(\theta_4) p(\varphi) d\varphi d\theta_4, & \psi \in \left[\frac{\pi}{2} - \alpha_3, \frac{3\pi}{2} + \alpha_3 \right] \\ 1 - \int_{\theta_0}^{\alpha_0} \int_{\varphi_0}^{2\pi} p(\theta_4) p(\varphi) d\varphi d\theta_4, & \psi \in \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha_3, \frac{5\pi}{2} - \alpha_3 \right) \end{cases} \quad (4)$$

$$p(\theta_4) = \frac{\alpha \cos(\alpha\theta_4/\alpha_0 + \beta)}{2\alpha_0 \sin \alpha \cos \beta}, \quad \theta_0 = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{1 + d^2 - 2d \cos \psi}}, \quad d = \frac{R+a}{r}$$

где φ_0 находится из уравнения (3).

Если направление отлета со статора $\theta_3 \in [-\pi/2, \alpha_1 \cup \alpha_2, \pi/2]$, то молекула попадет опять на статор. Полярный угол γ точек M_{22} соударения со статором равен $\gamma = \pi + \varphi - 2\theta_3$.

Отлетая с ротора, молекула в дополнение к своей случайной скорости (v, θ), имеющей плотности распределения (1, 2), приобретает скорость

ротора v : $v_x' = v \sin \theta - v$, $v_y' = v \cos \theta$ (ось y' направлена по нормали к поверхности ротора). Отсюда

$$p(\theta_1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \beta_0^3 v^3 \cos^2 \theta_1 \int_{-\pi/2}^{\theta_1} \frac{\cos^2 x}{\sin^4(\theta_1 - x)} \exp\left(\frac{-\beta_0^2 v^2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_1 - x)}\right) dx \quad (5)$$

С ротора молекула может попасть лишь на статор. Полярный угол ω точек соударения M_{12} на статоре равен

$$\omega = \psi - \theta_1 + k \arcsin \frac{R_1}{R} \cos\left(\psi - \theta_1 - k \arcsin \frac{a - r \cos \psi}{R_1}\right) \quad (6)$$

$$R_1 = \sqrt{a^2 + r^2 - 2ar \cos \psi}, \quad k=1, \quad \psi \in [0, \pi], \quad -1, \quad \psi \in (\pi, 2\pi)$$

Функции распределения величин γ и ω находятся аналогично $F(\psi)$ [7]

$$F(\gamma) = \iint_{D_3} p(\varphi) p(\theta_3) d\varphi d\theta_3, \quad F(\omega) = \iint_{D_1} p(\psi) p(\theta_1) d\psi d\theta_1 \quad (7)$$

где D_3 , D_1 — области интегрирования, определяемые из уравнений для γ и ω . Их выражения из-за громоздкости не приводятся.

Плотности распределения величин γ , ω , ψ находятся путем дифференцирования функций распределения $F(\gamma)$, $F(\omega)$, $F(\psi)$ по γ , ω , ψ , причем плотность распределения точек на статоре является плотностью суммы случайных величин $\varphi = \gamma \cup \omega$.

По первому (начальному) приближению распределения $p(\varphi)$ находится более точное распределение молекул на статоре. Повторяя этот процесс несколько раз, можно получить распределение молекул на статоре с необходимой точностью.

Зная распределение молекул, можно найти среднее воздействие на ротор одной молекулы. За одно столкновение с ротором молекула передает ему импульс $\mathbf{I} = m(v_2 - v_1)$ и энергию $E_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$, где v_2 , v_1 — скорости прилета на ротор и отлета с него

$$\begin{aligned} v_{2x} &= -v_2 \cos(\theta_2 - \varphi), & v_{2y} &= v_2 \sin(\theta_2 - \varphi) \\ v_{1x} &= v_1 \cos(\theta - \psi) - v \sin \psi, & v_{1y} &= -v_1 \sin(\theta - \psi) + v \cos \psi \end{aligned}$$

Здесь v_1 , v_2 — случайные скорости отлета с ротора и со статора. Момент импульса относительно центра ротора равен $\mathbf{L} = m[\mathbf{r}(v_2 - v_1)]$, где \mathbf{r} — радиус-вектор точки соударения молекулы с ротором. Учитывая, что v_1 , v_2 , θ , φ , θ_2 — независимые случайные величины, v_1 , v_2 , θ имеют плотности распределения (1.2), θ_2 распределена на интервале $[\alpha_1, \alpha_2]$ с плотностью $p(\theta_2) = \cos \theta_2 / 2 \sin \alpha \cos \beta$, а ψ выражается через θ_2 , φ , средние значения составляющих импульса, момента импульса и энергии равны

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} m \left[\frac{3\pi}{8} (v_0^2 - v_{01}^2) - v^2 \right]$$

$$\langle I_x \rangle = \frac{3\pi}{8} m \int_0^{2\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[-v_0 \cos(\theta_2 - \varphi) - \frac{\pi}{4} v_{01} \cos \psi + v \sin \psi \right] p(\theta_2) p(\varphi) d\theta_2 d\varphi \quad (8)$$

$$\langle I_y \rangle = \frac{3\pi}{8} m \int_0^{2\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[v_0 \sin(\theta_2 - \varphi) - \frac{\pi}{4} v_{01} \sin \psi - v \cos \psi \right] p(\theta_2) p(\varphi) d\theta_2 d\varphi$$

$$\langle L_z \rangle = m \left\{ -rv + \frac{3\pi}{16} v_0 \int_0^{2\pi} \left[2(R + a \cos \varphi) \cos \alpha \sin \beta - \right. \right.$$

$$-a \frac{2\alpha + \sin 2\alpha \cos 2\beta}{2 \sin \alpha \cos \beta} \sin \varphi \Big] p(\varphi) d\varphi \Big\}$$

Равнодействующая сил, действующих на единицу длины ротора со стороны остаточного газа при температуре T , числе молекул N в 1 м^3 , ее момент и энергия равны

$$F = c_v I, \quad M = c_v L, \quad E = c_v E_1, \quad c_v = \pi N \frac{R^2 - r^2}{t} \quad (9)$$

$$t = \sum_{i=1}^n t_i + t_{21} + t_{12}, \quad t_i = \frac{2R}{v_{2i}} \cos \theta_{3i}, \quad v_{2i}^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2 = v_2^2$$

где n — число пролетов со статора на статор до попадания на ротор, t_i, t_{21}, t_{12} — время пролета соответственно со статора на статор, со статора на ротор и с ротора на статор. Так как случайные величины θ_{3i} и v_2 — направление и скорость отлета молекулы со статора на статор, независимые, а $\theta_{3i} \in [-\pi/2, \alpha, 0, \alpha_2, \pi/2]$ имеет плотность распределения $p(\theta_3) = 0,5 \cos \theta_3 / (1 - \sin \alpha \cos \beta)$, то

$$\langle t_i \rangle = \frac{4}{\pi v_0} R^2 \int_0^{2\pi} \frac{\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\beta}{1 - \sin \alpha \cos \beta} p(\varphi) d\varphi \quad (10)$$

Молекула в среднем n раз попадает на статор до соударения с ротором: $n = p\{2 \rightarrow 2\} / p\{2 \rightarrow 1\}$. Здесь $p\{2 \rightarrow 2\}$ и $p\{2 \rightarrow 1\}$ — вероятности пролета со статора на статор и со статора на ротор и

$$\langle n \rangle = \int_0^{2\pi} \frac{1 - \sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \cos \beta} p(\varphi) d\varphi \quad (11)$$

Из геометрических соображений находится среднее значение времени t_{21} пролета со статора на ротор и среднее значение времени t_{12} пролета с ротора на статор

$$\langle t_{21} \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha_2} [s - \sqrt{s^2 - R^2 - a^2 - 2aR \cos \varphi + r^2}] p(\theta_2) p(\varphi) d\theta_2 d\varphi \quad (12)$$

$$\langle t_{12} \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{-s_1 + \sqrt{s_1^2 + R^2 - r^2 + 2ar \cos \psi}}{v_1^2} p(\theta) p(v_1) p(\psi) d\theta dv_1 d\psi \quad (13)$$

$$s_1 = rv_1 \cos \theta + a[a \sin \psi - v_1 \cos(\psi - \theta)]$$

Все величины в формулах (9) известны и можно найти значения сил, их моментов и энергии.

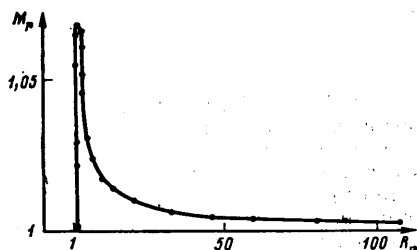
Когда ось ротора и полости совпадают, $a=0$, то, как и следует ожидать в силу симметрии задачи, распределение молекул на роторе и на статоре будет равномерным: $p(\varphi) = 1/2\pi$. В этом случае $F_x = F_y = 0$, $M_x = -c_v mrv$

$$t = \frac{1}{\pi r v_0} \left[\pi(2R^2 - r^2) - 2R^2 \arcsin \frac{r}{R} - r\sqrt{R^2 - r^2} \right] + \int_0^{\infty} p(v) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} t_1 p(\theta) d\theta dv$$

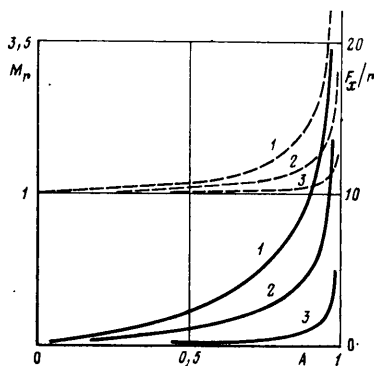
$$t_1 = \frac{-rv \cos \theta + \sqrt{v^2(R^2 - r^2 \sin^2 \theta) + v(v - 2v \sin \theta)(R^2 - r^2)}}{v^2 + v^2 - 2vv \sin \theta}$$

Когда зазор между ротором и статором мал, то практически нет перелетов молекулы со статора на статор. Этот предельный случай близок к случаю бесконечных параллельных плоскостей $y=r$ и $y=R$, одна из которых, например $y=r$, двигается со скоростью v вдоль оси x . Средние значения импульса $\langle I_x \rangle = -mv$, $\langle I_y \rangle = -\frac{1}{2}\pi m v_0$, а среднее время движения молекулы в полости до соударения с ротором $\langle t \rangle = 4(R-r)/v_0$. Тогда составляющие равнодействующей сил, действующих на единицу площади движущейся плоскости со стороны остаточного газа, запишутся в виде $F_x = -0,25mNv v_0$, $F_y = -0,125\pi mNv_0^2$, а момент сил, действующих на длинный цилиндрический ротор для радиусов ротора, близких к радиусу статора, равен $M_* = -0,5\pi mNr^2v v_0$.

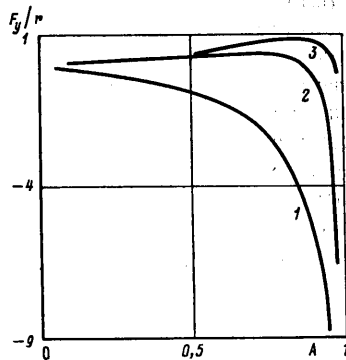
Зависимость $M_r = M_z/M_*$ от отношения радиусов $R_r = R/r$ при постоянном радиусе ротора для скорости v ротора, равной средней тепловой скорости молекул газа, приведена на фиг. 2, где точ-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ками помечены значения, полученные в результате моделирования. С ростом радиуса статора момент торможения начинает расти, так как время t_{12} полета с ротора на статор уменьшается по сравнению с тем же временем для случая параллельных плоскостей при одинаковой величине зазора за счет искривления статора, а роль перелетов со статора на статор, дающих увеличение времени, еще мала. Максимальное значение момента торможения будет для того радиуса статора, которое удовлетворяет условию $(M_z)_R' = 0$. Ниже для различных отношений скоростей v/v_0 приведены максимальные значения M_r и соответствующие значения R_r :

v/v_0	0,64	1	1,9	4,2
M_r	1,06	1,07	1,16	1,3
R_r	1,5	1,4	1,3	1,2

При дальнейшем увеличении радиуса R статора роль перелетов со статора на статор возрастает и момент торможения начинает монотонно убывать. При очень больших зазорах между ротором и статором значение момента приближается к предельному M_* .

В вакуумных системах возможны смещения ротора. Если эти смещения настолько медленные, что в каждый момент времени состояние газа можно считать стационарным (квазистационарный режим), и если смещение ротора является поступательным с постоянной скоростью $C(C_x, C_y)$, $C/v_0 \ll 1$, то составляющие силы, появляющейся при этом смещении, равны

$$F_x = -\frac{\pi m N}{t} (R^2 - r^2) C_x, \quad F_y = -\frac{\pi m N}{t} (R^2 - r^2) C_y$$

Ниже приведены значения кинетической энергии, отдаваемой газом ротору, и момента торможения для различных температур ротора и статора (v_{0r} и v_{0R} — средние тепловые скорости отлета с ротора и статора, $r=8,46$, $R=8,56$, $a=0$)

v	467	467	467	0
v_{0R}	467	467	1770	467
v_{0r}	467	1770	467	467
M_z	-3,9	-5,7	-6,4	0
E	$-0,109 \cdot 10^5$	$-0,266 \cdot 10^6$	$0,266 \cdot 10^6$	0

На фиг. 3, 4 приведены графики изменения сил (сплошные линии) и моментов (штриховые линии) в зависимости от $A=a/(R-r)$ для вращающегося со скоростью $v=v_0$ ротора в полости, когда ось полости смещена вдоль оси абсцисс на величину a относительно оси ротора. Графики рассчитаны при $R_r=1,064$; 1, 5 и 3 (соответственно кривые 1, 2 и 3). Полученная зависимость момента торможения описывается эмпирической формулой $M_z=M_*[1-a/(R-r)]^b$, где показатель степени b в свою очередь зависит от отношения радиусов $b=-0,43(R/r)^{-0,19}$. Все зависимости приведены для следующих значений параметров: $m=0,48 \cdot 10^{-25}$ кг, $v=v_0=467$ м/с, $T=298$ К, $N=0,324 \cdot 10^{19}$.

Обращает на себя внимание резкое увеличение аэродинамических сил и моментов при приближении ротора к статору. Это объясняется тем, что молекулы сравнительно быстро проходят широкую часть полости, как бы затягиваясь ротором в узкую часть. И чем уже эта часть, тем дольше они из нее не выходят, сталкиваясь поочередно с ротором и статором. При смещении ротора от центра полости возникает продольная по отношению к смещению составляющая F_x силы, которая стремится совместить ось ротора и полости (фиг. 3). Поперечная по отношению к смещению составляющая F_y силы при отношениях радиусов R/r , близких к единице, направлена в сторону отрицательных значений ординат, а при $R/r > 1,2$ (для $v=v_0=v_{0r}$) меняет знак с плюса на минус (фиг. 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mercier C.* Théorie des pompes moléculaires aux très basses pressions.— J. Phys. Radium. Physique Appliquée, 1956, t. 17, Suppl. Zu N. 3, p. 1A.
2. *Kazuo Aoki, Haruki Ishizuka.* Force on a circular cylinder in a highly rarefied gas, bounded by a plane wall.— In: 43 Int. Symp. Rarefied Gas Dyn., Novosibirsk, July 5–9, 1982. Book abstr. V. 2. Novosibirsk, 1982, p. 382–384.
3. *Chien K.-Y., Berger A. E., Ragsdale W. C., Bell J. B.* Free molecular flow over a spinning cylinder with heat transfer.— In: Rarefied Gas Dyn. Pap. 11. Int. Symp. Cannes, 1978. V. 1. Paris, 1979, p. 269–276.
4. *Wimberly C. R.* Determination of forces on arbitrary concave bodies in high-speed rarefied gases.— AIAA Journal, 1980, v. 18, № 9, p. 1027–1028.
5. *Wang C.-T.* Free molecular flow over a rotating sphere.— AIAA Journal, 1972, v. 10, № 5, p. 713–714.
6. *Иванов С. Г., Яншин А. М.* Силы и моменты, действующие на осесимметричные тела, произвольно вращающиеся в свободномолекулярном потоке.— В сб.: Космические исследования на Украине. № 16. Киев: Наук. думка, 1982, с. 25–29.
7. *Иванов В. П., Шавина Н. К.* О газовых силах, действующих на вращающиеся в вакуумированных полостях шаровые и дисковые роторы.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 4, с. 27–33.
8. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. М.: Физматгиз, 1961. 406 с.

Горький

Поступила в редакцию
4.III.1985